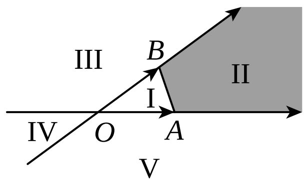
1207 高級甲 3-1 姓名 座號

一、單選題 (5 題)

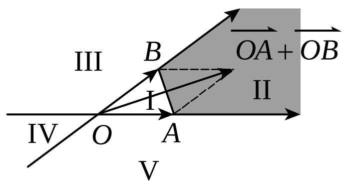
( ) 1.如圖所示，兩直線 OA 與 OB 交於 O 點，則：



向量 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ 終點會落在哪一個區域內? (1) Ⅰ (2) Ⅱ (3) Ⅲ (4) Ⅳ (5) Ⅴ.

解答 2

解析 如下圖，以此題為例，將向量的方向及大小決定好，利用向量加法即可判斷.



( ) 2.設 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 為給定的三向量，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}-\vec{c}$，$\overrightarrow{BC}=2\vec{a}-\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{c}$，$\overrightarrow{CD}=-\vec{b}+\vec{c}$，$\overrightarrow{DE}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$，求 $\overrightarrow{EA}=$ (1) $3\vec{a}-\vec{b}-\frac{1}{3}\vec{c}$ (2) $\vec{a}+2\vec{c}$ (3) $2\vec{a}-\vec{b}-\frac{7}{3}\vec{c}$ (4) $-4\vec{a}+\vec{b}-\frac{5}{3}\vec{c}$ (5) $4\vec{a}-\vec{b}+\frac{5}{3}\vec{c}$.

解答 4

解析 $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}$

$=(\vec{a}-\vec{c})+(2\vec{a}-\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{c})+(-\vec{b}+\vec{c})+(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$

$=4\vec{a}-\vec{b}+\frac{5}{3}\vec{c}$

$\therefore \overrightarrow{EA}=-4\vec{a}+\vec{b}-\frac{5}{3}\vec{c}$

故選(4).

( ) 3.設 ABC 為坐標平面上一三角形，P 為平面上一點且 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$，則 $\frac{\triangle ABP\text{面積}}{\triangle ABC\text{面積}}$ 等於 (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{2}{5}$ (4) $\frac{1}{2}$ (5) $\frac{2}{3}$.

解答 3

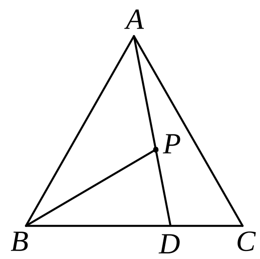
解析 作直線 AP 交直線 BC 於 D，因 A、P、D 三點共線，所以可設 $\overrightarrow{AD}=k\overrightarrow{AP}$，因此 $\overrightarrow{AD}=\frac{k}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2k}{5}\overrightarrow{AC}$，

又因 B、D、C 三點共線，所以 $\frac{k}{5}+\frac{2k}{5}=1$，解得 $k=\frac{5}{3}$，

因此 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ 且 $\overline{AP}:\overline{PD}=3:2$，

由向量的分點公式知 $\overline{BD}:\overline{DC}=2:1$，

則△ABP 面積 $=\frac{3}{5}$△ABD 面積 $=\frac{3}{5}(\frac{2}{3}$△ABC 面積$)=\frac{2}{5}$△ABC 面積，故選(3).



( ) 4.已知 $\overrightarrow{AB}=(4,3)$，$\overrightarrow{BC}=(0,-6)$，則△$ABC$ 的周長為 (1) $11+\sqrt{97}$ (2) 16 (3) $11+\sqrt{18}$ (4) $\sqrt{61}$ (5) $\sqrt{158}$.

解答 2

解析 $|\overrightarrow{AB}|=5$，$|\overrightarrow{BC}|=6$，

$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(4,3)+(0,-6)=(4,-3)$ $\Rightarrow$

$|\overrightarrow{AC}|=5$，

$\therefore$ 周長 $=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=16$

故選(2).

( ) 5.坐標平面上有兩向量 $\vec{u}=(5,10)$，$\vec{v}=(-4,2)$.請問下列哪一個向量的長度最大? (1) $-3\vec{u}$ (2) $6\vec{v}$ (3) $-2\vec{u}-5\vec{v}$ (4) $2\vec{u}-5\vec{v}$ (5) $\vec{u}+7\vec{v}$.

解答 1

解析 (1)因為 $-3\vec{u}=(-15,-30)$，所以

$|-3\vec{u}|=\sqrt{(-15)^2+(-30)^2}=\sqrt{1125}$.

(2)因為 $6\vec{v}=(-24,12)$，所以

$|6\vec{v}|=\sqrt{(-24)^2+12^2}=\sqrt{720}$.

(3)因為 $-2\vec{u}-5\vec{v}=(10,-30)$，所以

$|-2\vec{u}-5\vec{v}|=\sqrt{10^2+(-30)^2}=\sqrt{1000}$.

(4)因為 $2\overrightarrow{u}-5\overrightarrow{v}=(30,10)$，所以

$|2\overrightarrow{u}-5\overrightarrow{v}|=\sqrt{30^2+10^2}=\sqrt{1000}$.

(5)因為 $\overrightarrow{u}+7\overrightarrow{v}=(-23,24)$，所以

$|\overrightarrow{u}+7\overrightarrow{v}|=\sqrt{(-23)^2+24^2}=\sqrt{1105}$.

故選(1) .

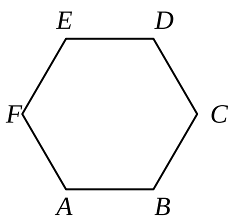
二、多選題 (2 題 每題 0 分 共 0 分)

(　　) 1.正六邊形 $ABCDEF$，下列何者為真?

(1) $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})+(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE})=\overrightarrow{AE}$　(2) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{CF}$

(3) $(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CE})+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CD}$　(4) $(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CF})+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AF}$

(5) $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BA}$.



解答 1345

解析 (1)○：$(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})+(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE})=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AE}$.

(2)╳：$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$.

(3)○：

$(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CE})+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{CD}$.

(4)○：

$(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CF})+\overrightarrow{DC}=(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC})+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AF}$.

(5)○：$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BD}-(-\overrightarrow{AB})=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}$.

故選(1)(3)(4)(5) .

(　　) 2.平面上有一△ABC，G 為△ABC 的重心．O、D 為此平面上的相異二點，且滿足 $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$ ．請選出正確的選項：　(1)O、G、D 三點共線

(2) $\overline{OD}=2\overline{OG}$　(3) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{OD}$　(4)G 位於△ABC 的內部　(5)D 位於△ABC 的外部．

解答 134

解析 因為 G 為△ABC 的重心 $\Rightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$

(1)(2)

$\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=(\overrightarrow{OG}+\overrightarrow{GA})+(\overrightarrow{OG}+\overrightarrow{GB})+(\overrightarrow{OG}+\overrightarrow{GC})$

$=3\overrightarrow{OG}+(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC})=3\overrightarrow{OG}+\overrightarrow{0}=3\overrightarrow{OG}$

∴O、G、D 三點共線且 $\overrightarrow{OD}=3\overrightarrow{OG}$（即 $\overline{OD}=3\overline{OG}$）

(3)

$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CD}=(\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA})+(\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OB})+(\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OC})$

$=3\overrightarrow{OD}-(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})=3\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OD}=2\overrightarrow{OD}$

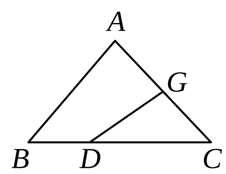
(4)G 為△ABC 三中線的交點，所以 G 必在△ABC 的內部

(5)若取 O 點離 G 點很接近且滿足 $\overrightarrow{OD}=3\overrightarrow{OG}$，則 D 點必在△ABC 的內部

故選(1)(3)(4) .

三、填充題 (4 格 每格 0 分 共 0 分)

1.如圖所示，D 為△ABC 之 $\overline{BC}$ 邊上，且 $\overline{CD}=2\overline{BD}$，$G$ 為 $\overline{AC}$ 之中點，若將 $\overrightarrow{GD}$ 向量寫成為 $\overrightarrow{GD}=r\overrightarrow{AB}+s\overrightarrow{AC}$，其中 r 與 s 為實數，則(1)$r=$__________，(2)$s=$__________ .



解答 (1) $\frac{2}{3}$;(2) $-\frac{1}{6}$

解析 $\overline{CD}=2\overline{BD}$ $\Rightarrow$ $\overline{BD}:\overline{CD}=1:2$

由分點公式

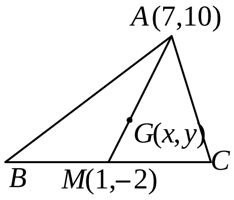
$\overrightarrow{GD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{GB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{GC}=\frac{2}{3}(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB})+\frac{1}{3}\overrightarrow{GC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{GA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-$

故 $r=\frac{2}{3}$，$s=-\frac{1}{6}$.

2.△ABC 中，$A(7,10)$，$\overline{BC}$ 中點坐標為 $M(1,-2)$，G 為△ABC 之重心，求 G 之坐標為__________ .

解答 $G(3,2)$

解析



$\dfrac{\overline{AG}}{\overline{GM}}=\dfrac{2}{1}$

$x=\dfrac{2\times 1+1\times 7}{2+1}=\dfrac{9}{3}=3$

$y=\dfrac{2\times(-2)+1\times 10}{2+1}=\dfrac{6}{3}=2$

故 $G(3\,,2)$．

3.A、B、C 為相異三點，若 $\overrightarrow{OC}=6\overrightarrow{OA}-5\overrightarrow{OB}$，求 $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=$____________．

解答 $\dfrac{1}{5}$

解析 $\because\ \overrightarrow{OC}=6\overrightarrow{OA}-5\overrightarrow{OB}$

$\therefore\ \overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=5\overrightarrow{OA}-5\overrightarrow{OB}$

$\Rightarrow\ \overrightarrow{AC}=5\overrightarrow{BA}$

$\Rightarrow\ \overline{AC}=5\overline{BA}\Rightarrow\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{1}{5}$．

4.設一圓之圓心坐標為$(5\,,12)$，$\triangle ABC$ 為此圓上一內接正三角形，O 為坐標平面之原點，則$|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}|$之值為____________．

解答 39

解析 設 $G\,(5\,,12)$為正三角形 ABC 之重心，則

$|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}|=3|\overrightarrow{OG}|=39$．