

# 2

## 不等式與線性規畫

- ▶ 一元多次不等式與絕對值不等式
- ▶ 分式不等式與根號不等式
- ▶ 絕對不等式
- ▶ 二元一次不等式及其圖形
- ▶ 重點回顧
- ▶ 歷屆試題

## 主題一 一元多次不等式與絕對值不等式

1. 一元一次不等式： $ax > b$ 

(1)  $a > 0$  時  $x > \frac{b}{a}$

(2)  $a < 0$  時  $x < \frac{b}{a}$

(3)  $a = 0$  且  $b \geq 0$  時無解

(4)  $a = 0$  且  $b < 0$  時解集合為  $R$

## 2. 一元二次不等式：

(1)  $a > 0$  時：

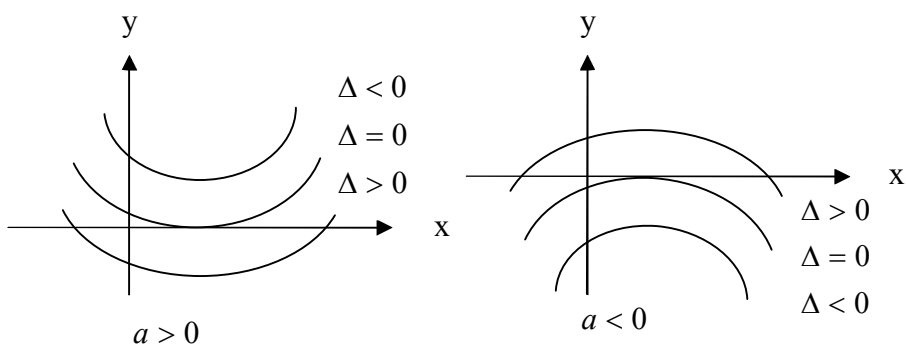
a.  $(x-a)(x-b) > 0 \Rightarrow x < a$  或  $x > b$

b.  $(x-a)(x-b) < 0 \Rightarrow b < x < a$

(2)  $f(x) = ax^2 + bx + c \geq 0, a, b, c \in R$  ( $a \neq 0$ )

a.  $\Delta = b^2 - 4ac < 0$  且  $a > 0$ ，則  $\forall x \in R, f(x) > 0$

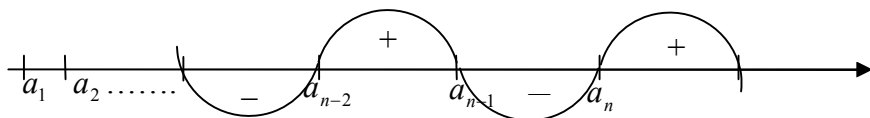
b.  $\Delta = b^2 - 4ac < 0$  且  $a < 0$ ，則  $\forall x \in R, f(x) < 0$



## 3. 一元高次不等式：

(1)  $(x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_n) > 0 \Rightarrow$  取正號區間

(2)  $(x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_n) < 0 \Rightarrow$  取負號區間



4. 一元絕對值不等式：

(1)  $|x - a|$  的幾何意義表  $x$  與  $a$  之間的距離

$$(2) \begin{cases} a > 0 \Rightarrow |a| = a \\ a < 0 \Rightarrow |a| = -a \end{cases}$$

(3)  $|x - a| \leq b (b > 0) \Leftrightarrow -b + a \leq x \leq b + a$

(4)  $|x - a| \geq b (b > 0) \Leftrightarrow x \geq b + a$  或  $x \leq -b + a$

(5)  $|ax + b| + |cx + d| \leq e$  作圖分區間去掉絕對值以求解

(6)  $|a| - |b| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$

*教師解析*

設  $2 \leq a \leq 7$ ,  $-2 \leq b \leq 1$ , 試求  $(a-4)^2 + (b-3)^2$  之最大值與最小值。

解：

解不等式  $2-x-x^2 \geq 0$

解：

*自我挑戰*

1. 設  $-2 \leq x \leq 1$ ,  $-3 \leq y \leq 2$ , 試求  $3x-2y$  之最大值與最小值。

2. 設  $-3 \leq x \leq 2$ ,  $-5 \leq y \leq 4$ , 試求  $xy$  之最大值與最小值。

3. 解不等式

$$2x^2 - 5x - 3 < 0$$

4. 解不等式  $3x^2 + 10x - 8 \geq 0$

解不等式  $4x^2 - 12x + 9 > 0$

解：

5. 解不等式  $x^2 + 2x + 1 < 0$

6. 解不等式  $x + x^2 > 2x^2 + 9$

解不等式  $(x-1)(x+3)(x-5) \geq 0$

解：

7. 解不等式

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 < 0$$

8. 解不等式

$$(x^2 - 4)(x^2 - 1) \leq 0$$

解不等式

$$x^3(x^2-1)(x^3-1)(x+2)<0$$

解：

解下列各不等式：

$$9. (x-3)^2(x+2)^3(2x-1)^4$$

$$(x-1)^5 \leq 0$$

$$10. (x-2)^2(3x^2+x-4)>0$$

解不等式  $|2x+3| \leq 7$

解：

11. 解不等式  $|5x-2| > 3$

12. 解不等式  $2 < |3x-1| < 5$

解不等式  $|3x-2| > |x+1|$

解：

13. 解不等式  $|x^2+3| \leq |x-2|$

14. 解不等式

$|3x-2| - 5 < 3 - |2x+1|$

$x \in R$ , 試求  $|2x+3|+|2x-5|$  之  
最小值。

解：

15.  $x \in R$ , 試求  
 $|7+3x|-|5-3x|$  之最大值。

16.  $x \in R$ , 試求  
 $|2x-7|-|5-3x|$  之最大值。

若  $ax^2+5x+b>0$  之解為  
 $-\frac{1}{2}<x<3$ , 試求  $a$ 、 $b$  之值。

解：

17. 若  $ax^2+bx+2 \geq 0$  之解為  
 $x \geq \frac{2}{3}$  或  $x \leq -4$ , 試求  $a$ 、 $b$  之  
值。

18. 若  $ax^2+bx+2 \geq 0$  之解為  
 $-\frac{1}{2} \leq x \leq 4$ , 試求  $a$ 、 $b$  之值。

## 作業研究

1. 下列何者正確?(A)若  $a > b$  則

$$ca > cb \text{ (B) } \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} = a + b \text{ (C) 若 } |c-2| < 3, \text{ 則 } -1 < x < 5 \text{ (D)}$$

$$\text{若 } \frac{b}{a} > \frac{d}{c}, \text{ 則 } bc > ad \text{。}$$

2. 不等式  $2 \leq |x+1| < 6$  的解為整數者, 共有(A)7個(B)8個  
(C)9個(D)10個。

3. 設  $|2x-a| \leq b$  之解集合為  $\{x|1 \leq x \leq 7\}$ , 則  $(a, b)$  之值為  
(A)(4, 2) (B)(3, 4) (C)(8, 6) (D)(6, 8)。

4.  $|x-2| + |x+6|$  的最小值等於(A)8 (B)4 (C)2 (D)6。

5. 若  $x^2 - 3x - 4 > 0$  的解集合為  $A$ ,  $x^2 + bx + c \leq 0$  的解集合為  
 $B$  且  $A \cup B = R$ ,  $A \cap B = \{x|4 < x \leq 5\}$ , 則  $(b, c)$  之值為(A)(4, 5)  
(B)(5, 4) (C)(-5, -4) (D)(-4, -5)。

6. 不等式  $4x + 5 < x^2 < -2 - 3x$  之解為 (A)  $x > 5$  或  $x < -1$   
(B)  $-2 < x < -1$  (C)  $-1 \leq x \leq 5$  (D)  $-1 < x < 5$

7. 不等式  $0 < |-3x+5| < 7$  之解為 (A)  $-\frac{2}{3} < x < 4$   
(B)  $x < -\frac{2}{3}$  或  $x > 4$  (C)  $-\frac{2}{3} < x < \frac{5}{3}$  或  $\frac{5}{3} < x < 4$  (D)  $\frac{2}{3} < x < \frac{5}{3}$   
或  $\frac{5}{3} < x < 4$

8. 不等式  $(x-2)^2(x+2)^3(x^2-x-12) < 0$  之解為 (A)  $x < -3$   
或  $-2 < x < 4$  (B)  $x < -3$  或  $-2 < x < 2$  或  $2 < x < 4$   
(C)  $-3 < x < -2$  或  $2 < x < 4$  (D)  $-3 < x < -2$  或  $x > 4$

9. 不等式  $|2x-3| \leq 5$  的解集合為 (A)  $\{x|-1 \leq x \leq 4\}$

$$(B) \{x | -2 \leq x \leq 3\} \quad (C) \{x | -3 \leq x \leq 2\} \quad (D) \{x | -4 \leq x \leq 1\}$$

$$(E) \{x | -5 \leq x \leq 0\}$$

～解答～

自我挑戰：

1. 最大值 9，最小值-10

2. 最大值 15，最小值-12

3.  $-\frac{1}{2} < x < 3$

4.  $x \leq -4$  或  $x \geq \frac{2}{3}$

5. 無解

6. 無解

7.  $x < 1$  或  $2 < x < 3$

8.  $-2 \leq x \leq -1$  或  $1 \leq x \leq 2$

9.  $-2 \leq x \leq 1$  或  $x = 3$

10.  $x < -\frac{4}{3}$  或  $1 < x < 2$  或  $x > 2$

11.  $x > 1$  或  $x < -\frac{1}{5}$

12.  $1 < x < 2$  或  $-\frac{4}{3} < x < -\frac{1}{3}$

13.  $-5 \leq x \leq -\frac{1}{3}$

14.  $-\frac{7}{5} < x < \frac{9}{5}$

15. 12

16. 10

17.  $a = 3, b = -8$

18.  $a = -1, b = \frac{7}{2}$

作業研究：1. C 2. B 3. C 4. A 5. D 6. B 7. C 8. B 9. A

## 主題二 分式不等式與根號不等式

## 1. 分式不等式

$$(1) \frac{f(x)}{g(x)} > 0 \Rightarrow f(x) \times g(x) > 0$$

$$(2) \frac{f(x)}{g(x)} \geq 0 \Rightarrow f(x) \times g(x) \geq 0 \text{ 但 } g(x) \neq 0$$

## 2. 根號不等式

$$(1) \sqrt{f(x)} \leq g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \leq [g(x)]^2 \end{cases}$$

$$(2) \sqrt{f(x)} \geq g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq [g(x)]^2 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$$

教師解析

解不等式

$$\frac{(2x^2 + x + 1)(x - 1)}{(x + 1)(x - 3)} \geq 0$$

自我挑戰

1. 解不等式  $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 + 3x - 4} < 0$

2. 解不等式  $\frac{(x - 3)(x + 2)}{x + 1} > 0$

解不等式  $x - \frac{1}{x} \geq 0$

3. 解不等式  $\frac{2x + 3}{x - 1} \geq 1$

4. 解不等式  $\frac{3}{x + 2} < x$

解不等式  $\sqrt{15-2x} < 2x-3$

5. 解不等式  $\sqrt{1-x^3} < 2x-1$

6. 解不等式  $\sqrt{x-1} < |5-2x|$

## 作業研究

1. 不等式  $\frac{(x-3)(x+2)}{x+1} \geq 0$  之解為 (A)  $1 < x < 2$  或  $3 < x$

(B)  $-2 < x \leq -1$  或  $3 \leq x$  (C)  $-2 \leq x \leq -1$  或  $3 \leq x$

(D)  $-2 \leq x < -1$  或  $x \geq 3$

2. 設  $\sqrt{|x^2 - 7|} \leq x - 1$  成立，若其解集合為  $\{x | a \leq x \leq b\}$ ，則下

列何者正確？ (A)  $a \in \{0, 1, 2\}$ ， $b \in \{3, 4, 5\}$

(B)  $a \in \{3, 4, 5\}$ ， $b \in \{6, 7, 8\}$  (C)  $a \in \{-3, -2, -1\}$ ， $b \in \{0, 1, 2\}$  (D)

$a \in \{6, 7, 8\}$ ， $b \in \{9, 10, 11\}$

3. 不等式  $x - 5 \leq \frac{3}{1-x}$  之解為 (A)  $\{x | 1 < x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 4\}$

(B)  $\{x | 2 \leq x \leq 4 \text{ 或 } x < 1\}$  (C)  $\{x | 2 \leq x < 4 \text{ 或 } x < 1\}$

(D)  $\{x | x \geq 4 \text{ 或 } x \leq 2\}$

～解答～

自我挑戰：

1.  $-4 < x < -1$  或  $1 < x < 2$

2.  $-2 < x < -1$  或  $x > 3$

3.  $x \leq -4$  或  $x > 1$

4.  $-3 < x < -2$  或  $x > 1$

5.  $\frac{4}{5} < x \leq 1$

6.  $1 \leq x < 2$  或  $x > \frac{13}{4}$

作業研究：1. D 2. A 3. B

## 主題三 絕對不等式

1. 算術平均數 $\geq$ 幾何平均數：(①已知和求乘積之最大最小  
②已知乘積求和之最大最小)

$$a_1, a_2, \dots, a_n \in R^+ \cup \{0\} \Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n}$$

(其中「 $=$ 」成立 $\Rightarrow a_1 = a_2 = \dots = a_n$ )

2. 柯西不等式：(已知和求和之最大最小)

$$a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n \in R$$

$$\Rightarrow (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)^2$$

(其中「 $=$ 」成立 $\Rightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$ )

## 教師解析

$f(x) = -x^2 + 2x + 1$  且  $2 \leq x \leq 3$ ，  
試求  $f(x)$  之最大值與最小值。

設  $x$ 、 $y$  均為正整數，若  
 $x + y = 6$ ，試求  $\log_3 x + \log_3 y$  的  
最大值。

## 自我挑戰

1.  $f(x) = -x^2 + 2x + 1$  且  $-2 \leq x \leq 2$ ，  
試求  $f(x)$  之最大值與最  
小值。

2. 設  
 $f(x) = -x^2 + 2x + 1$  且  
 $x \in R$ ，試求  $f(x)$  之最大值  
與最小值。

3. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  均為正  
整數，試求  $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$  之最  
小值

4. 設  $x > 0$ ， $y > 0$ ，若  
 $x + 2y = 5$ ，試求  $xy$  之最大  
值

設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  均為正整數，且  
 $a+b+c=3$ ，試求  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$   
之最小值

5. 設  $a > 0$ ， $b > 0$ ，試求  
 $(2a+b)\left(\frac{2}{a} + \frac{1}{b}\right)$  之最小值

6. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為實數，且  
 $a^2 + b^2 + c^2 = 22$ ，試求  
 $2a - 3b + 3c$  之最大值

## 作業研究

1. 設  $a, b, c, d \in R$ ，下列各敘述何者為真？ (A) 若  $a > b, c > d$ ，則  $ac > bd$  (B) 恆有  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  (C) 若  $ab > 0$  則  $a+b > 0$  (D)  $a^2 \geq 0$
2. 設  $f(x) = x(|x| - \sqrt{2})$ ，則  $f(x)$  之相對極大值為 (A)  $-\frac{1}{2}$   
(B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (D)  $\sqrt{2}$
3. 設  $x, y, z$  皆為實數且  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$ ，令  $x^2 + y^2 + z^2$  之極小值為  $m$ ，則  $m$  之值為 (A) 2 (B) 2.5 (C) 3 (D) 3.5
4. 若  $f(x) = (x^2 + 2x + 8)(x^2 + 2x) - 2x^2 - 4x + 3$ ，則其最小值為 (A) 0 (B) -2 (C) -1 (D) 1
5. 設  $x, y, z$  皆為正實數且  $2x + 5y = 10$ ，則  $xy$  的最大值為 (A) 10 (B) 5 (C) 2 (D) 2.5
6. 設  $a, b, c$  為實數，且  $a^2 + b^2 + c^2 = 33$ ，試求  $2a - 3b + 3c$  之最大值為 (A) 66 (B) 33 (C)  $11\sqrt{3}$  (D)  $11\sqrt{6}$

～解答～

自我挑戰：

1. 最大值 2，最小值-7
2. 最大值 2，無最小值
3. 3
4.  $\frac{25}{8}$
5. 9
6. 22

作業研究：1. D 2. B 3. B 4. B 5. D 6. D

## 主題四 二元一次不等式及其圖形

## 1. 二元一次不等式：

設  $a, b, c$  為實數，且  $a^2 + b^2 \neq 0$ ，則  $ax + by + c > 0$ ，  
 $ax + by + c < 0$ ， $ax + by + c \geq 0$ ， $ax + by + c \leq 0$  均稱為二元一  
次不等式。

## 2. 二元一次不等式之圖形

直線  $L: ax + by + c = 0$  將坐標平面  $E$  分成兩個半平面  $E_1$ ， $E_2$

甲、 若  $(x_1, y_1) \in E_1$  且  $ax_1 + by_1 + c < 0$ ，則對於  $E_1$  上  
之任意一點均滿足  $ax + by + c < 0$

乙、 若  $(x_2, y_2) \in E_2$  且  $ax_2 + by_2 + c > 0$ ，則對於  $E_2$   
上之任意一點均滿足  $ax + by + c > 0$

## 3. 直線與點之關係

若平面上有一直線  $L: ax + by + c = 0$ ， $A(x_1, y_1)$  與  $B(x_2, y_2)$  為  
不在直線  $L$  上的相異兩點

丙、  $A$  與  $B$  在直線  $L$  之同側

$$\Rightarrow (ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) > 0$$

丁、  $A$  與  $B$  在直線  $L$  之異側

$$\Rightarrow (ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) < 0$$

*教師解析*

請圖解二元一次不等式

$$\begin{cases} x - 2y + 4 \geq 0 \\ x + y - 5 > 0 \\ 4 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

已知直線  $L: 3x - 4y + k = 0$ ，若兩點  $A(2,1)$  與  $B(-1,3)$  在直線  $L$  之同側，試求  $k$  之範圍。

*自我挑戰*

1. 請圖解二元一次不等

$$\text{式 } |2x - y| \leq 4$$

2. 請圖解二元一次不等

$$\text{式 } \begin{cases} 3x + 2y \geq 6 \\ x + 2y \geq 4 \end{cases}$$

3. 已知直線

$L: 3x - 4y + k = 0$ ，若兩點  $A(2,1)$  與  $B(-1,3)$  在直線  $L$  之異側，試求  $k$  之範圍。

4. 已知直線

$L: 3x - 4y + k = 0$ ，若兩點  $A(2,1)$  與  $B(-1,3)$  不在直線  $L$  之同側，試求  $k$  之範圍。

請畫出不等式

$2 \leq 2|x| + 3|y| \leq 5$  所成區域，並  
求其面積。

5. 請畫出聯立不等式

$$\begin{cases} x + y - 5 \geq 0 \\ x - 2y + 4 \geq 0 \\ 7x + y - 47 \leq 0 \end{cases} \text{ 所成區域，並}$$

求其面積。

6. 請畫出聯立不等式

$$\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ x + y - 5 \leq 0 \\ 0 \leq x \leq 3 \\ y \geq 0 \end{cases} \text{ 所成區域，並}$$

求其面積。

## 作業研究

1. 設  $x, y$  皆為整數，則不等式組  $\begin{cases} x + y \leq 1 \\ x \geq -2 \\ y > -1 \end{cases}$  有多少組解？ (A)7

組 (B)8 組 (C)9 組 (D)10 組

2. 在坐標平面上，不等式組  $\begin{cases} 2x + y - 4 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq -2 \end{cases}$  所圍的區域面積等於

(A)6 (B)9 (C)12 (D)15

3. 若  $y = mx - 3$  與  $\overline{AB}$  相交，其中  $A(-1,2), B(4,3)$ ，則  $m$  的範圍為

(A)  $-5 \leq m \leq \frac{3}{2}$  (B)  $-\frac{3}{2} \leq m \leq 5$  (C)  $m \geq \frac{3}{2}$  或  $m \leq -5$  (D)

$m \leq -\frac{3}{2}$  或  $m \geq 5$

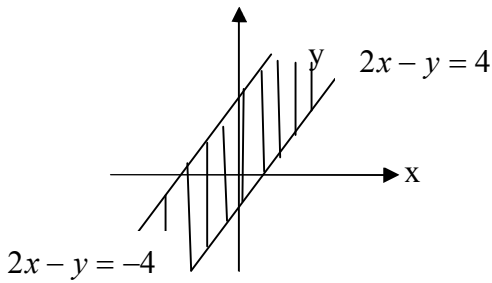
4. 在坐標平面上， $|x| + |y| \leq 2$  所圍的區域面積等於 (A)2 (B)4  
(C)5 (D)8

～解答～

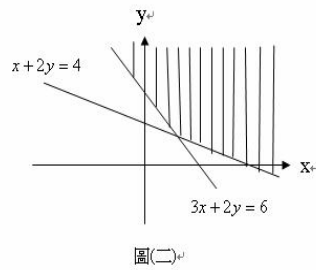
自我挑戰：

1. 如圖(一)
2. 如圖(二)
3.  $-2 < k < 15$
4.  $-2 \leq k \leq 15$
5. 如圖(三), 15
6. 如圖(四),  $\frac{13}{2}$

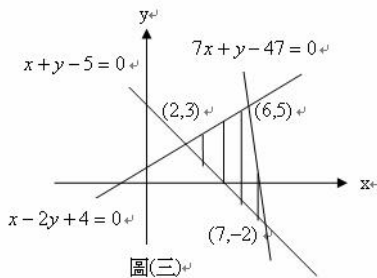
作業研究：1. D 2. B 3. C 4. D



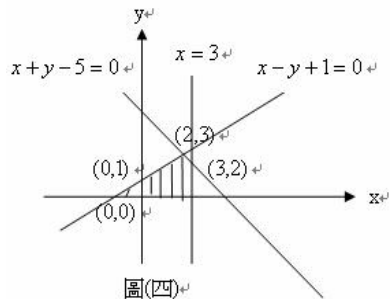
圖(一)



圖(二)



圖(三)



圖(四)

## 重點回顧

- 不等式基本性質： $a > b$
- ◇  $c > 0 \Rightarrow ac > bc$
  - ◇  $c < 0 \Rightarrow ac < bc$
- 一元二次不等式：(設  $\alpha < \beta$ )
- ◇  $(x - \alpha)(x - \beta) < 0 \Rightarrow \alpha < x < \beta$
  - ◇  $(x - \alpha)(x - \beta) > 0 \Rightarrow x < \alpha$  或  $x > \beta$
- 一元高次不等式：
- 設  $a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a_n$
- ◇  $(x - a_1)(x - a_2) \dots (x - a_n) > 0$  之解取「+」的範圍
  - ◇  $(x - a_1)(x - a_2) \dots (x - a_n) < 0$  之解取「-」的範圍
- 分式不等式：移項、通分、變成高次不等式再求解
- 絕對值不等式： $(a > 0)$
- ◇  $|x| < a \Rightarrow -a < x < a$
  - ◇  $|x| > a \Rightarrow x > a$  或  $x < -a$
- 絕對不等式：
- ◇ 算術平均數  $\geq$  幾何平均數
  - ◇ 柯西不等式
- 二元一次不等式圖形：(設  $L: ax + by + c = 0$ )
- ◇ 上、下側半平面之判別
  - ☆ 當  $b > 0$  時  $\begin{cases} ax + by + c > 0 \text{ 圖形在 } L \text{ 之上側半平面} \\ ax + by + c < 0 \text{ 圖形在 } L \text{ 之下側半平面} \end{cases}$

$$\star \text{當 } b < 0 \text{ 時 } \begin{cases} ax + by + c > 0 \text{ 圖形在 } L \text{ 之下側半平面} \\ ax + by + c < 0 \text{ 圖形在 } L \text{ 之上側半平面} \end{cases}$$

◇ 左、右側半平面之判別

$$\star \text{當 } a > 0 \text{ 時 } \begin{cases} ax + by + c > 0 \text{ 圖形在 } L \text{ 之右側半平面} \\ ax + by + c < 0 \text{ 圖形在 } L \text{ 之左側半平面} \end{cases}$$

$$\star \text{當 } a < 0 \text{ 時 } \begin{cases} ax + by + c > 0 \text{ 圖形在 } L \text{ 之左側半平面} \\ ax + by + c < 0 \text{ 圖形在 } L \text{ 之右側半平面} \end{cases}$$

□ 線性規畫

◇ 已知條件繪出不等式圖形之區域，並求出各頂點坐標

◇ 將各頂點坐標值代入目標函數

## 歷屆試題

1. 不等式  $|1-2x| < 5$  之所有解為 (A)  $-3 < x < 2$  (B)  $-2 < x < 3$   
(C)  $-3 < x < 3$  (D)  $2 < x < 3$  (E)  $-3 < x < -2$   
【85 日工】
2. 若  $x > -2$ ,  $g(x) = 4 + x + \frac{2}{x+2}$ , 則  $g(x)$  的最小值為 (A) 6 (B) 4  
(C) 2 (D) 1  
【85 日商】
3.  $a, b$  均為實數, 若  $ax^2 + bx - 10 < 0$  之解為  $-\frac{5}{2} < x < \frac{4}{3}$ , 則  
 $a+b =$  (A)  $\frac{17}{2}$  (B) 7 (C)  $\frac{13}{2}$  (D) 5  
【85 日商】
4. 不等式  $x^2 - 6x - 3 < |x-3|$  之解為 (A)  $0 < x < 7$  (B)  $0 < x < 6$   
(C)  $-1 < x < 3$  (D)  $-1 < x < 7$   
【85 二夜】
5. 設  $S$  為  $x^2(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5) < 0$  之解集合, 則  
(A)  $\frac{3}{2} \in S$  (B)  $\frac{7}{2} \in S$  (C)  $\frac{11}{2} \in S$  (D)  $-\frac{1}{2} \in S$   
【85 二夜】
6. 不等式  $|2x-3| \leq 5$  的解集合為 (A)  $\{x|-1 \leq x \leq 4\}$   
(B)  $\{x|-2 \leq x \leq 3\}$  (C)  $\{x|-3 \leq x \leq 2\}$  (D)  $\{x|-4 \leq x \leq 1\}$   
(E)  $\{x|-5 \leq x \leq 0\}$   
【86 日工】
7. 設  $x$  為實數, 解不等式  $||x+1|-10| < 7$ , 則在  $x$  的解集合中包含  
整數之個數有 (A) 13 個 (B) 18 個 (C) 22 個 (D) 26 個  
【86 日商】

8. 設  $a, b, x, y$  皆為正實數，且已知  $a < b$  及  $x < y$ ，比較下列三數  $\frac{a}{b}$ ， $\frac{a+x}{b+x}$ ， $\frac{a+y}{b+y}$  何者最大？ (A)  $\frac{a}{b}$  (B)  $\frac{a+x}{b+x}$  (C)  $\frac{a+y}{b+y}$  (D) 無法比較

【86 二夜】

9. 設二次方程式  $ax^2 + (a-1)x + a = 0$  有兩實根，其中  $a$  為一實數，則  $a$  的範圍為 (A)  $a < -1$  或  $a < \frac{1}{3}$  (B)  $-1 < a < \frac{1}{3}$  (C)  $a \leq -1$  或  $a \geq \frac{1}{3}$  (D)  $-1 \leq a \leq \frac{1}{3}$  (E)  $-1 < a < 0$  或  $0 < a < \frac{1}{3}$

【86 二夜】

10. 設  $x, y$  均為正實數，且  $xy = 100$ ，則  $x + y$  的極小值為 (A) 100 (B) 200 (C) 20 (D) 10

【86 二夜】

11. 在不等式  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 20 \\ 3x + y \leq 30 \end{cases}$  所圍成區域之面積為 (A) 70 (B) 68 (C) 60 (D) 48

【87 保甄工】

12. 設  $xy > 0$ ，則  $(x^2 + \frac{4}{y^2})(y^2 + \frac{1}{x^2})$  之最小值為 (A) 8 (B) 10 (C) 8.5 (D) 9

【87 保甄工】

13.  $k$  為實數，如果點  $P(\frac{k+1}{3k+1} + \frac{2k+1}{k-2})$  在第二象限，下列何者正確？ (A)  $-\frac{1}{2} < k < -\frac{1}{3}$  (B)  $-1 < k < -\frac{1}{2}$  (C)  $-\frac{1}{2} < k < 2$  (D)  $-1 < k < 2$

【87 保甄商】

$$14. \quad \text{目標函數 } f(x, y) = x + 2y \text{ 在限制條件 } \begin{cases} 2x + 7y \geq 20 \\ x + y \geq 5 \\ 8x + 2y \geq 16 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \text{ 的極小值}$$

為 (A)3 (B)5 (C)7 (D)9

【87 保甄商】

$$15. \quad \text{不等式 } \frac{x-1}{x^2-5x+6} < 0 \text{ 之解為 (A) } x < 1 \text{ 或 } 2 < x < 3 \\ \text{(B) } -3 < x < -2 \text{ 或 } x > 1 \text{ (C) } x < 2 \text{ 或 } 3 < x < 5 \text{ (D) } 1 < x < 2 \text{ 或 } \\ x > 3$$

【87 日商】

$$16. \quad \text{設 } a, b \in R \text{ 且 } a^2 + 3b^2 = 4, \text{ 則 } a - 3b \text{ 之最小值為 (A) } -2\sqrt{10} \\ \text{(B) } -\sqrt{8} \text{ (C) } -4 \text{ (D) } -16$$

【87 北夜】

$$17. \quad \text{設 } A = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 4, x + y \leq 7, x + 3y \geq 4\}, \text{ 則 } 2x + y + 3 \text{ 在多邊} \\ \text{形區域上之最大值為 (A)6 (B)11 (C)14 (D)17}$$

【87 北夜】

$$18. \quad \text{不等式 } 5x - 4 < x^2 < 2x + 3 \text{ 之解為 (A) } -1 < x < 3 \text{ (B) } x < 1 \\ \text{或 } x > 4 \text{ (C) } x < 3 \text{ 或 } x > 4 \text{ (D) } -1 < x < 1$$

【87 北夜】

$$19. \quad \text{若 } x \geq 0, y \geq 0, x - 2y \geq -2, 2x + y \leq 6 \text{ 之條件下,} \\ f(x, y) = x^2 + y^2 \text{ 之最大值為 (A)10 (B)12 (C)9 (D)8}$$

【87 嘉南夜】

$$20. \quad \text{在平面直角坐標系中, } x \geq 0, y \geq 0, 3x + y \leq 3 \text{ 及 } 2x + 3y \leq 6, \\ \text{則 } x + y \text{ 的最大值為 (A)3 (B) } \frac{5}{2} \text{ (C) } \frac{15}{7} \text{ (D)2}$$

【88 推甄】

$$21. \quad \text{設一函數 } f(x) = (x^2 + 4x + 5)(x^2 - 2x - 3), \text{ 若 } f(x) < 0, \text{ 則 } x \text{ 之} \\ \text{範圍為 (A) } 1 < x < 5 \text{ (B) } -5 < x < -1 \text{ (C) } 1 < x < 3 \text{ (D) } -1 < x < 3$$

## 【88 推甄】

22. 三直線  $L_1: x - y + 2 = 0$  ,  $L_2: 2x + 3y + 9 = 0$  ,  
 $L_3: 8x + 3y - 27 = 0$  圍成  $\triangle ABC$  。若  $P(3, a)$  在  $\triangle ABC$  內部，則  $a$  的  
 範圍為 (A)  $-4 < a < 3$  (B)  $-5 < a < 1$  (C)  $-2 < a < 4$   
 (D)  $-3 < a < 2$

## 【88 保甄工】

23. 滿足  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ 2x + 3y - 26 \leq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \end{cases}$  的條件下， $f(x, y) = x - 2y$  的最小值為  
 (A) -4 (B) -8 (C) -12 (D) -16

## 【88 保甄商】

24. 若  $|2x - 5| < 3$ ，則  $x$  的範圍為 (A)  $0 < x < 2$  (B)  $0 < x < 3$   
 (C)  $1 < x < 4$  (D)  $2 < x < 5$

## 【88 日工】

25. 滿足不等式  $(x - 1)(x + 2)(x - 3) < 0$ ， $x$  的範圍為  
 (A)  $-1 < x < 1$  或  $x > 3$  (B)  $x > 3$  (C)  $x < -2$  或  $1 < x < 3$   
 (D)  $-2 < x < 1$

## 【88 日商】

26. 不等式  $5x - 4 < x^2 < 2x + 3$  之解為 (A)  $-1 < x < 3$  (B)  $x < 1$  或  
 $x > 4$  (C)  $x < 3$  或  $x > 4$  (D)  $-1 < x < 1$

## 【88 北夜】

27. 不等式  $(x - 1)(1 - 2x) \geq 0$  之解為 (A)  $\{x | x \geq 1\}$

$$(B) \left\{ x \mid \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \right\} \quad (C) \left\{ x \mid x \leq \frac{1}{2} \right\} \quad (D) \left\{ x \mid x \leq \frac{1}{2} \text{ 或 } x \geq 1 \right\}$$

## 【88 北夜】

28.  $x, y$  為實數，若  $x^2 + y^2 = 52$ ，當  $(x, y)$  為何時， $3x + 2y$  為最  
 大值？ (A)  $(x, y) = (6, 4)$  (B)  $(x, y) = (4, 6)$  (C)  $(x, y) = (7, \sqrt{3})$

$$(D) (x, y) = (\sqrt{3}, 7)$$

【88 北夜】

29. 設  $x, y$  為正數，且  $x + y = 5$ ，則  $x^2y$  之最大值為 (A)  $\frac{125}{9}$

(B)  $\frac{500}{9}$  (C)  $\frac{125}{27}$  (D)  $\frac{500}{27}$

【88 中夜】

30. 若方程式  $x^2 + (k+1)x + 1 = 0$  之兩根為相異實數，則  $k$  之範圍為  
(A)  $k \geq 3, k \leq -1$  (B)  $k > 3, k < -1$  (C)  $k < -3, k > 1$  (D)  $-3 \leq k \leq 1$

【88 嘉南夜】

31. 滿足不等式  $\frac{2x-3}{2} < \frac{4x+3}{3}$  之最小整數為 (A) -9 (B) -8 (C) -7  
(D) -5

【89 推甄工、商】

32. 滿足聯立不等式  $\begin{cases} 3x+2y \geq 6 \\ x+2y \geq 4 \end{cases}$  之解的圖形沒有通過第幾象限？ (A) I (B) II (C) III (D) IV

【89 推甄工】

33. 不等式之  $\frac{2x+1}{x-1} - 1 < 0$  解的範圍是 (A)  $x < -2$  (B)  $x > -2$   
(C)  $-2 < x < 1$  (D)  $x < -2$  或  $x > 1$

【89 日工】

34.  $x$  為實數，不等式  $|3x+2| > |2x+1|$  的解為 (A)  $-1 < x < -\frac{3}{5}$   
(B)  $x < -\frac{5}{6}$  或  $x > -\frac{2}{3}$  (C)  $-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{2}$  (D)  $x < -1$  或  $x > -\frac{3}{5}$

【89 日商】

35. 在坐標平面上，設 S、T 為不等式  $|x| + 3|y| \leq 7$  之圖形上的任意二點，則 S 與 T 的最大距離為 (A) 42 (B) 14 (C) 8 (D) 6

【89 北夜】

36.  $x \in R$ ，若  $x^2 - 2x - 3 > 0$  之解集合為 A， $x^2 + bx + c \leq 0$  之解集

合為  $B$ ，若  $A \cup B = R, A \cap B = \{x | 3 < x \leq 4\}$ ，則  $b + c$  (A)-7 (B)6  
(C)-5 (D)8

【89 中夜】

37. 設  $a, b, c > 0$ ，則  $(a + 2b + 3c)\left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c}\right)$  之最小值為 (A)30  
(B)36 (C)41 (D)42

【89 嘉南夜】

38. 設  $x, y$  滿足不等式  $2 \leq x \leq 5, x + y \leq 8, y \geq 0$ ，試求  
 $f(x, y) = 2x - y + 3$  的最小值？ (A)-10 (B)13 (C)6 (D)1

【90 學測工】

39. 在坐標平面上，不等式  $\frac{x+y-6}{2x-y-6} \leq 0$  的解集中滿足  
 $0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 2$  區域的面積為多少？ (A)3 (B)5 (C)7 (D)9

【90 學測商】

40. 已知  $x, y$  為實數且滿足不等式  
 $x \geq 0, y \geq 0, 4x + 3y \geq 18, x + 3y \geq 9$ ，則  $x + y$  的最小值為何？ (A)4  
(B)5 (C)6 (D)9

【91 學測工】

41. 已知  $4 < (2x - 3)^2 < 25$ ，試求  $x$  的範圍為何？ (A)  $-1 < x < \frac{5}{2}$   
(B)  $-\frac{3}{2} < x < -1$  或  $\frac{5}{2} < x < 4$  (C)  $-1 < x < 4$  (D)  $-1 < x < \frac{1}{2}$  或  
 $\frac{5}{2} < x < 4$

【91 學測商】

42. 設  $a, b$  為實數，若不等式  $ax^2 - 4x + b < 0$  之解為  $-\frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$ ，  
則  $a + b =$  (A)  $-\frac{1}{2}$  (B)  $-\frac{1}{4}$  (C)  $-\frac{1}{6}$  (D)  $-\frac{1}{8}$

【92 學測工】

43. 設  $x \geq 0, y \geq 0, 3x + y \leq 30, x + 2y \leq 20$  的條件下，函數  
 $f(x, y) = 4x + y$  的最大值為 (A)30 (B)38 (C)40 (D)80

【92 學測商】

44. 在坐標平面上，滿足  $x + y \geq -2, x - 2y \geq -2, x \leq 2$  不等式組的區域面積為何？ (A)12 (B)20 (C)24 (D)28

【93 學測工】

45. 不等式  $|3x - 5| < 9$  的解為整數者共有多少個？ (A)3  
(B)4 (C)5 (D)6

【93 學測商】

46. 在坐標平面上，滿足  $|x| \leq y \leq 8$  的區域面積為何？  
(A)16 (B)32 (C)64 (D)128

【94 學測工】

47. 若不等式  $ax^2 + bx + c < 0$  之解為  $1 < x < 2$ ，則不等式  $bx^2 + cx + a \geq 0$  的整數解有幾個？ (A)1 (B)2 (C)3  
(D)4

【94 學測商】

48. 在坐標平面上，滿足不等式組  $5x + 2y \leq 180, x + y \leq 45, x \geq 0, y \geq 0$  的區域面積為何？  
(A)270 (B)675 (C)945 (D)1620

【94 學測商】

49. 設  $x, y, z$  均為正整數，若  $x + 2y + 3z = 9$ ，則  $xyz$  的最大值為何？ (A)3 (B)4 (C)5 (D)6

【94 學測商】

50. 下列何者與不等式  $|x - 4| < 8$  的解相同？  
(A)  $(x + 4)(x - 12) > 0$  (B)  $(x - 4)(x + 12) > 0$   
(C)  $(x + 4)(x - 12) < 0$  (D)  $(x - 4)(x + 12) < 0$

【95 學測工】

51. 在坐標平面上，不等式方程組  $y \leq x + 2, x \leq 0, y \geq 0$  的區域面積為何？ (A)1 (B)2 (C)3 (D)4

【95 學測商】

52. 若  $f(x) = 4|x + 1| + 3|2x - 1|$ ，則  $f(x)$  的最小值為何？

(A)3 (B)4 (C)6 (D)9

【96 學測工】

53. 下列何者為不等式  $|x+5| \geq |2-x|$  的解？ (A)  $-\frac{3}{2} \leq x \leq 2$

(B)  $x \geq -\frac{3}{2}$  (C)  $-5 \leq x \leq 0$  (D)  $x \geq -5$

【96 學測工】

54. 滿足聯立不等式  $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ x + y \leq 20 \\ x - y \geq -10 \end{cases}$  的條件下，試求  $3y - x$  的最大值

(A)10 (B)20 (C)30 (D)40

【96 學測商】

55. 求聯立不等式  $\begin{cases} |x+y| \leq 8 \\ |x-y| \leq 8 \end{cases}$  之圖形區域面積為何？ (A)64

(B)86 (C)100 (D)128

【96 學測商】

歷屆試題：

～解答～

1. Ⓑ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 4. Ⓓ 5. Ⓓ 6. Ⓐ 7. Ⓓ 8. Ⓑ 9. Ⓔ 10. Ⓒ  
11. Ⓐ 12. Ⓓ 13. Ⓑ 14. Ⓒ 15. Ⓐ 16. Ⓒ 17. Ⓒ 18. Ⓓ 19. Ⓒ 20. Ⓒ  
21. Ⓓ 22. Ⓑ 23. Ⓑ 24. Ⓒ 25. Ⓒ 26. Ⓓ 27. Ⓑ 28. Ⓐ 29. Ⓓ 30. Ⓒ  
31. Ⓒ 32. Ⓒ 33. Ⓒ 34. Ⓓ 25. Ⓑ 36. Ⓐ 37. Ⓑ 38. Ⓓ 39. Ⓐ 40. Ⓑ  
41. Ⓓ 42. Ⓐ 43. Ⓒ 44. Ⓐ 45. Ⓓ 46. Ⓒ 47. Ⓑ 48. Ⓒ 49. Ⓑ 50. Ⓒ  
51. Ⓑ 52. Ⓒ 53. Ⓑ 54. Ⓓ 55. Ⓓ