2010 高毅甲 數學 3-1 考試卷　____年____班　座號：_____　姓名：_________

一、非選題：每格 8 分、共 104 分

1. (1) 平面上，設 $A(-5, 2)$、$B(1, -1)$、$C(7, 3)$，若點 D 滿足 $\overrightarrow{DA}+2\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{0}$，求 D 點之坐標。
   (2) 設 $\overrightarrow{a}=(x+2y, 5)$，$\overrightarrow{b}=(4, 2x+y)$，若 $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{b}$，試求 x、y 之值。

答案：(1) $(3, \frac{3}{2})$；(2) $x=2$，$y=1$

解析：(1) 設 $D(a, b)$，

則 $(-5-a, 2-b)+2(1-a, -1-b)+$
$3(7-a, 3-b)=(0, 0)$

$\Rightarrow (18-6a, 9-6b)=(0, 0)$

$\Rightarrow 18-6a=0$ 且 $9-6b=0$，

故 $a=3$，$b=\frac{3}{2}$，即 $D(3, \frac{3}{2})$

(2) $\begin{cases} x+2y=4 \\ 5=2x+y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2y=4 \\ 2x+y=5 \end{cases}$，得 $x=2$，$y=1$

編號：0301-00001

難易度：易

出處：配套

認知歷程向度：了解

2. (1) 設 $\overrightarrow{a}=(6, 3)$，$\overrightarrow{b}=(-1, t)$，若 $\overrightarrow{a}\ //\ \overrightarrow{b}$，求實數 t 之值。
   (2) 已知 $\overrightarrow{OA}=(x-1, 5)$，$\overrightarrow{OB}=(2, 3)$，$\overrightarrow{OC}=(7, 2x+5)$，若 A、B、C 三點共線，試求實數 x 之值。

答案：(1) $-\frac{1}{2}$；(2) 4 或 -2

解析：(1) $\overrightarrow{a}\ //\ \overrightarrow{b} \Rightarrow \frac{6}{-1}=\frac{3}{t}$，得 $t=-\frac{1}{2}$

(2) $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=(x-3, 2)$，

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}=(5, 2x+2)$

A、B、C 三點共線

$\Rightarrow \overrightarrow{BA}\ //\ \overrightarrow{BC} \Rightarrow \frac{x-3}{5}=\frac{2}{2x+2}$

$\Rightarrow (x-3)(2x+2)=10$，

$x^2-2x-8=0$，$(x-4)(x+2)=0$，

故 $x=4$ 或 -2

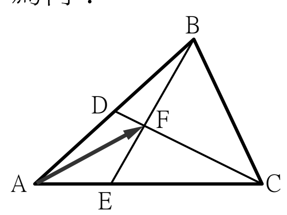
編號：0301-00002

難易度：易

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

3. $\triangle ABC$ 中，D 為 $\overline{AB}$ 中點，E 在 $\overline{AC}$ 上且 $\overline{AE}:\overline{EC}=1:2$，已知 $\overline{BE}$ 與 $\overline{CD}$ 交於 F，且 $\overrightarrow{AF}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，求 x、y 之值為何？



答案：$x=\frac{2}{5}$，$y=\frac{1}{5}$

解析：(1) $\overrightarrow{AF}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}=x\overrightarrow{AB}+3y\overrightarrow{AE}$

$\because B$、F、E 共線 $\Rightarrow x+3y=1$………①

(2) $\overrightarrow{AF}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}=2x\overrightarrow{AD}+y\overrightarrow{AC}$

$\because D$、F、C 共線 $\Rightarrow 2x+y=1$……②

由①②解得 $x=\frac{2}{5}$，$y=\frac{1}{5}$

編號：0301-00006

難易度：易

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

4. 1. 將直線參數式$\begin{cases}x=3+2t\\y=-5-3t\end{cases}$ (t 為實數) 化成一般式，並求其斜率。

2. 已知直線 L：$2x+5y=9$，求 L 的參數式。

答案：1. $3x+2y=-1$，斜率為$-\frac{3}{2}$；2.$\begin{cases}x=t\\y=\frac{9}{5}-\frac{2}{5}t\end{cases}$ (t 為實數)

解析：1. 利用加減消去法消去參數 t。

$\begin{cases}x=3+2t\cdots\cdots\cdots①\\y=-5-3t\cdots\cdots②\end{cases}$

①× 3＋②× 2 得 $3x+2y=-1$，

其斜率為$-\frac{3}{2}$。

2. 設 $x=t$ (t 為實數)，則 $y=\frac{9}{5}-\frac{2}{5}t$，

故 L 的參數式為$\begin{cases}x=t\\y=\frac{9}{5}-\frac{2}{5}t\end{cases}$

(t 為實數)。

另解：在 L 上取兩點 $A(2,1)$，$B(7,-1)$，

則 L 的方向向量為 $\overrightarrow{AB}=(5,-2)$，

故 L 的參數式為$\begin{cases}x=2+5t\\y=1-2t\end{cases}$ (t 為實數)。

編號：0301-00009

難易度：易

出處：課本例題

認知歷程向度：了解

5. 設 $A(3,-1)$、$B(-2,2)$，若 P 點在 $\overline{AB}$ 上，且$\overline{AP}$ ∶ $\overline{PB}=4$∶5，求 P 點坐標。

答案：$(\frac{7}{9},\frac{1}{3})$

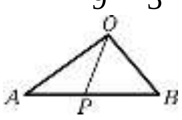
解析：設 O 為原點

則$\overrightarrow{OP}=\frac{5}{9}\overrightarrow{OA}+\frac{4}{9}\overrightarrow{OB}$

$=\frac{5}{9}(3,-1)+\frac{4}{9}(-2,2)$

$=(\frac{7}{9},\frac{1}{3})$

故 $P(\frac{7}{9},\frac{1}{3})$



編號：0301-00083

難易度：易

出處：配套

認知歷程向度：了解

6. 設 A、B、C 為不共線的三點，若$\overrightarrow{AP}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$，求$\frac{\Delta ABP面積}{\Delta ABC面積}$之值。

答案：$\frac{1}{5}$

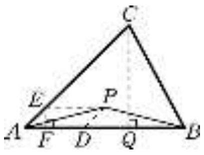
解析：在$\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 上分別取點 D、E，

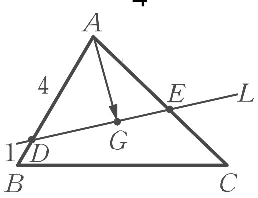
使得$\overrightarrow{AD}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$，

則$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}$

設$\overline{EF}$、$\overline{CQ}$分別為△ABP 與△ABC 的高

則$\frac{\Delta ABP面積}{\Delta ABC面積}=\frac{\overline{EF}}{\overline{CQ}}=\frac{\overline{AE}}{\overline{AC}}=\frac{1}{5}$



編號：0301-00223
難易度：中
出處：配套
認知歷程向度：了解
7.　設 $\overrightarrow{a}=(2,1)$，$\overrightarrow{b}=(x,3)$，且 $(\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b})//(2\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})$，試求 x。
答案：6
解析：$\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}=(2,1)-2(x,3)$
$=(2-2x,-5)$，
$2\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=2(2,1)+(x,3)=(4+x,5)$，
由 $(\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b})//(2\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})$
得 $\dfrac{2-2x}{4+x}=\dfrac{-5}{5}=-1\Rightarrow x=6$。
編號：0301-00227
難易度：中
出處：配套
認知歷程向度：了解
8.　過△ABC 之重心 G 的一直線 L 與 $\overline{AB}$，$\overline{AC}$ 分別交於 D，E，已知 $\overline{AD}:\overline{DB}=4:1$，求 $\overline{AE}:\overline{EC}$。
答案：4：3
解析：∵ G 為△ABC 重心
$\therefore \overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$
$=\dfrac{1}{3}(\dfrac{5}{4}\overrightarrow{AD})+\dfrac{1}{3}(k\overrightarrow{AE})$
$=\dfrac{5}{12}\overrightarrow{AD}+\dfrac{1}{3}k\overrightarrow{AE}$
又 D，G，E 三點共線
$\therefore \dfrac{5}{12}+\dfrac{1}{3}k=1\Rightarrow \dfrac{1}{3}k=\dfrac{7}{12}\Rightarrow k=\dfrac{7}{4}$
故 $\overrightarrow{AC}=\dfrac{7}{4}\overrightarrow{AE}$，則 $\overline{AE}:\overline{EC}=4:3$。


編號：0301-00231
難易度：中
出處：配套
認知歷程向度：了解
9.　已知兩直線 L_1：$\begin{cases}x=2+s\\y=3-s\end{cases}$，$s$ 為實數，L_2：$\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\end{cases}$，$t$ 為實數，求 L_1 與 L_2 之交點坐標。
答案：$(\dfrac{7}{3},\dfrac{8}{3})$
解析：〈法一〉
$\begin{cases}2+s=1+2t\\3-s=2+t\end{cases}\Rightarrow s=\dfrac{1}{3}$，$t=\dfrac{2}{3}$，
所以交點坐標為 $(\dfrac{7}{3},\dfrac{8}{3})$。
〈法二〉
消去 L_1 之參數可得 $x+y=5$，
消去 L_2 之參數可得 $x-2y=-3$，
解聯立方程式 $\begin{cases}x+y=5\\x-2y=-3\end{cases}$
$\Rightarrow (x,y)=(\dfrac{7}{3},\dfrac{8}{3})$。

編號：0301-00233
難易度：中
出處：配套
認知歷程向度：了解