直線方程式 1

- 距離與分點公式
- 直線之斜率
- 直線方程式
- 兩直線交角
- 點與直線之關係
- 重點回顧
- 歷屆試題

主題一　距離與分點公式

1. 距離公式：

平面上兩點 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$ 間之距離為

$$\overline{p_1p_2}=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

2. 分點公式：

平面上三點 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$，$p(x,y)$，且 $\frac{\overline{p_1p}}{\overline{pp_2}}=\frac{m}{n}$

(1)若 P_1-P-P_2，則 $x=\frac{mx_2+nx_1}{m+n},y=\frac{my_2+ny_1}{m+n}$

(2)若 P_1-P_2-P，則 $x=\frac{mx_2-nx_1}{m-n},y=\frac{my_2-ny_1}{m-n}$

3. 中點公式：

平面上相異兩點 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$之中點坐標

$$m\left[\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right]$$

4. 重心公式：

ΔABC三項點之坐標分別爲$(x_{1,}y_1),(x_{2,}y_2),(x_{3,}y_3)$，則此三角型之重心坐標為

$$G\left[\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right]$$

5. 面積公式：

ΔABC中$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),C(x_3,y_3)$，則其面積為 $\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix}x_1 & y_1\\ x_2 & y_2\\ x_3 & y_3\\ x_1 & y_1\end{matrix}\right\|$

教師解析

試求 $A(-1,6),B(4,-6)$ 兩點之間的距離。

解：

自我挑戰

1. 試求 $A(7,3),B(5,7)$ 兩點之間的距離。
2. 以 $A(-1,4),B(2,1),C(3,2)$ 為項點之
ΔABC 之形狀為何？周長為何？

設 A,B,C 為平面上共線上之三點，且 C 介於 A,B 之間，已知 $A(2,-3),B(9,4)$ 且
$3\overline{AC}=4\overline{BC}$，試求G點的座標 。

解：

3. 設 A,B,C 為平面上共線上之三點 ， 且 $A-B-C$ ，已知
$A(-5,1),B(1,7)$ 且 $\overline{AC}=3\overline{BC}$ 試
求Ｃ點的坐標。
4. 設 $A(-2,1),B(3,2)$ 為−二定點，Ｐ為 $\overline{AB}$ 上一點，且
$\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}}=\frac{2}{3},G$ 試求Ｐ點的坐標。

平行四邊形 $ABCD$ 中，已知 $A(-1,1)$，$B(-8,2)$，$C(0,2)$，試求D點的坐標。

解：

5. 平行四邊形 $ABCD$ 中，已知 $A(3,2)$，$B(-1,5)$，$C(-3,7)$，試求D點的坐標。

6. 已知一平行四邊形之三點坐標為 $(-3,2)$，$(5,-4)$，$(4,1)$，試求第四點之坐標。

設 ΔABC 中，$A(4,-2)$，$\overline{AB}$ 之中點為 $M(2,3)$，已知 ΔABC 之重心為 $G(0,-1)$，試求B點與C點之坐標。

解：

7. 設 $A(4,6)$，$M(-3,5)$，若M為 $\overline{AB}$ 之中點，試求B點之坐標。

8. 設 $A(0,0)$，$B(7,2)$，$C(11,10)$，試求 ΔABC 之重心坐標。

設 ΔABC 的三項點為 $A(1,1)$，$B(2,3)$，$C(4,5)$，試求 ΔABC 之坐標。

解：

9. 設 ΔABC 的三項點為 $A(5,2)$，$B(-1,1)$，$C(-3,6)$，試求 ΔABC 之面積。

10. 設 $A(3,1)$，$B(-2,4)$，$C(1,k)$，為一三角形之三項點，若此三角形之面積為 23，試求 k 之值。

作業研究

1. 兩點 $P(1,3)$ ，$Q(4,-1)$ 間之距離為Ⓐ $\sqrt{29}$ Ⓑ $\sqrt{5}$ Ⓒ２５Ⓓ５。

2. $(0,4)$ 與 $\left\{2\cos\frac{7\pi}{2},2\sin\frac{7\pi}{2}\right\}$ 兩點之間的距離為Ⓐ $\sqrt{7}$ Ⓑ $\sqrt[2]{7}$

Ⓒ $\sqrt[3]{7}$ Ⓓ $\sqrt[4]{7}$ Ⓔ６。

3. 設點 $P(x,y)$ 與三點 $(0,0)$ ，$(0,2)$ ，$(1,0)$ 等距離，則點 $P(x,y)$ 為

Ⓐ $(1,1)$ Ⓑ $\left\{1,\frac{1}{2}\right\}$ Ⓒ $\left\{\frac{1}{2},1\right\}$ Ⓓ $\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\}$ 。

4. 點 $(-4,3)$ 分兩點 $(1,-2)$ 與 $(-6,5)$ 之連線段所成比為Ⓐ $3:2$ Ⓑ $5:2$
Ⓒ $2:5$ Ⓓ $2:3$ 。

5. 設 $A(2,1)$ ，$B(7,3)$ ，$C(6,-13)$ ，在 ΔABC 內部一點Ｐ，此點與三頂點之連線段分 ΔABC 為三個等面積三角形，則Ｐ之坐標為
Ⓐ $(5,2)$ Ⓑ $(5,3)$ Ⓒ $(5,-2)$ Ⓓ $(5,-3)$ 。

6. 設 $A(2,3)$ ，$B(-3,1)$ ，$\overline{AB}$ 交ｙ軸於Ｃ，$\overline{AC:BC}$ Ⓐ $1:2$ Ⓑ $2:3$

Ⓒ $3:4$ Ⓓ $2:5$ 。

～解答～

自我挑戰

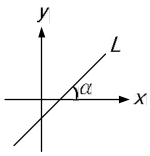
1. $2\sqrt{26}$
2. 直角三角形；$4\sqrt{2}+2\sqrt{5}$
3. $(4,10)$
4. $\left\{0,\frac{7}{5}\right\}$
5. $(1,4)$
6. $(-2,-3)$，$(12,-5)$，$(-4,7)$
7. $(-10,4)$
8. $(6,4)$
9. １６
10. -7 或 $\frac{57}{5}$

作業研究：1. Ⓓ 2. Ⓔ 3. Ⓒ 4. Ⓑ 5. Ⓓ 6. Ⓑ

主題二　直線之斜率

1.　斜角：

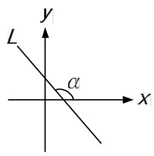
直線與 x 軸正向所成之正角稱為斜角 a，且 $0 \le a < \pi$



L:右上左下

$0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$

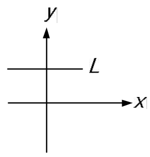
m>0



L:左上右下

$\dfrac{\pi}{} < \alpha < \pi$

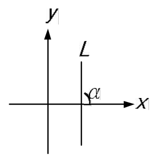
M < 0



L:鉛錘線

$\alpha = \dfrac{\pi}{2}$

M 不存在



L:水平線

$\alpha = 0$

M=0

2.　斜率：

(1)直線之斜率為 a ， $m = \tan a$

(2)直線過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 兩點， $m = \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

(3)直線方程式為 $ax + by + c = 0$， $m = -\dfrac{a}{b}$

(4)直線 L 與 x 軸平行，則 $a = 0$ ， $m = 0$

(5)直線 L 與 x 軸垂直，則 $a = \dfrac{\pi}{2}$ ，無斜率

3.　平行直線：

(1)二直線 L_1 與 L_2 為不與 x 軸垂直之相異二直線，則

$$L_1 // L_2 \Leftrightarrow m_{L_1} = m_{L_2}$$

(2)凡與 $ax + by + c = 0$ 平行之直線皆可寫成 $ax + by + c' = 0$ 之形式，其中 $c' = c$

4.　垂直直線：

(1) 二直線 L_1 與 L_2 為不與 x 軸垂直之相異二直線，則

$$L_1 \perp L_2 \Leftrightarrow m_{L_1} \times m_{L_2} = -1$$

(2) 凡與 $ax + by + c = 0$ 垂直之直線皆可寫成 $bx - ay + c' = 0$ 之形式

5. 截距：

直線 $L: ax+by+c=0$ 之 x 截距為 $-\frac{c}{a}, y$之截距爲 $-\frac{c}{b}$

(1)直線 L之x截距爲a ，表示 L 經過點 $(a,0)$

(2)直線 L之y截距爲b ，表示 L 經過點 $(0,b)$

教師解析

試求 $A(-3,4),B(2,-1)$ 為平面上兩點，試求直線 $\overline{AB}$ 的斜角與斜率。

解：

自我挑戰

1. 若一直線通過 $(2,a)$ 與 $(1-a,3)$ 且其斜率為２，試求 a 之值。

2. 若一直線通過 $(1,\sqrt{3}-4)$ 與 $(1,\sqrt{3},\sqrt{3}-3)$ 兩點，試求此直線的斜角與斜率。

求 y＝1－3x 之斜率？

解：

3. 2x+3y－4＝0 之斜率為？

4. 求 2x－3y+4＝0 之斜率？

已知直線 $3x+ay+k=0$ 之斜率為 $\frac{1}{2}$，且通過 $(4,1)$，試求 a，k 之值。

解：

設 $A(5,4)$，$B(a,1)$，$C(-3,-2)$ 三點共線，
試求 a 之值。

解：

5. 設 a、b 為實數，且 $ab\neq 0$，試求直線
$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 之斜率。

6. 若直線 $x+ay+b=0$ 的斜率為 1，y 截距
為−2，試求 a、b 之值。

7.. 設 $A(5,2)$，$B(a,7)$，$C(0,-2)$ 三點共線，
試求 a 之值。

8.. 設 $A(3,-2)$，$B(-3,4)$，$C(a,-1)$ 三點共線，試求 a 之值。

試求直線 $2x+3y-6=0$ 之 x 截距與 y 截距。

解：

9. 試求直線 $3x-4y+12=0$ 之 x 截距與 y 截距。

10. 試求直線 $x+3y-11=0$ 之 x 截距與 y 截距。

設 $A(3,2)$，$B(7,a)$，$C(-1,8)$，$D(b,-2)$，已知 A、B、C，三點共線，且 $\overleftrightarrow{BD}\perp\overleftrightarrow{AC}$，試求 a、b 之值。

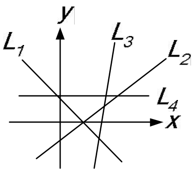
解：

11. 設 $A(3,2)$，$B(7,a)$，$C(-1,8)$，$D(b,-2)$，已知 A、B、C，三點共線，且 $\overleftrightarrow{AB}\perp\overleftrightarrow{CD}$，試求 a、b 之值。

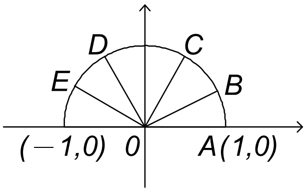
12. 設 $A(3,2)$，$B(7,a)$，$C(1,-8)$，$D(b,-2)$，已知 A、B、C，三點共線，且 $\overleftrightarrow{BD}\perp\overleftrightarrow{AC}$，試求 a、b 之值。

如圖四條直線 L_1、L_2、L_3、L_4 斜率分別為 m_1、m_2、m_3、m_4，試判斷其大小順序。

解：



13. 如圖以 $\overline{0A}=1$ 為半徑的半圓上包含 $\overline{0A}$、$\overline{0B}$、$\overline{0C}$、$\overline{0D}$、$\overline{0E}$ 之直線斜率分別為 m_1、m_2、m_3、m_4、m_5 試比較大小。



A(−2,−3)、B(2,−1)、C(−1,5)，則△ABC 為何種三角形？

14. A(−2,−2)、B(1,1)、C(3,−1)，則△ABC 為何種△？

15. A(−3,0)、B(−1,1)、C(1,−1)，則△ABC 為何種三角形？

作業研究

1. 設 $A(5,k)$ ，$B(k,3)$，若 $\overleftrightarrow{AB}$ 之斜角為 $\frac{\pi}{4}$ ，則ｋ之值為Ⓐ１Ⓑ２Ⓒ３Ⓓ４。

2. 若 $A(a,5)$ ，$B(1,3)$，$C(-2,1)$ 三點共線，則ａ之值為Ⓐ１Ⓑ２Ⓒ３Ⓓ４。

3. 直線 $4x+2y-5=0$ 之斜率為Ⓐ $\frac{5}{2}$ Ⓑ２Ⓒ $\frac{4}{5}$ Ⓓ -2 。

4. 設 $A(3-9),B(-2,6)$，則下列何點與 $\overleftrightarrow{AB}$ 共線？Ⓐ $(2,4)$ Ⓑ $(-1,5)$ Ⓒ $(6,-7)$ Ⓓ $(-1,3)$ 。

5. 方程式 $3x+2y+6=0$ 之斜率為Ⓐ $\frac{3}{2}$ Ⓑ $\frac{2}{3}$ Ⓒ $-\frac{3}{2}$ Ⓓ $-\frac{2}{3}$ 。

6. $x\log 2+y\log 8=\log 24$ 為直線方程式，則其斜率為Ⓐ $\frac{1}{4}$ Ⓑ $-\frac{1}{4}$ Ⓒ $\frac{1}{3}$ Ⓓ $-\frac{1}{3}$ 。

7. 設 $A(3,k)$ ，$B(k,-2)$ ，$C(5,3)$ ，$D(2,1)$ ，若 $\overleftrightarrow{AB}$ 與 $\overleftrightarrow{CD}$ 平行，則ｋ之值為Ⓐ0　Ⓑ−1
Ⓒ −2 Ⓓ −3

8. 下列何點與 $(2,13)$ 、$(0,-5)$ 共線？Ⓐ $(7,14)$ Ⓑ $(3,6)$ Ⓒ $(1,4)$ Ⓓ $(0,5)$ 。

9. 已知兩直線 $L_1:3x+2y+4=0$ 與 $L_2:ax+2y+1=0$ 互相垂直，則ａ之值為Ⓐ $-\frac{1}{3}$ Ⓑ $-\frac{2}{3}$ Ⓒ $-\frac{4}{3}$ Ⓓ -1 。

10. 以之一直線之斜率為 −3 且平行於直線 $2x+my-1=0$，則ｍ之值為Ⓐ $\frac{1}{3}$ Ⓑ $\frac{2}{3}$ Ⓒ 1 Ⓓ $\frac{3}{2}$ 。

～解答～

自我挑戰

1. -5
2. $m=-\frac{\sqrt{3}}{3}, a=150°$
3. m=$-\frac{2}{3}$
4. m=$\frac{2}{3}$
5. $-\frac{b}{a}$
6. a = -1 , b = -2
7. $a=\frac{45}{4}$
8. 2
9. x截距為-4，y截距為3
10. x截距為11，y截距為$\frac{11}{3}$
11. a = - 4 , b = -16
12. a = 22 , b = 127
13. $m_4 < m_5 < m_1 < m_2 < m_3$
14. 直角三角形
15. 鈍角三角形

作業研究:1. Ⓓ 2. Ⓓ 3. Ⓓ4. Ⓓ 5. Ⓒ 6. Ⓓ 7. Ⓐ8. Ⓒ 9. Ⓒ 10. Ⓑ

主題三　直線方程式

一.　直線方程式

1. 一般式：$ax+by+c=0$
2. 點斜式：過點(x_1,y_1)且斜率為m之直線方程式為
   $y-y_1=m(x-x_1)$
3. 兩點式：過已知兩點(x_1,y_1)、$B(x_2,y_2)$之

（1）　當$x_1\neq x_2$時直線方程式$y-y_1=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}(x-x_1)$

（2）　當$x_1=x_2$時直線方程式$x-x_1=0$

4. 截距式：x截距為a，y截距為b之直線方程式為$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$
5. 斜截式：斜率為m，y截距為b之直線方程式為$y=mx+b$
6. 參數式：

（1）　$P(x_1,y_1)$為直線$L:ax+by+c=0$上一點，則L之參數是為

$$\begin{cases} x=x_1+bt \\ y=y_1-at \end{cases}\quad t\in R$$

（2）　過相異兩點$(x_1,y_1),(x_2,y_2)$之直線L之參數式為

$$\begin{cases} x=x_1+(x_2-x_1)t \\ y=y_1+(y_2-y_1)t \end{cases}\quad t\in R$$

二.　直線系

1. 設直線$L:ax+by+c=0\ (a^2+b^2\neq 0)$

（1）　平行L之直線方程式設為$ax+by+k=0$

（2）　垂直L之直線方程式設為$bx-ay+k=0$

2. 過兩直線$L_1:a_1x+b_1y+c_1=0$與$L_2:a_2x+b_2y+c_2=0$之交點的直線方程式為
   $a_1x+b_1y+c_1+k(a_2x+b_2y+c_2)=0$

教師解析

試求過點 $(-1,2)$ 且斜角為 $\frac{\pi}{6}$ 之直線方程式。

解：

試求過 $(1,-3)$ 與 $(-1,3)$ 兩點之直線方程式。

解：

自我挑戰

1. 試求過點 $(-2,-3)$ 且斜角為 $\frac{2\pi}{3}$ 之直線方程式。
2. 試求過點 $(2,-1)$ 且與 x 軸成 150° 之直線方程式。
3. 試求過 $(-3,5)$ 與 $(2,-1)$ 兩點之直線方程式。
4. 試求過 $(-3,6)$ 與 $(1,2)$ 兩點之直線方程式。

試求斜率為-3，y截距為5之直線方程式。

解：

5. 試求斜角為$150°$，y截距為-1之直線方程式。
6. . 試求斜角為$150°$，y截距為２之直線方程式。

試求x 截距為２，y 截距為 -3 之直線方程式。

解：

7. 試求x截距為 -1，y 截距為 -2 之直線方程式。
8. 試求過（ 2 ， -5 ）且其兩軸截距相等均不為 0 之直線方程式。

試求過點 $(-3,1)$，且與直線 $x-3y+1=0$ 垂直之直線方程式。

9. 試求過點 $(3,5)$，且與直線 $2x+3y-1=0$ 垂直之直線方程式。

10. 試求過點 $(3,1)$，且與直線 $4x+5y-6=0$ 垂直之直線方程式。

試求過點 $(-3,1)$，且與直線 $x-3y+1=0$ 平行之直線方程式。

解：

11. 試求過點 $(3,5)$，且與直線 $2x+3y-1=0$ 平行之直線方程式。

12. 試求過點 $(3,1)$，且與直線 $4x+5y-6=0$ 平行之直線方程式。

試求直線 L：x－3y＝4 在兩軸上的截距及與兩軸所圍成的三角形面積？

解：

13. 直線 3x－8y－24＝0 與兩軸所成之三角形面積為？

14. 直線斜率 2，且與二軸所成三角形面積 9，求直線？

設 A(－1,5)、B(3,－7)、C(4,5)試求

(1)直線 $\overline{AB}$

(2) $\overline{AB}$ 之垂直平分線

(3)△ABC 中，$\overline{BC}$ 邊上的高方程式

解：

15. △ABC，A(4,2)、B(－2,4)、C(－6,－4)，則 $\overline{BC}$ 所在之中線方程式為何？

16. P(2,－1)、Q(1,3)，求 $\overline{PQ}$ 之垂直平分線？

作業研究

1. 過點(-1,2)且與 2x+3y+7=0 平形的直線方程式為Ⓐ $2x+3y-4=0$
Ⓑ $3x-2y+7=0$ Ⓒ $3x+2y+7=0$ Ⓓ $2x+9y+4=0$。

2. 已知 A(3 , 3)，B(-3 , 5)，則過點(-3 , 2)且與 $\overleftrightarrow{AB}$ 平行的
直線方程式為Ⓐ $4x-3y+18=0$ Ⓑ $2x+3y-18=0$ Ⓒ $2x-3y+18=0$ Ⓓ $2x-3y-19=0$。

3. 直線 $L:x+2y+6=0$，另一直線 L' 與 L 垂直且過點（ 1 , -2 ），若
L' 之方程式為 $ax+by+c=0$，則 a + b + c = Ⓐ -3 Ⓑ 5 Ⓒ 3
Ⓓ -6 。

4. 設 A(2 , 1)，B(-1 , 4)，C(1 , -2)，則過 C 點且與 $\overleftrightarrow{AB}$ 垂
直之直線方程式為Ⓐ $x+y+1=0$ Ⓑ $x-y-3=0$ Ⓒ $2x+y-1=0$ Ⓓ $2x-y+4=0$。

5. 設 $\overline{AB}$ 的兩端點為 A(-1 ,3)與 B(1 ,7)，若直線 x + ay + b = 0 為 $\overline{AB}$ 的垂直平分線，則 a + b 之值為Ⓐ 7 Ⓑ -7 Ⓒ 8 Ⓓ -8 。

6. 已知三直線
$L_1:6x-y-23=0, L_2:2x+y-9=0, L_3:2x-7y+27=0$，則過
L_1 與 L_2 的交點，且與 L_3 垂直的直線方程式為 Ⓐ $7x+2y-30=0$
Ⓑ $-7x-2y-30=0$ Ⓒ $-7x-2y+15=0$ Ⓓ $7x+2y+15=0$。

7. . 已知直線 L 之 x 截距為 6，y 截距為 3，則下列何者正確？
Ⓐ 直線 L 之斜率大於零 Ⓑ直線 L 之方程式為 x + 2y = 12
Ⓒ 直線 L 之方程式為 2x+ y =12 Ⓓ直線 L 之方程式為 x + 2y = 6。

8. 設一直線與直線 3x － 2y ＋ 7 ＝ 0 垂直，且它的二截距何為 8，則

此直線方程式為Ⓐ $15x+10y-48=0$ Ⓑ $5x+3y-16=0$ Ⓒ $3x+5y=16$

Ⓓ $10x+15y-48=0$。

9. 3x － y ＋ 3 ＝ 0 與兩軸所圍三角形面積為Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ 1 Ⓒ $\frac{3}{2}$ Ⓓ 2。

10. xy 平面上(-1 , 4) 與 (2 , 3)兩點連線的垂直平分線程式為

Ⓐ $3x-y-2=0$ Ⓑ $3x-y+2=0$ Ⓒ $3x+y+2=0$ Ⓓ $3x+y-2=0$。

～解答～

自我挑戰

1. $\sqrt{3x}+y+\sqrt[2]{3}+3=0$
2. $x+\sqrt{3}y-2+\sqrt{3}=0$
3. $6x+5y-7=0$
4. $x+y-3=0$
5. $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x-1$
6. $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+2$
7. $2x+y+2=0$
8. $x+y+3=0$
9. $3x-2y+1=0$
10. $5x-4y-11=0$
11. $2x+3y-21=0$
12. $4x+5y-17=0$
13. 12 平方單位
14. $2x-y+6=0$，$2x-y-6=0$
15. $x-y-2=0$
16. $2x-4y+5=0$

作業研究：1. Ⓐ 2. Ⓐ 3. Ⓐ 4. Ⓑ 5. Ⓓ 6. Ⓐ 7. Ⓓ 8. Ⓓ 9. Ⓒ 10. Ⓑ

主題四　兩直線交角

1.　兩直線之交角

(1)設兩直線

L_1,L_2 之斜率分別為 m_1,m_2 ,其交角為 θ,(另一交角為 $\pi-\theta$) ，則

$$\tan\theta=\pm\frac{m_1-m_2}{1+m\ \ m_2}$$

(2)設兩直線 $L_1:a_1x+b_1y+c_1=0$ ， $L_2:a_2x+b_2y+c_2=0$ ，則

$$\tan\theta=\pm\frac{a_1b_2-a_2b_1}{a_1a_2+b_1b_2}$$

2.　兩直線之關係

兩直線 $L_1:a_1x+b_1y+c_1=0$ ， $L_2:a_2x+b_2y+c_2=0$

(1) $L_1 // L_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$

(2) $L_1=L_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$

(3) $L_1\perp L_2 \Leftrightarrow a_1a_2+b_1b_2=0$

3.　三線共點

(1)兩兩聯立求得

(2)若三直線 $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \\ a_3x+b_3y+c_3=0 \end{cases}$ 共點，則 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=0$

教師解析

求兩直線 $x+4y-13=0$ 與
$3x-5y+11=0$
相交之夾角。

解：

已知兩直線之斜率分別為
$\frac{3}{4}$與7 試求此兩直線之交角。

解：

自我挑戰

1. 求兩直線 $\sqrt{3x}+y=\sqrt{3}$ 與 $\sqrt{3x}-y+1=0$ 相交之夾角。
2. 求兩直線 $4x+3y-7=0$ 與 $7x-y+2=0$ 相交之夾角。
3. 已知兩直線之斜率分別為 $-\sqrt{3}$與$-\frac{1}{\sqrt{3}}$ 試求此兩直線之交角。
4. 已知兩直線之斜率分別為 2與-3 試求此兩直線之交角。

兩直線
$L_1: kx+(k^2-k+2)y=3k-4$ 與
$L_2: (k-1)x+(k^2-3k+4)y$
$=(k-1)^2$
，分別求（１）$L_1 // L_2$（２）$L_1 \perp L_2$時之K值。
解：

5 若兩直線 $L_1: kx+2y-3=0$ 與
$L_2: (k-1)x-3y+5=0$ 互相垂直，試求k
之值。

6. 若兩直線
$L_1: 2x+(a-2)y+2=0$ 與
$L_2: (a+1)x+2y+4=0$ 互相平行，試求a
之值。

已知直線過 $3x+2y+1=0$ 與 $2x-3y+2=0$
之交點且過原點，試求此直線方程式。
解：

7. 試求過兩直線 $2x+y+1=0$ 與 $x-2y+1=0$
之交點，且與直線 $4x-3y-7=0$ 平行之直線方程式。

8. 不論 m 為任何實數，直線 $(m-1)x-(2+m)y-m+2=0$ 恆過一定點，試求此定點之坐標。

若$\begin{cases} L_1: 4x+(2a-1)y-8=0 \\ L_2: (a+2)x+3y+3=0 \end{cases}$

(1)當 $L_1 // L_2$，則 $a=$？

(2)當 $L_1 \perp L_2$，則 $a=$？

(3)當 $L_1 = L_2$，則 $a=$？

解：

9. 若 $x-ay=2$ 與 $ax-4y=4$ 表兩平行線，則 $a=$？

10. L_1：$ax-6y=-3$、L_2：$2x+(a-7)y=5$，若 $L_1 \perp L_2$，求 a？

若三直線 $2x-y-3=0$、$ax+y-5=0$、$x+ay-4=0$ 交於一點，則 $a=$？

解：

11. 三直線 $ax+2y+8=0$、$x-y+3=0$、$2x+y-6=0$ 交於一點，則 $a=$？

12. L_1：$4x+y=4$、L_2：$ax+y=2$、L_3：$2x-3ay=4$，若此三直線無法形成三角形，則 $a=$？

作業研究

1. 直線 $4x + 3y - 7 = 0$ 與 $7x - y + 2 = 0$ 之夾角為 Ⓐ $30°,150°$ Ⓑ $45°,135°$ Ⓒ $60°,120°$ Ⓓ $15°,165°$ 。

2. 過點 $(1,3)$ 且與直線 $2x - y + 6 = 0$ 所夾角之度量為 $45°$ 之直線方程式可為Ⓐ $x-3y+8=0$ Ⓑ $7x-y=0$ Ⓒ $x-y=0$ Ⓓ $3x-y=0$ 。

3. 與 $2x + y - 1 = 0$ 夾角成 $45°$ 角之直線斜率為Ⓐ 1 Ⓑ 3 Ⓒ $\frac{1}{3}$ Ⓓ -3 。

4. 已知二直線 $2x - 3y - 4 = 0$ 與 $3x + y - 6 = 0$ 之交角為 θ，則 $\sin\theta$ =Ⓐ $\frac{3}{11}$ Ⓑ $\frac{11\sqrt{130}}{130}$ Ⓒ $\frac{5}{11}$ Ⓓ $\frac{12\sqrt{130}}{130}$ 。

5. 不論 k 為任何實數，直線 $(3 + 2k)x + (k - 1)y - 2(11 + 9k) = 0$ 恆過一定點，則此定點之坐標為Ⓐ $(8,2)$ Ⓑ $(4,3)$ Ⓒ $(2,1)$ Ⓓ $(-2,-3)$ 。

～解答～

自我挑戰

1. $60°,120°$
2. $45°,135°$
3. $30°,150°$
4. $45°,135°$
5. ３，－２
6. －２
7. $4x-3y+3=0$
8. $\left(\frac{4}{3},\frac{1}{3}\right)$
9. ± 2
10. $\frac{21}{2}$
11. -16
12. $\frac{5\pm\sqrt{61}}{6}$

作業研究：1. Ⓑ 2. Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓑ 5. Ⓐ

主題五　點與直線之關係

1. 點與直線之距離：

   點 $P(x_0, y_0)$ 到直線 $L: ax+by+c=0$ 之距離為

   $$d=\left|\frac{ax_0+by_0+c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$$

2. 兩平行線之距離：

   兩平行線 $L_1: ax+by+c_1=0$ 與 $L_2: ax+by+c_2=0$ 間之距離為

   $$d=\frac{c_1-c_2}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

3. 設 $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$ 表兩平行線，則

   (1)以兩個十字交乘法因式分解

   (2) $\begin{vmatrix} 2a & b & d \\ b & 2c & e \\ d & e & 2f \end{vmatrix}=0$

4. 交角平分線：

   若 L_1：$a_1x+b_1y+c_1=0$ 與 L_2：$a_2x+b_2y+c_2=0$ 互不平行，則 L_1 與 L_2 之交角平分線為 $\dfrac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}}=\pm\dfrac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$

5. 在坐標平面上，已知兩點 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 與直線

   $L: ax+by+c=0$ 則

(1)若 $(ax_1+by_1+c)(ax_2+by_2+c)>0$，則 A 、 B 兩點在直線 L 的同側

(2)若 $(ax_1+by_1+c)(ax_2+by_2+c)<0$，則 A 、 B 兩點在直線 L 的異側

（3）若 $(ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) = 0$，則Ａ、Ｂ至少有一點的直線Ｌ上

教師解析

試求點 $(-3,2)$ 到直線 $3x-4y-3=0$ 之距離。

解：

自我挑戰

1. 試求點 $(4,2)$ 到直線 $5x+12y-5=0$ 之距離。
2. 試求點 $(2,3)$ 到直線 $3x-4y+5=0$ 之距離。

試求兩平行線 $3x+y+7=0$ 與 $3x+y-2=0$ 間之距離。

解：

3. 試求兩平行線 $3x+4y+4=0$ 與 $6x+8y-27=0$ 間之距離。
4. 試求兩平行線 $3x-4y+k=0$ 與 $3x-4y-6=0$ 間之距離。

設兩直線 $x-y-2=0$，$2x+y-4=0$ 之交點為 P，試求點 P 到直線 $3x+4y+9=0$ 之距離。

解：

5. 設 P 點為 $(5,7)$ 與 $(-3,-5)$ 兩點之中點，試求 P 點到直線 $4x+3y+3=0$ 之距離。

6. 設 L 是由兩點 $(0,2\sqrt{3})$，$(6,0)$ 所連成的直線，試球 L 與原點之距離。

求 L_1：$2x+3y-6=0$，L_2：$3x+2y+1=0$ 之交角平分線？

解：

7. L_1：$3x-4y-1=0$，L_2：$8x+6y+5=0$ 之交角平分線。

8. 求 L_1：$x+y=0$，L_2：$x-y=0$ 之交角平分線？

A(2,－1)、B(－3,4)、L：x－y+3＝0，若$\overline{AB}$與 L 交於 P，則$\overline{AP}$：$\overline{BP}$＝？

解：

9. A(－3,4)、B(1,－2)、L：2x+3y－4＝0，若$\overline{AB}$交 L 於 P，求$\overline{AP}$：$\overline{BP}$＝？

10. A(1,3)、B(－6,1)、L：x+y+3＝0，若$\overline{AB}$與 L 交於 P，求$\overline{AP}$：$\overline{BP}$＝？

已知$A(4,-2)$、$B(1,3)$兩點在直線 L：$x-2y+k=0$的異側，試求 k 的範圍。

解：

11. 已知$A(2,0)$、$B(-3,5)$，若$\overline{AB}$與直線$L:2x-y+k=0$不相交，試求 k 範圍。

作業研究

1. 直線Ｌ過$(0,2\sqrt{2})$並通過第三象限，且與原點之距離為２，則Ｌ之方

程式為Ⓐ $x-y+2\sqrt{2}=0$ Ⓑ $x-\sqrt{2}y+4=0$ Ⓒ $\sqrt{2}x-y+4=0$

Ⓓ $x+y-2\sqrt{2}=0$。

2. 設拋物線 y = x^2 與直線 y = 2x + 3 相交於Ｐ, Ｑ兩點，則$\overline{PQ}$之

中點至直線$3x+4y-3=0$之距離為Ⓐ４Ⓑ５Ⓒ６Ⓓ７。

3. 兩平行線 2x + y + 4 = 0 與 4x + 2y − 5 = 0 之距離為Ⓐ$\frac{9\sqrt{5}}{5}$ Ⓑ$\frac{7\sqrt{5}}{5}$

Ⓒ$\frac{9\sqrt{5}}{10}$ Ⓓ$\frac{13\sqrt{5}}{10}$。

4. 點(14 , 2)到直線 3x + 2y + 6 = 0 之距離為Ⓐ$2\sqrt{13}$ Ⓑ$8\sqrt{3}$ Ⓒ$7\sqrt{5}$ Ⓓ$4\sqrt{13}$。

5. 已知自點 (１ , １)至直線 $3x+4y+k=0$之距離為２，若ｋ＞０，

則ｋ之值為Ⓐ５Ⓑ２Ⓒ３Ⓓ２。

6. 兩平行線$4x^2-4xy+y^2+6x-3y-4=0$間的距離為Ⓐ$\sqrt{5}$ Ⓑ５Ⓒ２ Ⓓ$2\sqrt{5}$。

7. 若 y = mx − 3 與$\overline{AB}$相交，其中$A(-1,2)$、$B(4,3)$，則ｍ之範圍為 Ⓐ$-5\le m\le\frac{3}{2}$ Ⓑ$-\frac{3}{2}\le m\le -5$ Ⓒ$m\ge\frac{3}{2}$或$m\le -5$ Ⓓ$m\ge 5$或$m\le -\frac{3}{2}$。

～解答～

自我挑戰

1. ３
2. $\frac{1}{3}$
3. $\frac{7}{2}$
4. ４，－１６
5. ２
6. ３
7. 2X+14Y+7=0，14X-2Y+3=0
8. X 軸，Y 軸
9. 2：8
10. 7：2
11. K＜-4，K＞11

作業研究：1.Ⓐ 2.Ⓐ 3.Ⓓ 4.Ⓓ 5.Ⓒ 6.Ⓐ 7.Ⓒ

重點回顧

兩點之間的距離公式

$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，則 $\overline{AB}=\sqrt{(x_1-x_2)+(y_1-y_2)^2}$

分點公式

$P_1(x_1,y_1),P_2(x_2,y_2)$， $P(x,y)\in\overline{P_1P_2}$ ，且

$\overline{P_1P}:\overline{PP_2}=m:n$ ，則 $x=\dfrac{mx_2+nx_1}{m+n},y=\dfrac{my_2+ny_2}{m+n}$

中點公式

$P_1(x_1,y_1),P_2(x_2,y_2)$， $P(x,y)$ 為 $\overline{P_1P_2}$ 之中點，

則 $x=\dfrac{x_2+x_1}{2}$ ， $y=\dfrac{y_2+y_1}{2}$

重心公式

$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),C(x_3,y_3)$，則△ABC 之重心坐標為

$$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

面積公式

$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),C(x_3,y_3)$，則△ABC 之面積為 $\dfrac{1}{2}\left\|\begin{matrix}x_1 & y_1\\ x_2 & y_2\\ x_3 & y_3\\ x_1 & y_3\end{matrix}\right\|$

斜率公式

斜率m

- ✧ 斜角$a,m=\tan a$
- ✧ 過兩點(x_1,y_1),$(x_2,y_2),m=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$
- ✧ 直線 ax + by + c = 0， $m=-\dfrac{a}{b}$
- ✧ $L_1\perp L_2\Leftrightarrow m_1\times m_2=-1$
- ✧ $L_1 // L_2\Leftrightarrow m_1=m_2$

直線方程式

- ✧ 點斜式：$y-y_1=m(x-x_1)$
- ✧ 兩點式：$y-y_1=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}(x-x_1)$
- ✧ 截距式：$\dfrac{x}{a}+\dfrac{x}{b}=1$
- ✧ 斜截式：$y=mx+b$
- ✧ 參數式：
  - ■ 過直線 $ax+by+c=0$ 上一點

    $(x_1,y_1)\Rightarrow\begin{cases}x=x_1+bt\\ y=y_1-at\end{cases}\ t\in R$
  - ■ 過 $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ 兩點

    $\Rightarrow\begin{cases}x=x_1+(x_2-x_1)t\\ y=y_1+(y_2-y_1)t\end{cases}\ \mathrm{t}\in\mathrm{R}$

二直線之交角為 θ

- ✧ 二直線之斜率分別為 m_1,m_2，則

  $\tan\theta=\pm\dfrac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}$
- ✧ 二直線方程式分別為 $a_1x+b_1y+c_1=0$，

  $a_2x+b_2y+c_2=0$，則 $\tan\theta=\pm\dfrac{a_1b_2-a_2b_1}{a_1a_2+b_1b_2}$

兩直線 $L_1:a_1x+b_1y+c_2=0$，

$L_2:a_2x+b_2y+c_2=0$

- ✧ $L_1 // L_2 \Leftrightarrow \dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}\neq\dfrac{c_1}{c_2}$
- ✧ $L_1=L_2 \Leftrightarrow \dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}=\dfrac{c_1}{c_2}$
- ✧ $L_1\perp L_2 \Leftrightarrow a_1a_2+b_1b_2=0$

點 (x_0, y_0) 至直線 $ax+by+c=0$ 之距離

$$d=\left|\frac{ax_0+by_0+c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$$

兩平行線 $ax+by+c_1=0$ 與 $ax+by+c_2=0$ 之距離

$$d=\left|\frac{c_1-c_2}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$$

歷屆試題

1. 已知 $P(1,5)$與 $Q(-3,9)$ 兩點，則線段 $\overline{PQ}$ 的垂直平分線為？Ⓐ x － y ＋ 8 ＝ 0　Ⓑ 2 x ＋ y −5 ＝ 0 Ⓒ x － 2y ＋ 15 ＝ 0 Ⓓ x ＋ y － 6 ＝ 0 。
【85 保甄】

2. 設 P 點為 $(5,7)$點及 $(-3,-5)$ 點之中點，則 P 點至直線 4x ＋ 3y ＝ −3 距離為Ⓐ１Ⓑ$5\sqrt{2}$Ⓒ３Ⓓ $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$ Ⓔ２。
【85 日工】

3. 設直線Ｌ通過點（ −1 ， −5 ）且斜角為 135°，則Ｌ之方程式為Ⓐ x ＋ y ＋ 1 ＝ 0　Ⓑ x － y － 5 ＝ 0 Ⓒ 2x ＋ y － 1 ＝ 0 Ⓓ x － 2y － 8 ＝ 0 Ⓔ　2x － y － 7 ＝ 0 。
【85 日工】

4. 平面上兩點 P(3 ， 2)，Q(−1 ， 0)，直線Ｌ的方程式為 x ＋ y － 2 ＝ 0 若線段 $\overline{PQ}$ 與直線Ｌ交於Ｒ，則 $\overline{PR}:\overline{RQ}=$Ⓐ2:3 Ⓑ2:1 Ⓒ1:1 Ⓓ1:2。
【85 日商】

5. 設兩直線 y ＝ mx ＋ 1 與 y ＝ － 2x ＋ 9 之夾角為 45°，且此兩直線之斜率異號，則 m 之值為
Ⓐ−3 Ⓑ3 Ⓒ$-\dfrac{1}{3}$ Ⓓ$\dfrac{1}{3}$。【85 日商】

6. 直線（ 2 ＋ 1)x ＋（ k ＋ 2)y ＋（ 5k ＋ 4 ）＝ 0，不論 k 是什麼實數，此直線必通過下列何點？
Ⓐ(−1,－ 2)Ⓑ(1 ， 2)Ⓒ(－ 2 ， － 1)Ⓓ(2 ， 1)。
【85 日商】

7. 設兩平行線 3x － 4y ＋ k ＝ 0，3x － 4y ＝ 6 的距離是 2，則 k 有兩解，此兩解的和為
Ⓐ 12 Ⓑ −12 Ⓒ 8 Ⓓ −8 。
【85 日商】

8. 設 A(2 , 1),B(3 , 2),則下列哪一條直線與 $\overleftrightarrow{AB}$ 平行?

Ⓐ3x + y + 2 = 0 Ⓑ3x − y + 2 = 0 Ⓒx + 3y + 1 = 0 Ⓓx − 3y − 1 = 0。

【85 二夜】

9. 在坐標平面上,若直線 L 與直線 3x − 2y − 1 = 0 垂直,且其 x,y 截距之和為8,則直線 L 之方程式為Ⓐ10x + 15y + 48 = 0 Ⓑ10x + 15y − 48 = 0 Ⓒ2x − 3y + 48 = 0 Ⓓ 2x − 3y − 48 = 0 。

【85 二夜】

10. 過點(3 , 1)且與 4x + 5y − 6 = 0 垂直之直線方程式為Ⓐ5x − 4y + 11 = 0 Ⓑ5x − 4y − 11 = 0 Ⓒ4x + 5y − 17 = 0 Ⓓ2x − y − 5 = 0 。

【86 保甄】

11. 點 A=(2 , 0),點 B(0 , 2)且 C 為線段 $\overline{AB}$ 之中點,則 C 點之極坐標為Ⓐ $\left(2,\frac{\pi}{4}\right)$ Ⓑ $\left(\sqrt{2},\frac{\pi}{4}\right)$ Ⓒ $\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$ Ⓓ $\left(\sqrt{2},\frac{\pi}{3}\right)$ Ⓔ $\left(2\sqrt{2},\frac{\pi}{4}\right)$。

【86 日工】

12. 已知三點 A= (4 , 3),B = (2 , −3),C = (−1 , −3),△ABC 之面積為Ⓐ9Ⓑ10Ⓒ11Ⓓ12。

【86 日工】

13. 設兩直線 $L_1:2x+5y-10=0$,$L_2:5x+2y-10=0$,則下列何者正確?ⒶL_1 與 L_2 之交點為(0 , 5)Ⓑ L_1 與 L_2 平行Ⓒ 為 L_1 與 x 軸不相交Ⓓ L_1 與 L_2 垂直ⒺL_1 與 L_2 之交點再第一象限。

【86 日工】

14. 設值線 3x + ay = b 過點(2 , 3)且與直線 x − 2y + 3 = 0 平行,a − b 之值Ⓐ−2Ⓑ0Ⓒ2Ⓓ4Ⓔ6。

【86 二日】

15. 設點（2，3）作一直線方程式為 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1(a<0,B>0)$，則此直線與坐標相交，所為成一個面積為3的三角形，則 a + 2b 之值等於Ⓐ $-2+2\sqrt{5}$ Ⓑ $-3+2\sqrt{5}$ Ⓒ $-4+2\sqrt{5}$ Ⓓ $-5+2\sqrt{5}$。

【86 日商】

16. 空間中，點 P(-1，2，-3)到平面 x + 4y - 3z + 10 = 0 的距離為Ⓐ $\sqrt{26}$ Ⓑ26Ⓒ1 Ⓓ $\frac{1}{\sqrt{26}}$。

【86 二夜】

17. 坐標平面上，兩直線 3x + 2y = 6，x - y = -1 以及 x 軸所圍成的三角形面積為Ⓐ $\frac{27}{10}$ Ⓑ $\frac{21}{10}$ Ⓒ $\frac{8}{5}$ Ⓓ $\frac{12}{5}$。

【86 二夜】

18. 若 $6x^2+13xy+6y^2-7x-3y+a=0$ 為兩條' 交之直線，則 a=Ⓐ6Ⓑ-6Ⓒ-3Ⓓ-2。

【87 保甄工】

19. 當 A(2，1)、B(2，3)、C(3，1)，求一斜率為1的直線L，使得A、B、C到L之距離總和為最小，則L為Ⓐy = xⒷy = x+1Ⓒy = x-1Ⓓy = x $-\sqrt{2}$。

【87 保甄工】

20. A(1，2)、B(4，3)，求 $\overline{AB}$ 在直線 4x + 3y = 5 上的投影長度為Ⓐ1Ⓑ $\sqrt{2}$ Ⓒ $\sqrt{5}$ Ⓓ $\sqrt{10}$。

【87 保甄工】

21. 若坐標平面刻度為公里，綠軍由駐地(1，2)以每小時3公里速度沿直線方向往預定的決戰點(10，14)行進以佈署作戰，下列何者為正確？Ⓐ兩小時後，綠軍位置在 $\left(\frac{23}{5},\frac{34}{5}\right)$ Ⓑ綠軍的行進路線可以方程式：4x + 3y = 10Ⓒ綠軍由駐地至決戰點花時間為3小時Ⓓ決戰點距駐地25公

里。 【87 保甄商】

22. 設點 A(5 , 3)，點 B = (2 , −6)，且M是$\overline{AB}$線段的中點，若M的坐標為(x , y)，
則下列何者錯誤？Ⓐ M再第四象限 Ⓑ x−y>0 Ⓒ x+y>5 Ⓓ x×y<10 。 【87 日工】

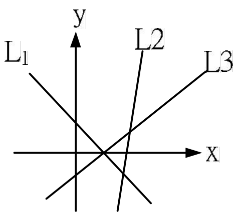
23. 在直角系中有3條線 L_1、L_2、L_3，其斜率分別為 m_1、m_2、m_3，如右圖，下列何者正確？

Ⓐ $m_1>m_2>m_3$

Ⓒ $m_2\times m_3<0$

Ⓑ $m_1<m_2<m_3$

Ⓓ $m_1\times m_2<0$



【87 日工】

24. 已知直線 L_1 經過點(−2 , 2)，(3 , 2)，直線 L_2 經過點(−1 , −1)，(2 , 2)，下列何者是 L_1 與 L_2 的交角？Ⓐ 30° Ⓑ 45° Ⓒ 60° Ⓓ 75° 。【87 日工】

25. 直線 L 經過(0 , 4)，(3 , 2)，則 L 與原點(0 , 0)的距離為Ⓐ $\sqrt{2}$ Ⓑ 2 Ⓒ $2\sqrt{2}$ Ⓓ 4。【87 日工】

26. 設兩直線 $L_1:3x-8y=12$，$L_2\,2x+6y-1=0$ ，則下列何者正確？Ⓐ $L_1 // L_2$ Ⓑ L_1 與 L_2 之最短距離為 3 Ⓒ $L_1 \perp L_2$ Ⓓ L_1 與 L_2 之交點在第 3 象限。【87 日工】

27. 設直線 L 之方程式為 3x − 8y = 12，則下列何者錯誤？Ⓐ L 之斜率為 $\frac{3}{8}$ Ⓑ L 不經過第二項限 Ⓒ L 與 x 軸、y 軸所圍之面積為 6 平方單位 Ⓓ 過點(4 , 0)且與 L 垂直之垂直線方程式為 8x + 3y = 32。

【87 日工】

28. 平面上 3 點 P(k , 5)、Q(1 , 3)、R(−2 , 1)，若 P、Q、R 三點共線，則 K 之值為？Ⓐ 7 Ⓑ 6 Ⓒ 5 Ⓓ 4。

【87 日商】

29. 設直線 L 經過 P(1 , 2)，Q(3 , 1)二點，直線 L′ 經過 R(3 , a)，S(2 , 0)，若 L 與 L′ 互相垂直，則 a 之值為Ⓐ 3 Ⓑ 2 Ⓒ $\frac{3}{2}$

Ⓓ $\frac{3}{4}$ 。

【87 日商】

30. 坐標平面上一點在直線 L_1 滑動，橫坐標每增加１，則縱坐標減少３，L_2 為另一條垂直 L_1 的直線，試求 L_2 之斜率？Ⓐ 3 Ⓑ -1 Ⓒ $\frac{1}{3}$ Ⓓ $\frac{1}{3}$ 。

【87 北夜】

31. 設△ABC 之三頂點 A、B、C 之坐標分別為(100 , 100 , 101)，(99 , 99 , 99)，(98 , 99 , 98)，則三角形△ABC 之面積為Ⓐ $\sqrt{3}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓒ 3 Ⓓ $\frac{2}{3}$ 。

【87 北夜】

32. 設一平行四邊形△ABC，已知 A(3 , 4)，B(2 , 5)，C(-1 , -2)，則 D 為Ⓐ $(-4,3)$ Ⓑ $(0,-3)$ Ⓒ $(-3,4)$ Ⓓ $(2,1)$ 。

【87 嘉南夜】

33. 已知平行四邊形的兩邊在直線 2x + 3y - 7 = 0 與 x - 3y + 4 = 0 上面，一頂點為(1 , 0)，則另兩邊所在直線方程式分別為

Ⓐ $2x+3y+5=0$ 與 $x-3y+2=0$

Ⓑ $2x+3y-5=0$ 與 $x-3y-2=0$

Ⓒ $2x+3y+5=0$ 與 $x-3y-2=0$

Ⓓ $2x+3y-5=0$ 與 $x-3y+2=0$ 。

【88 推甄】

34. 已知△ABC 三點為 A(-3 , 1)、B(2 , 5)、C(4 , -5)，則△ABC 的面積為Ⓐ28Ⓑ29Ⓒ30Ⓓ31。

【88 推甄】

35. 設一直線 L 的方程式為 x － 2y ＋ 5 ＝ 0，若同一平面上，有另一直線與 L 平行，且通過一點 $\left(\frac{1}{2},1\right)$，則此直線方程式為Ⓐ $2x+y-2=0$ Ⓑ $x-2y=0$ Ⓒ $2x-4y+3=0$ Ⓓ $2x+4y-5=0$ 。

【88 推甄】

36. 設 A(2 , 3)、B(5 , 5)，P 為 y 軸上一點，則 $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2$ 之最小值為Ⓐ53Ⓑ31Ⓒ13Ⓓ5。

【88 保甄工】

37. 直線 L 經過 $A(0,2\sqrt{2})$，並通常第三象限，且 L 與原點的距離為 2，則 L 的方程式為Ⓐ $x-y+2\sqrt{2}=0$ Ⓑ $x-\sqrt{2}y+4=0$ Ⓒ $\sqrt{2}x-y+4=0$ Ⓓ $x+y-2\sqrt{2}=0$ 。

【88 保甄工】

38. 設 $P_1(1,1)$，$P_2(-2,-1)$，直線 x ＋ y ＋ 1 ＝ 0 與 $\overline{P_1P_2}$ 交於 P 點，則 $\overline{P_1P}:\overline{P_2P}$ =Ⓐ1:1Ⓑ3:2Ⓒ2:1Ⓓ2:3。

【88 保甄商】

39. 設 M ＞ 0，且 y ＝ mx ＋ 2 與 $|x|+|y|=1$ 的圖形洽交於一點，則 m ＝

Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ1Ⓒ2Ⓓ $\frac{3}{2}$ 。

【88 保甄商】

40. 在直角坐標平面上，點 A(2 , −3)，點 B(−4 , −1)，則 $\overline{AB}$ 之中點與 x 軸之距離為Ⓐ1Ⓑ2Ⓒ3Ⓓ4。

【88 日工】

41. 設點 A(2 , 1)，點 B(−1 , 4)，點(1 , −2)，則過 C 點且與 $\overline{AB}$ 垂直之直線方程式為Ⓐ $x+y+1=0$ Ⓑ $x-y-3=0$ Ⓒ $2x+y-1=0$ Ⓓ $2x-y+4=0$ 。

【88 日工】

42. 直線 ax ＋ by ＋ c ＝ 0 垂直於直線 2x ＋ 3y － 6 ＝ 0，且交

點為(−3 , 4)，若 C=17，則 a + b = Ⓐ1Ⓑ0Ⓒ−1Ⓓ−2。

【88 日商】

43. 以 $P_1(0,1), P_2(4,6), P_3(5,3)$ 為頂點之三角形面積為Ⓐ $\frac{17}{2}$ Ⓑ9Ⓒ $\frac{19}{2}$ Ⓓ10。

【88 日商】

44. 設 k 為實數，由點 P(2 , −1)至直線 2x − y + k = 0 的最短距離為 $3\sqrt{5}$ ，則 k 值為Ⓐ10Ⓑ15Ⓒ20Ⓓ−15。

【88 北夜】

45. 設 A(−1 , 1)，B(−8 , 2)和 C(0 , −2)為坐標平面上三點，已知□ABCD 唯一平行四邊形，則 D 點坐標為Ⓐ(−7, 3)Ⓑ(−6, 4)
Ⓒ(8, 2)Ⓓ(7, 1)。

【88 北夜】

46. 已知平面上三點 A(1 , 1)，B(2 , 3)，C(4 , 5)，則△ABC 之面積為Ⓐ2Ⓑ $\frac{3}{2}$ Ⓒ1Ⓓ $\frac{1}{2}$ 。

【88 北夜】

47. 三直線分別為 $L_1: x-2y+3$，$L_2: 2x+3y=0$，$L_3: ax-y-1=0$，若這三直線共一點，則 a = Ⓐ $\frac{13}{9}$ Ⓑ $-\frac{13}{9}$ Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ $-\frac{1}{2}$ 。

【88 中夜】

48. 設 $L_1: 2x+y=1$，$L_2: x-ay=2$，$L_3: 2x-y=3$，$L_4: bx+4y=4$ 為四直線，其中 a 與 b 均為實數。若 L_1 與 L_2 平行，且 L_3 與 L_4 平行，則 ab =？Ⓐ４Ⓑ3Ⓒ２Ⓓ１。

【94 統一入學】

49. 兩平行線 5x − 12y = 14 與 −5x + 12y = 38 之間的距離為

何？Ⓐ４Ⓑ13Ⓒ24Ⓓ52。

【94 統一入學】

50. 若 A(6 , 3)與 B(-4 , 5)為坐標平面上的兩點，則通過$\overline{AB}$線段中點，且與直線 3x + 5y - 29 = 0 垂直的直線方程式為何？Ⓐ5x+3y−17=0Ⓑ5x+3y+7=0Ⓒ5x−3y−17=0Ⓓ5x−3y+7=0。

【94 統一入學】

51. 在坐標平面上，若$L:\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$為一直線，試求點(16 , 6)至 L 的距離？Ⓐ１Ⓑ$\frac{22}{5}$Ⓒ$\frac{22}{7}$Ⓓ１2。

【95 統一入學】

52. 設 P(2 , 4)與 Q(4 , 2)為坐標平面上之兩點，試求線段$\overline{PQ}$的垂直平分線方程式？Ⓐx+y−3=0Ⓑx+y=0Ⓒx−y−3=0Ⓓx−y=0。

【95 統一入學】

53. 在座標平面上，三直線 x - y = 0、x - 2y = 8、x = 0 所圍城之三角形面積為何？Ⓐ8Ⓑ16Ⓒ32Ⓓ64。

【95 統一入學】

54. 若直線 4x + 3y - 4 = 0 的斜角為θ，則$\cos\theta=$？Ⓐ$\frac{3}{5}$Ⓑ$\frac{4}{5}$Ⓒ$-\frac{3}{5}$Ⓓ$-\frac{4}{5}$。

【96 統一入學】

55. 已知一直線的 x 截距與 y 截距分別為 2 與 3，則此直線方程式為何？Ⓐ3x+2y=6Ⓑ2x+3y=6Ⓒ3x+2y=1Ⓓ2x+3y=1。

【96 統一入學】

56. 由點(3 , 2)至直線 3x + 4y + 8 = 0 知距離等於Ⓐ6Ⓑ5Ⓒ4Ⓓ3。

【89 日工】

57. 設 L 由兩點 $(0,2\sqrt{3})$、$(6,0)$ 所連成的直線，則 L 與原點之距離為Ⓐ1Ⓑ2Ⓒ3Ⓓ6。

58. 直線 $L: x+2y+6=0$，若有一直線 L' 與 L 垂直且過點(1 , -2)若直線 L' 之方程式為
ax + by + c = 0，則 a + b + c = Ⓐ-3Ⓑ5Ⓒ3Ⓓ-6。

【88 中夜】

59. 設一平面上有一點 A(2 , 3)，其對於直線 $L: x+y=3$ 知對稱點為 $A'(h,k)$，則 h + k 之值為Ⓐ1Ⓑ-2Ⓒ-1Ⓓ0。

【88 嘉南夜】

60. 設一平面上有三點 A(0 , 4)，B(3 , 0)，C(7 , 3) 則△ABC 之 $\overline{AB}$ 上之高度為Ⓐ4Ⓑ5Ⓒ6Ⓓ7。

【88 嘉南夜】

61. 設一平面上有三點 A(x , 3)，B(2 , 0)，C(4 , -2) 在同一直線上，則 k 之值為Ⓐ３Ⓑ２Ⓒ１Ⓓ０Ⓔ-1。

【89 推甄工、商】

62. 已知直線 L 之 x 截距為 6，y 截距為３，則下列敘述何者正確？Ⓐ直線 L 之斜率大於零Ⓑ直線 L 之方程式為 x + 2y = 12Ⓒ直線 L 之方程式為 2x + y = 12Ⓓ直線 L 之方程式為 x + 2y = 6 Ⓔ直線 L 之方程式為 2x + y = 6。

【89 推甄工、商】

63. 已知三角形的三項點為 A(-3 , -4)，B(3 , 4)，C(k , 0) ，且∠BCA=90°，則 k^2 之值為Ⓐ9Ⓑ16Ⓒ25Ⓓ36Ⓔ49。

【89 推甄工】

64. 直線 x = 3y + 5 之斜率為Ⓐ$-\frac{1}{3}$Ⓑ$\frac{1}{3}$Ⓒ-3Ⓓ3Ⓔ1。

【89 推甄商】

65. 平面上兩點 $P_1(3,6)$，$P_2(x,y)$，已知 $\overline{P_1P_2}$ 之中點坐標為(6 , 12)，則 x + y 之值為Ⓐ9Ⓑ12Ⓒ15Ⓓ18Ⓔ27。

【89 推甄商】

66. 若三點 A(-1 , 3)，B(2 , 5)，C(a-2 , a+3)在一直線上，則 a 之值等於Ⓐ-2Ⓑ2Ⓒ-8Ⓓ8。

【89 日工】

67. 設線段$\overline{AB}$的兩端點為 A(-1 , 3)與 B(1 , 7)，若直線 x + ay + b = 0 為$\overline{AB}$的垂直平分線，則 a ＋ b 之值等於Ⓐ７Ⓑ－７Ⓒ８
Ⓓ－８。

【89 日工】

68. 坐標平面上有 $P_1(3,2)$、$P_2(7,a)$、$P_3(-1,8)$、$P_4(b,-2)$，已知 P_1、P_2、P_3、P_4三點共線且$\overline{P_2P_4}$與$\overline{P_1P_3}$相互垂直，則Ⓐa=3，b=-9Ⓑa=-3，b=9
Ⓒa=4，b=-10Ⓓa=-4，b=10。

【89 日商】

69. 在坐標平面上，設直線Ｌ和向量(1 , -2)平行，且Ｌ之ｙ截距為２，則直線Ｌ之方程式為
Ⓐ2x-y+2=0Ⓑ2x+y-2=0Ⓒx+2y-4=0Ⓓx-2y+4=0。

【89 北夜】

70. 已知坐標平面上三直線
$L_1:6x-2y-23=0$，$L_2:2x+y-9=0$，$L_3:2x-7y+27=0$
，則經過L_1與L_2的交點，且與L_3垂直的直線為Ⓐ7x+2y-30=0
Ⓑ-7x-2y+15=0Ⓒ-7x-2y+15=0Ⓓ7x-2y+15=0。

【89 北夜】

71. 一直線過(2 , -3)且在第四象限內與坐標所成△為最小，若此直線為 3x + ay = b，則 a + b=
Ⓐ14Ⓑ10Ⓒ-11Ⓓ-12。

【89 中夜】

72. 設過 A(-1 , 2)，B(3 , -4)，兩點之直線為Ｌ，則下列敘述何者正確？Ⓐ原點到Ｌ的距離為$\sqrt{13}$ⒷＬ與平面坐標軸相稽的兩截距和是５ⒸＬ與圓$(x+2)^2+(y-2)^2=4$相切Ⓓ垂直於Ｌ，且通過(1 , 1)的直線方程式是 2x - 3y + 1 = 0。

【89 中夜】

73. 設 A(−1 , 2)，B(−2 , 9)，C(5 , 16)，則△ABC 之外心座標為Ⓐ(4,10)Ⓑ(6,8)Ⓒ(−2,10)Ⓓ(10,−2)。

【89 嘉南夜】

74. 若 A，B，C 三點的坐標分別為 A(1 , 2)，B(1 , 5)，C(4 , 6)，則△ABC 的三邊長的和為
Ⓐ $3+\sqrt{5}+\sqrt{10}$ Ⓑ $\sqrt{83}$ Ⓒ $8+\sqrt{10}$ Ⓓ14。

【90 學測工、商、護】

75. 試求過點(−3 , 1)且與直線 x − 2y + 3 = 0 平行的直線方程式？Ⓐ2x−4y+7=0Ⓑx−y+4=0Ⓒz−2y+5=0Ⓓx+2y−4=0。

【90 學測工】

76. 已知△ABC 中，頂點 A 的坐標為(−2 , 1)，頂點 B 和 C 位於直線 2x + 3y = 12，試求 $\overline{BC}$
邊上的高？Ⓐ12Ⓑ13Ⓒ $\sqrt{13}$ Ⓓ24。

【90 學測工】

77. 若直線 L: x − y = b 過點 P(a , 3)和 Q(3 , 5)，則 a + b =Ⓐ−1Ⓑ0Ⓒ1Ⓓ2。

【90 學測
商】

78. 若點 P(a , 2)兩點 Q(3 , b)的連線與直線 L: x + y = 0 垂直，則 a + b =Ⓐ−5Ⓑ−3Ⓒ3Ⓓ5。

【90 學測商】

79. 若點 P(1 , a)再第四象限，且與點直線 L：3x + 4y + 3 = 0 的距為 2，則 a =Ⓐ−1Ⓑ−2Ⓒ−3Ⓓ−4。

【90 學測商】

80. y = $f(x)$ 的函數圖形是一通過(1 , 1)，(2 , 3)兩點的直線，則 $f(-1)$ =Ⓐ−3Ⓑ−1Ⓒ1Ⓓ3。

【90 學測護】

81. 坐標平面上兩點 P(1 , 3)和 Q(2 , 5)的直線距離為何？Ⓐ $\sqrt{3}$ Ⓑ $\sqrt{5}$ Ⓒ3Ⓓ5。

【91 學測工、商、護】

82. 已知△ABC 三項點為 A(-1，3)、B(2，1)、C(-3，-1)，若直線 $\overleftrightarrow{AD}$ 平分△ABC 的面積，則直線 $\overleftrightarrow{AD}$ 之方程式為何？
Ⓐ3x+y=0Ⓑ3x−y+6=0Ⓒ6x−y+9=0Ⓓ6x+y+3=0。
【91 學測工】

83. 已知直線 L 過點(1，5)，且垂直於直線 2x − 3y + 6 = 0，則 L 與 x 軸的交點坐標為何？
Ⓐ $(-\frac{13}{2},0)$ Ⓑ $(-\frac{7}{3},0)$ Ⓒ $(\frac{13}{3},0)$ Ⓓ $(\frac{17}{2},0)$ 。
【91 學測工】

84. 過點 A(4，-1)且與直線 2x + y − 5 = 0 垂直的直線方程式為何？Ⓐx+y−3=0Ⓑ2x+y−7=0Ⓒx+2y−2=0Ⓓx+2y−4=0。
【91 學測商】

85. 已知 A(2，1)、B(6，3)、C(k，5)三點在坐標平面上無法構成一個三角形，則 k =？Ⓐ8
Ⓑ10Ⓒ12Ⓓ14。
【91 學測商】

86. 已知△ABC 中，點 A 的坐標為(-2，3)，點 B 和點 C 位於直線 4x − 3y + 2 = 0 上，且線段
$\overline{BC}$ 的長度為 4，試問△ABC 的面積為何？Ⓐ4Ⓑ6Ⓒ8Ⓓ10。
【91 學測商】

87. 下列哪個函數的圖形為一直線？Ⓐ $f(x)=x^2+1$ Ⓑ $g(x)=-x^2+2$ Ⓒ $h(x)=-x+1$ Ⓓ $k(x)=-x^3-1$ 。
【91 學測護】

88. 若兩直線 y = 3x + 2 與 y = ax + 3 互相垂直，則 a = Ⓐ -3 Ⓑ $-\frac{1}{3}$ Ⓒ $\frac{1}{3}$ Ⓓ3。
【92 學測工】

89. 若兩點 A(0，0)、B(a，b)對稱於直線 x − 2y = 5，則 a − b= Ⓐ2Ⓑ4Ⓒ6Ⓓ8。
【92 學測工】

90. 若 L:6x + 8y − 3 = 0 為平面上一直線，則下列方程式中何者與 L 平行，且與 L 之距離為 $\frac{5}{2}$？
Ⓐ3x+4y−28=0Ⓑ3x+4y+11=0Ⓒ6x+8y−19=0Ⓓ6x+8y+19=0。
【92 學測工】

91. 已知直線 3x + 4y + 1 = 0 與圓 $x^2+y^2-6y-5=0$ 交於 A、B 兩點，則 $\overline{AB}$ = Ⓐ 2 Ⓑ $2\sqrt{2}$ Ⓒ $2\sqrt{11}$ Ⓓ $4\sqrt{11}$ 。
【92 學測工】

92. 已知平面上三點 A(3 , 4)、B(5 , −2)、C(x , y)共線，且 $\overline{AC}$ 上，若 $\overline{AB}=2\overline{BC}$，則
x + y = Ⓐ−5Ⓑ−1Ⓒ1Ⓓ3。
【92 學測商】

93. 設過點(1 , 2)且平行於 2x + 3y = 1 的直線為 ax + by = 1，則 a − b =Ⓐ $-\frac{1}{8}$ Ⓑ $-\frac{1}{4}$ Ⓒ $\frac{3}{8}$ Ⓓ $\frac{1}{2}$ 。 【92 學測商】

94. 設 P(a , b)，Q(2 , 3)兩點之中點坐標為(−2 , 3)，則 a + b =Ⓐ−4Ⓑ−3Ⓒ3Ⓓ7。 B 【92 學測護】

95. 設直線 L 的 x 截距為 2，y 截距為−3，則 L 之方程式為Ⓐ $-2x+3y=6$ Ⓑ $-3x+2y=6$ Ⓒ $2x-3y=6$ Ⓓ $3x-2y=6$ 。
【92 學測護】

96. 下列哪一條直線與直線 4x − 2y + 5 = 0 平行？Ⓐ $4x+5y+5=0$ Ⓑ $3x-6y+8=0$ Ⓒ $2x+4y+5=0$ Ⓓ $6x-3y+8=0$ 。
【93 統一入學】

97. 過 P(1 , 6)且與直線 2x + 4y + 5 = 0 垂直的直線為？Ⓐ $2x-y+4=0$ Ⓑ $x-2y+11=0$ Ⓒ $2x+y-8=0$ Ⓓ $4x-2y+5=0$ 。
【93 統一入學】

98. 三直線 2x + 3y − 4 = 0、x = 0、y = 0 間的距離為Ⓐ $\frac{5}{4}$ Ⓑ $\frac{4}{3}$ Ⓒ2Ⓓ $\frac{8}{3}$ 。

【93 統一入學】

99. 兩平行線 $3x + 4y - 7 = 0$ 與 $3x + 4y + 13 = 0$ 間的距離為 Ⓐ $\frac{4}{5}$ Ⓑ 3 Ⓒ 4 Ⓓ 20 。

【93 統一入學】

歷屆試題

～解答～

1.Ⓐ 2.Ⓔ 3.Ⓐ 4.Ⓒ 5.Ⓑ 6.Ⓒ 7.Ⓑ 8.Ⓑ 9.Ⓑ 10.Ⓑ

11.Ⓑ 12.Ⓐ 13.Ⓔ 14.Ⓔ 15.Ⓒ 16.Ⓐ 17.Ⓐ 18.Ⓒ 19.Ⓒ20.Ⓐ

21.Ⓐ 22.Ⓐ 23.Ⓓ 24.Ⓑ 25.Ⓒ 26.Ⓒ 27.Ⓒ 28.Ⓓ 29.Ⓑ 30.Ⓒ

31.Ⓑ 32.Ⓑ 33.Ⓓ 34.Ⓑ 35.Ⓒ 36.Ⓑ 37.Ⓐ 38.Ⓑ 39.Ⓒ 40.Ⓑ

41.Ⓑ 42.Ⓐ 43.Ⓐ 44.Ⓐ 45.Ⓓ 46.Ⓒ 47.Ⓑ 48.Ⓐ 49.Ⓐ 50.D

51.D 52.Ⓓ 53.B 54.C 55.A 56.B 57.C 58.A 59.A 60.B

61.E 62.D 63.C 64.B 65.E 66.A 67.D 68.D 69.B 70.A

71.B 72.D 73.A 74.C 75.Ⓒ 76.C 77.A 78.D 79.D 80.A

81.B 82.D 83.Ⓒ 84.D 85.B 86.Ⓑ 87.C 88.B 89.C 90.Ⓑ

91.Ⓒ 92.C 93.Ⓐ 94.B 95.Ⓓ 96.Ⓓ 97.A 98.B 99. C