一、單一選擇題

1. (　)設 $A(1，4)$，$B(3，-1)$，則直線 AB 的斜率為 (A)$-\frac{2}{3}$ (B)$-\frac{5}{2}$ (C)$-\frac{3}{4}$ (D)$\frac{2}{5}$ (E)$\frac{3}{4}$。

答案：(B)

解析：$m_{\overline{AB}}=\frac{4-(-1)}{1-3}=-\frac{5}{2}$，故選(B)

2. (　)若 $A(4，-1)$，$B(m，2)$，$C(3，n)$，$P(-13，8)$ 四點共線，求數對 $(m，n)=$ (A)$\left(\frac{-5}{3},\frac{-7}{17}\right)$ (B)$\left(\frac{-4}{3},\frac{-9}{17}\right)$ (C)$\left(\frac{-4}{3},\frac{-8}{17}\right)$ (D)$\left(\frac{-5}{3},\frac{-8}{17}\right)$ (E)$\left(\frac{-5}{3},\frac{-9}{17}\right)$。

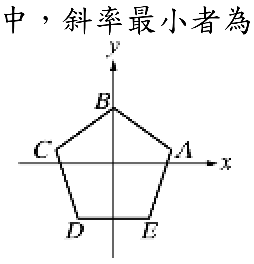
答案：(D)

解析：四點共線所以任兩點的斜率相同 $\frac{(-1)-8}{4-(-13)}=\frac{-1-2}{4-m}=\frac{-1-n}{4-3}\Rightarrow m=\frac{-5}{3}$，$n=\frac{-8}{17}$

故數對 $(m，n)=\left(\frac{-5}{3},\frac{-8}{17}\right)$

故選(D)

3. (　)如圖所示，$ABCDE$ 是坐標平面上一個正五邊形，下列各直線中，斜率最小者為何？



(A)直線 AB (B)直線 BC (C)直線 CD (D)直線 DE (E)直線 AE。【高雄中學】

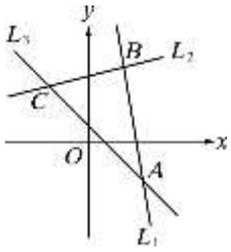
答案：(C)

解析：(1)斜率>0 方向為左下右上，斜率<0 方向為左上右下

(2)越接近鉛垂線者斜率的絕對值越大

由以上條件知道斜率<0 的有直線 AB，直線 CD，其中斜率最小者為直線 CD，故選(C)

4. (　)如圖 7 個區域中不包括下列哪一個聯立不等式？



(A)$\begin{cases}6x+y-16\geq 0\\x+y-1\geq 0\\x-4y+14\geq 0\end{cases}$ (B)$\begin{cases}6x+y-16\geq 0\\x+y-1\geq 0\\x-4y+14\leq 0\end{cases}$ (C)$\begin{cases}6x+y-16\leq 0\\x+y-1\geq 0\\x-4y+14\geq 0\end{cases}$ (D)$\begin{cases}6x+y-16\geq 0\\x+y-1\leq 0\\x-4y+14\leq 0\end{cases}$ (E)$\begin{cases}6x+y-16\leq 0\\x+y-1\leq 0\\x-4y+14\leq 0\end{cases}$。【臺南一中】

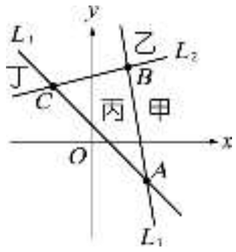
答案：(D)

解析：$6x+y-16=0$ 為 L_1，$x+y-1=0$ 為 L_3

$x-4y+14=0$ 為 L_2，依選項判斷知

(A)對應(甲)，(B)對應(乙)，(C)對應(丙)

(D)無交集，(E)對應(丁)，故選(D)



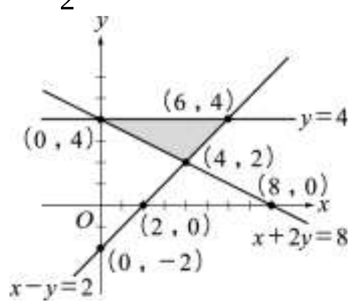
5. (　)不等式 $6-2y\leq x-2\leq y\leq 4$ 的圖形面積為 (A)3 (B)4 (C)6 (D)8 (E)9。【花蓮高中】

答案：(C)

解析：已知不等式 $6-2y\leq x-2\leq y\leq 4$

$\Rightarrow\begin{cases}6-2y\leq x-2\\x-2\leq y\\y\leq 4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+2y\geq 8\\x-y\leq 2\\y\leq 4\end{cases}$，可繪出可行解區域，如圖

三角形面積$=\frac{1}{2}\times(6-0)\times(4-2)=\frac{1}{2}\text{x}6\text{x}2=6$

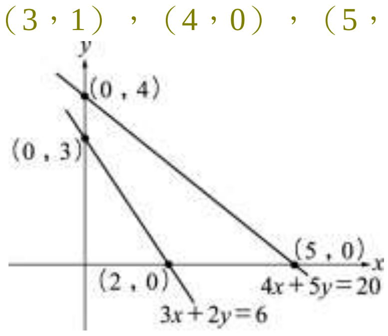


故選(C)

6. (　)二元一次聯立不等式 $\begin{cases}3x+2y\geq 6\\4x+5y\leq 20\\x\geq 0\\y\geq 0\end{cases}$，試問在此解區域內有多少個格子點？ (A)7 (B)8 (C)9 (D)10 (E)11。【屏東女中】

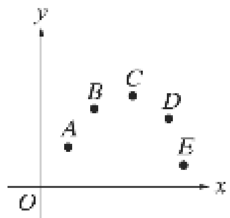
答案：(E)

解析：區域內的格子點：$(0，3)$，$(0，4)$，$(1，2)$，$(1，3)$，$(2，0)$，$(2，1)$，$(2，2)$，$(3，0)$，$(3，1)$，$(4，0)$，$(5，0)$ 共 11 個



故選(E)

7. (　)如圖中，A，B，C，D，E 為坐標平面上的五個點，將這五點的坐標 $(x，y)$ 分別代入 $x-y=k$，則哪一點所得的 k 值最大？

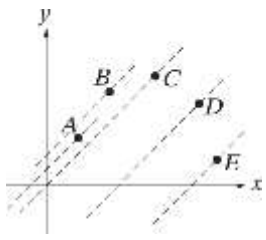


（A）A　（B）B　（C）C　（D）D　（E）E。

答案：（E）

解析：$y=x-k\Rightarrow$ 斜率為 1，且 y 截距為 $-k$ 的直線

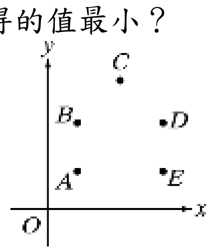
故分別作過 A，B，C，D，E 五點，且斜率為 1 的直線如圖



其中 E 的 y 截距 $-k$ 最小　$\therefore k$ 值最大

故選（E）

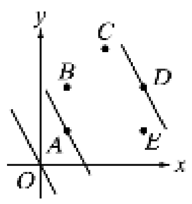
8. (　　)如圖中 A，B，C，D，E 為坐標平面上的五個點，將這五個點的坐標（x，y）分別代入 $2x+y$，哪一個點代入所得的值最小？



（A）A　（B）B　（C）C　（D）D　（E）E。【臺南一中】

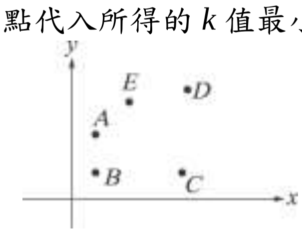
答案：（A）

解析：先作 $2x+y=0$，再將其往 x 軸右邊移動，其值愈來愈大，如圖，利用平行線法可知，A 點代入所得的值最小



故選（A）

9. (　　)如圖中，A、B、C、D、E 為坐標平面上五個點，將這五點的坐標（x，y）分別代入 $k=3x-2y$，試問哪一個點代入所得的 k 值最小？



（A）A　（B）B　（C）C　（D）D　（E）E。【新竹女中】

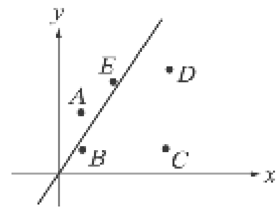
答案：（A）

解析：$\because$ 沒有點坐標，只能利用斜率來判斷

$\Rightarrow k=3x-2y$

$\Rightarrow$ 斜率為 $\frac{3}{2}$，在坐標軸上取刻度作過（0，0）

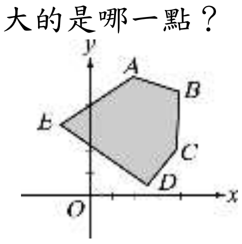
且斜率為 $\frac{3}{2}$ 的直線（如圖）



越往左移值越小，故可知在 A 點得最小值

故選（A）

10. (　　)圖中著色部分的點坐標（x，y）代入 $x-2y=k$，則使 k 值最大的是哪一點？

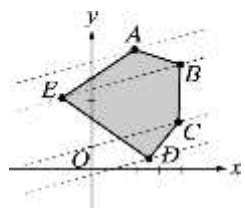


（A）A　（B）B　（C）C　（D）D　（E）E。

答案：（D）

解析：$y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}k\Rightarrow$ 斜率為 $\frac{1}{2}$，且 y 截距為 $-\frac{1}{2}k$ 的直線

故分別作過 A，B，C，D，E 五點，且斜率為 $\frac{1}{2}$ 的直線如圖



過 D 點的直線 y 截距 $-\frac{1}{2}k$ 最小　$\therefore k$ 值最大

故選（D）

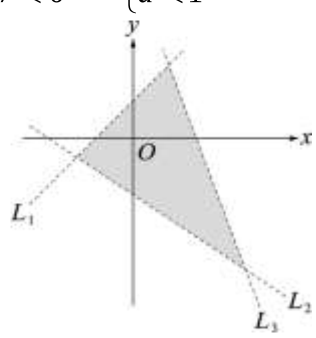
11. (　　)三直線 L_1：$x-y+2=0$，L_2：$2x+3y+9=0$，L_3：$8x+3y-27=0$ 圍成△ABC，若點 P（3，a）在△ABC 之內部，則 a 的範圍為下列何者？　（A）$-4<a<3$　（B）$-5<a<1$　（C）$-2<a<4$　（D）$-3<a<2$　（E）$-1<a<6$。【基隆女中】

答案：（B）

解析：如圖，△ABC 內部區域為 $\begin{cases} x-y+2>0 \\ 2x+3y+9>0 \\ 8x+3y-27<0 \end{cases}$

將 P（3，a）代入不等式組，得

$\begin{cases} 3-a+2>0 \\ 6+3a+9>0 \\ 24+3a-27<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a<5 \\ a>-5 \\ a<1 \end{cases}$　$\therefore -5<a<1$



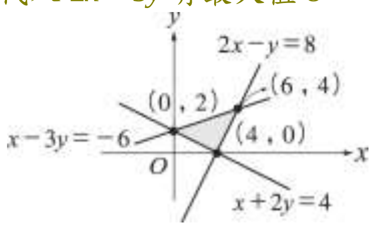
故選（B）

12. (　　)設 x，y 滿足不等式組 $\begin{cases} x+2y\geqq 4 \\ 2x-y\leqq 8 \\ x-3y\geqq -6 \end{cases}$，則 $2x-5y$ 的最大值為　（A）6　（B）7　（C）8　（D）10　（E）15。

答案：(C)

解析：不等式組可行解區的端點分別為（6，4），（4，0），（0，2）

（4，0）代入 $2x-5y$ 有最大值 8



故選(C)

13. ( )若點（1，−1）及（2，3）分別在圓 $x^2+y^2=k$ 的內、外部，則 k 之範圍為 (A) $5<k<13$ (B) $2<k<10$ (C) $5<k<10$ (D) $6<k<11$ (E) $2<k<13$。

答案：(E)

解析：∵（1，−1）及（2，3）在 $x^2+y^2=k$ 的內、外部

$\therefore \begin{cases} 1^2+(-1)^2<k \\ 2^2+3^2>k \end{cases} \Rightarrow 2<k<13$

故選(E)

14. ( )自點（−1，2）到 $x^2+y^2-6x-2y=0$ 之切線段長為 (A) $\sqrt{6}$ (B) 6 (C) $\sqrt{7}$ (D) 7。

答案：(C)

解析：$x^2+y^2-6x-2y=0 \Rightarrow (x-3)^2+(y-1)^2=10$，

圓心 O（3，1），$r=\sqrt{10}$

點到圓心距離 $=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17}$，切線段長 $=\sqrt{17-10}=\sqrt{7}$

故選(C)

【另解】

帶入切線段長公式 $\sqrt{(-1)^2+2^2-6\times(-1)-2\times 2}=\sqrt{1+4+6-4}=\sqrt{7}$

15. ( )自點（2，5）到圓 $2x^2+2y^2+2x+4y-1=0$ 之切線段長為 (A) 81 (B) 9 (C) $\frac{81}{2}$ (D) $9\sqrt{2}$ (E) $\frac{9}{\sqrt{2}}$。

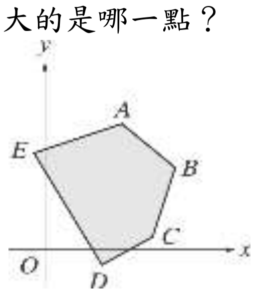
答案：(E)

解析：$2x^2+2y^2+2x+4y-1=0 \Rightarrow x^2+y^2+x+2y-\frac{1}{2}=0$

故所求為 $\sqrt{2^2+5^2+2+2\cdot 5-\frac{1}{2}}=\sqrt{41-\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{81}{2}}=\frac{9}{\sqrt{2}}$

故選(E)

16. ( )圖中陰影部分的點坐標 (x, y) 代入 $x-2y=k$，則使 k 值最大的是哪一點？

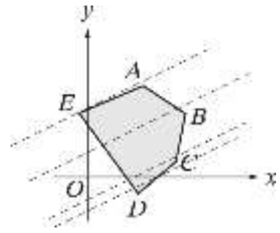


(A) A 點 (B) B 點 (C) C 點 (D) D 點 (E) E 點。

答案：(D)

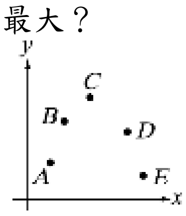
解析：$x-2y=k$ 表斜率為 $\frac{1}{2}$，x 軸截距 k 之直線，如圖，過各頂點作斜率 $\frac{1}{2}$ 之直線中，

以過 D 點之直線的 x 截距最大



故選(D)

17. ( )如圖中 A，B，C，D，E 為坐標平面上的五個點。將這五點的坐標 (x, y) 分別代入 $x-y=k$，問哪一點所得 k 值最大？



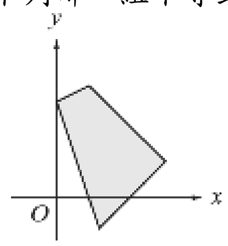
(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E。

答案：(E)

解析：因 x 值愈大，y 值愈小時，$x-y$ 之值愈大，由圖形知 E 點的 x 坐標最大，y 坐標最小，所以 E 點坐標代入 $x-y$ 可得最大的 k 值

故選(E)

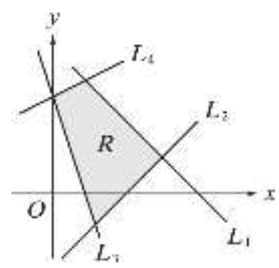
18. ( )如圖所示之四邊形，其四邊的直線方程式各為 $x+y=6$，$x-y=3$，$3x+y=4$，$x-2y=-8$，則四邊形區域可用下列哪一組不等式表示？



(A) $x+y\geqq 6$，$x-y\leqq 3$，$3x+y\geqq 4$，$x-2y\geqq -8$ (B) $x+y\leqq 6$，$x-y\geqq 3$，$3x+y\geqq 4$，$x-2y\geqq -8$ (C) $x+y\leqq 6$，$x-y\leqq 3$，$3x+y\leqq 4$，$x-2y\geqq -8$ (D) $x+y\leqq 6$，$x-y\leqq 3$，$3x+y\geqq 4$，$x-2y\leqq -8$ (E) $x+y\leqq 6$，$x-y\leqq 3$，$3x+y\geqq 4$，$x-2y\geqq -8$。

答案：(E)

解析：將四直線 $x+y=6$，$x-y=3$，$3x+y=4$，$x-2y=-8$，標示如圖

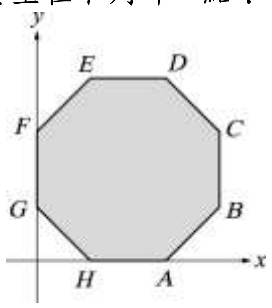


四邊形區域在 $\begin{cases} L_1 \text{ 左側得 } x+y\leqq 6 \\ L_2 \text{ 左側得 } x-y\leqq 3 \\ L_3 \text{ 右側得 } 3x+y\geqq 4 \\ L_4 \text{ 右側得 } x-2y\geqq -8 \end{cases}$

故選(E)

19. ( )一線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上的正八邊形 $ABCDEFGH$ 及其內部，如圖。已知目標函

數 $ax+by+3$（其中 a，b 為實數）的最大值只發生在 B 點。請問當目標函數改為 $3-bx-ay$ 時，最大值會發生在下列哪一點？



（A）A　（B）B　（C）C　（D）D　（E）E。

答案：（A）

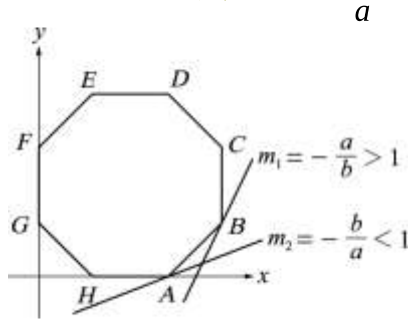
解析：$k_1=ax+by+3 \Rightarrow y=-\dfrac{a}{b}x+\dfrac{k_1-3}{b}$ 在 B 有最大值

$\Rightarrow$ 斜率 $m_1=-\dfrac{a}{b}>1$ 且 x 係數 $a>0$，y 係數 $b<0$

$k_2=3-bx-ay \Rightarrow y=-\dfrac{b}{a}x+\dfrac{3-k_2}{a}$，其中 $0<-\dfrac{b}{a}<1$

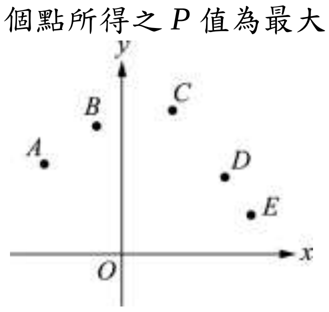
且 x 係數 $-b>0$，y 係數 $-a<0$

最大值須往右下方且斜率 $m_2=-\dfrac{b}{a}<1$，取 A 點



故選（A）

20.（　）如圖中 A，B，C，D，E 為坐標平面上的五個點。將這五個點的坐標分別代入目標函數 $P=2x-y$，請問哪一個點所得之 P 值為最大？



（A）A　（B）B　（C）C　（D）D　（E）E。

答案：（E）

解析：欲使代入的點得到最大 P 值

應找 x 坐標的值愈大

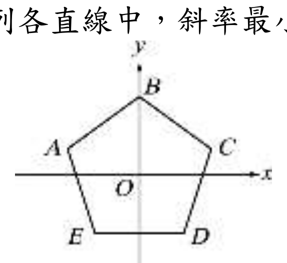
即往右的點

y 坐標的值愈小

即往下的點

故選（E）

21.（　）設 $ABCDE$ 是坐標平面一個正五邊形，它的中心與原點重合，且頂點 B 在 y 軸的正向上，如圖所示。試問下列各直線中，斜率最小者為何？



（A）直線 AB　（B）直線 BC　（C）直線 CD　（D）直線 DE　（E）直線 AE。

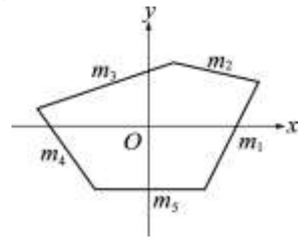
答案：（E）

解析：$\because m_{\overline{CD}}>m_{\overline{AB}}>m_{\overline{DE}}>m_{\overline{BC}}>m_{\overline{AE}}$

$\therefore$ 斜率最小者為直線 AE

故選（E）

22.（　）如圖，五條直線的斜率分別為 m_1，m_2，m_3，m_4，m_5，比較其大小。



（A）$m_4>m_2>m_5>m_1>m_3$　（B）$m_3>m_1>m_2>m_5>m_4$　（C）$m_2>m_4>m_5>m_1>m_3$　（D）$m_1>m_3>m_5>m_4>m_2$　（E）$m_1>m_3>m_5>m_2>m_4$。

答案：（E）

解析：（1）斜率 >0 方向為左下右上，斜率 <0 方向為左上右下

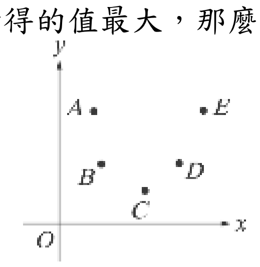
（2）越接近鉛垂線者斜率的絕對值越大

由以上條件知道五條直線的斜率大小為 $m_1>m_3>m_5>m_2>m_4$

故選（E）

二、多重選擇題

1.（　）圖中 A，B，C，D，E 為坐標平面上的五個點，如果將這五個點的坐標 $(x，y)$ 分別代入 $ax+y$，以 E 點代入所得的值最大，那麼 a 可能為下列何值？



（A）3　（B）2　（C）1　（D）-1　（E）-2。【臺南二中】

答案：（A）（B）（C）

解析：令 $k=ax+y \Rightarrow$ 斜率為 $-a$

若 E 點代入有最大值，則斜率 $-a$ 為負 $\Rightarrow a$ 為正數，故 a 可能之值為 3，2，1

故選（A）（B）（C）

2.（　）在坐標平面上，下列哪幾組恰可決定一圓？（A）過三點 $(1，-4)$，$(2，-2)$，$(5，4)$　（B）過四點 $(1，0)$，$(-1，0)$，$(1，1)$ 與 $(0，1)$　（C）以 $(3，4)$ 與 $(4，3)$ 為一直徑的兩端點　（D）圓心為 $(4，2)$ 且與 x 軸及 y 軸都相切　（E）與三直線 $x-y=0$，$x+y=0$ 及 $y=2$ 都相切。

答案：（C）（E）

解析：（A）過 $(1，-4)$，$(2，-2)$ 之直線為 $2x-y-6=0$，又 $(5，4)$ 在 $2x-y-6=0$ 上

$\Rightarrow (1，-4)$，$(2，-2)$，$(5，4)$ 三點共線

故無法決定一圓

(B)過 $(1，0)$，$(-1，0)$，$(0，1)$ 之圓方程式為 $x^2+y^2=1$

但 $(1，1)$ 不在 $x^2+y^2=1$ 上，故無法決定一圓

(C)以 $(3，4)$，$(4，3)$ 為一直徑之兩端點的圓方程式為 $(x-3)(x-4)+(y-4)(y-3)=0$

$\Rightarrow x^2+y^2-7x-7y+24=0$

故可決定一圓

(D)圓心為 $(4，2)$ 之圓不可能同時與 x 軸及 y 軸相切

(∵圓心 $(4，2)$，與 x 軸相切之半徑為 2 與 y 軸相切之半徑為 4，故此圓不存在)

(E) $x-y=0$，$x+y=0$，$y=2$ 三線可構成一三角形，又任一三角形必存在內切圓

故與 $x-y=0$，$x+y=0$，$y=2$ 均相切之圓必唯一存在

故選(C)(E)

3. (　)設點 $(k，k-3)$ 在圓 C：$x^2+y^2-4x+ky+5=0$ 之外部，則實數 k 可為　(A) -3　(B) -1　(C) 1　(D) 3　(E) 5。【花蓮高中】

答案：(A)(D)(E)

解析：$(k，k-3)$ 在圓 C 外部：$x^2+y^2-4x+ky+5>0$

$\Rightarrow k^2+(k-3)^2-4k+k(k-3)+5>0$

$\Rightarrow 3k^2-13k+14>0 \Rightarrow 3\left(k-\frac{13}{6}\right)^2+\frac{121}{12}>0$ 恆成立

又圓 C：$(x-2)^2+\left(y+\frac{k}{2}\right)^2=\frac{k^2}{4}-1>0 \Rightarrow k>2$ 或 $k<-2$

故選(A)(D)(E)

三、填充題

1. 求過點 $(1，2)$ 且與 $3x-y+6=0$ 平行的直線方程式為【　　　　】。【臺南女中】

答案：$3x-y-1=0$

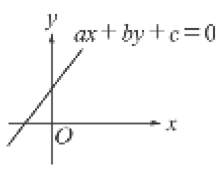
解析：設所求直線方程式為 $3x-y+c=0$

將 $(1，2)$ 代入得 $c=-1$，即 $3x-y-1=0$

2. 若 $ac>0$，$ab<0$，則直線 $ax+by+c=0$ 不通過第【　　　　】象限。【鳳山高中】

答案：四

解析：$ac>0$，$ab<0$



$\Rightarrow (ac)\cdot(ab)=a^2bc<0 \Rightarrow bc<0 \Rightarrow \frac{c}{b}<0 \Rightarrow -\frac{c}{b}>0$

且 $ab<0 \Rightarrow \frac{a}{b}<0 \Rightarrow -\frac{a}{b}>0$

$\therefore ax+by+c=0 \Rightarrow y=-\frac{a}{b}x+\left(-\frac{c}{b}\right)$

為斜率 $-\frac{a}{b}$ 且過 $\left(0，-\frac{c}{b}\right)$ 的直線

又 $-\frac{a}{b}>0$，$-\frac{c}{b}>0$，故直線不通過第四象限

3. 直線 $5x-3y+60=0$ 的 x 截距為 a，y 截距為 b，則 $a+b=$【　　　　】。

答案：8

解析：$5x-3y+60=0$ 通過 $(-12，0)$，$(0，20)$

$\Rightarrow a=-12$，$b=20 \Rightarrow a+b=8$

4. 求過 $(2，6)$ 且 x，y 軸截距相等的直線方程式為【　　　　】。

答案：$x+y=8$ 或 $y=3x$

解析：(1)令 L：$\frac{x}{a}+\frac{y}{a}=1$，$a\neq 0$

$(2，6)$ 代入 $\Rightarrow \frac{2}{a}+\frac{6}{a}=1 \Rightarrow a=8$

$\Rightarrow L$：$\frac{x}{8}+\frac{y}{8}=1$，整理得 $x+y=8$

(2) L 過原點，令 L：$y=kx$

$6=2k$，$k=3 \Rightarrow L$：$y=3x$

5. 設直線 L 在兩軸上之截距相等，且經過點 $A(-2，5)$，則合於上述條件之直線 L 的方程式為【　　　　】。【中和高中】

答案：$5x+2y=0$，$x+y=3$

解析：(1)若 L 過原點，令 L：$y=mx$，代入 $A(-2，5)$

$\Rightarrow 5=-2m \Rightarrow m=-\frac{5}{2}$，即 L：$y=-\frac{5}{2}x \Rightarrow 5x+2y=0$

(2)若 L 不過原點，令 L：$\frac{x}{a}+\frac{y}{a}=1$，代入 $A(-2，5)$

$\Rightarrow \frac{-2}{a}+\frac{5}{a}=1 \Rightarrow a=3$，即 L：$\frac{x}{3}+\frac{y}{3}=1 \Rightarrow x+y=3$

6. 通過 $A(4，2)$ 且與 $3x-5y+11=0$ 平行的直線方程式為【　　　　】。

答案：$3x-5y-2=0$

解析：設 $3x-5y+k=0$ 將 $(4，2)$ 代入得 $k=-2$

故所求直線方程式為 $3x-5y-2=0$

7. $A(1，2)$、$B(-3，8)$，$\overline{AB}$ 的垂直平分線方程式為【　　　　】。

答案：$2x-3y+17=0$

解析：$\overline{AB}$ 斜率為 $\frac{2-8}{1+3}=\frac{-3}{2}$，由 $\frac{-3}{2}\times m=-1$ 得 $m=\frac{2}{3}$

斜率 $\frac{2}{3}$ 且過 $\overline{AB}$ 中點 $(-1，5)$ 的直線為 $y-5=\frac{2}{3}(x+1)$，即 $2x-3y+17=0$

8. 過 $(-2，-5)$ 且與直線 $x-2y=7$ 垂直的直線方程式為【　　　　】。

答案：$2x+y+9=0$

解析：垂直 $x-2y=7$ 的直線可設為 $2x+y=k$

$(-2，-5)$ 代入 $\Rightarrow k=-4-5=-9$

$\Rightarrow 2x+y=-9 \Rightarrow 2x+y+9=0$

9. 試求滿足下列各條件的直線方程式：

(1)過點 $(1，1)$ 與 $(2，3)$。答：【　　　　】。

(2)斜率 3，y 截距 -2。答：【　　　　】。

(3)過點(2，−1)，斜率$-\frac{3}{2}$。答：【　　　　】。

(4)斜率−2，x截距4。答：【　　　　】。

(5)過點(3，−2)而與直線$2x+3y+4=0$垂直。答：【　　　　】。

答案：(1)$2x-y-1=0$；(2)$3x-y-2=0$；(3)$3x+2y-4=0$；(4)$2x+y-8=0$；(5)$3x-2y-13=0$

解析：(1)$\frac{y-1}{x-1}=\frac{3-1}{2-1}\Rightarrow 2x-y-1=0$

(2)過(0，−2)且斜率$=3\Rightarrow y+2=3x\Rightarrow 3x-y-2=0$

(3)$y+1=-\frac{3}{2}(x-2)\Rightarrow 3x+2y-4=0$

(4)過(4，0)且斜率$=-2\Rightarrow y=-2(x-4)\Rightarrow 2x+y-8=0$

(5)(3，−2)代入$3x-2y-k=0\Rightarrow k=13\Rightarrow 3x-2y-13=0$

10. 求下列直線方程式：

(1)過(3，2)且無斜率，則方程式為【　　　　】。

(2)過(−1，2)及(0，3)兩點，則方程式為【　　　　】。

答案：(1)$x=3$；(2)$x-y+3=0$

解析：(1)無斜率為鉛直線$\Rightarrow x=3$

(2)$y-2=\frac{2-3}{-1-0}(x+1)\Rightarrow x-y+3=0$

11. 求下列直線方程式：

(1)斜率為3且y截距為2，則方程式為【　　　　】。

(2)x截距3且y截距−2，則方程式為【　　　　】。

答案：(1)$3x-y+2=0$；(2)$2x-3y-6=0$

解析：(1)y截距為2$\Rightarrow$通過(0，2)且斜率為3$\Rightarrow y-2=3x\Rightarrow 3x-y+2=0$

(2)x截距3，y截距$-2\Rightarrow \frac{x}{3}+\frac{y}{-2}=1\Rightarrow 2x-3y-6=0$

12. $\triangle ABC$中，$A(1，-1)$，$B(-4，1)$，$C(4，2)$，則過A且垂直$\overleftrightarrow{BC}$之直線方程式為【　　　　】。

答案：$8x+y-7=0$

解析：$\overleftrightarrow{BC}$斜率$=\frac{2-1}{4+4}=\frac{1}{8}$，所求為$y+1=-8(x-1)\Rightarrow 8x+y-7=0$

13. 已知兩直線L_1：$3x+(k+5)y=6$，L_2：$(k-2)x+6y=4$，若$L_1//L_2$，則$k=$【　　　　】。【景美女高】

答案：−7

解析：$L_1//L_2\Rightarrow\frac{3}{k-2}=\frac{k+5}{6}\neq\frac{6}{4}$

由$\frac{3}{k-2}=\frac{k+5}{6}$得$k^2+3k-28=0\Rightarrow(k-4)(k+7)=0$

$k=4$或-7，但$k=4$時，$\frac{3}{4-2}=\frac{6}{4}$(不合)

而$k=-7$時，$\frac{3}{-7-2}\neq\frac{6}{4}$　$\therefore k=-7$

14. 設k為實數，若聯立方程式$\begin{cases}(k-1)x+3y+(k+3)=0\\4x+2ky-k=0\end{cases}$無解，則$k=$【　　　　】。

答案：3或−2

解析：原聯立方程式無解所以$\frac{k-1}{4}=\frac{3}{2k}\neq\frac{k+3}{-k}$

由$\frac{k-1}{4}=\frac{3}{2k}\Rightarrow 2k^2-2k-12=0\Rightarrow(k-3)(k+2)=0$

$\Rightarrow k=3$或-2代入原式皆滿足$\frac{k-1}{4}=\frac{3}{2k}\neq\frac{k+3}{-k}$

15. 試分別決定實數a的值，使得方程組$\begin{cases}ax+9y=3\\4x+ay=2\end{cases}$：

(1)有無限多組解，則$a=$【　　　　】。

(2)無解，則$a=$【　　　　】。【嘉義高中】

答案：(1)6；(2)−6

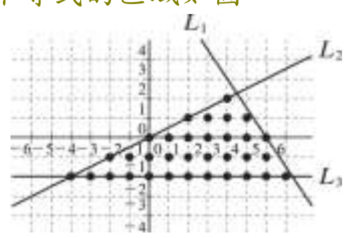
解析：(1)無限多組解，則$\frac{a}{4}=\frac{9}{a}=\frac{3}{2}\Rightarrow a=6$

(2)無解，則$\frac{a}{4}=\frac{9}{a}\neq\frac{3}{2}\Rightarrow a^2=36$且$a\neq6\Rightarrow a=-6$

16. 設x，y為整數，則滿足聯立不等式$\begin{cases}3x+2y-18\leqq0\\x-2y\geqq0\\y+2\geqq0\end{cases}$的格子點$(x，y)$有【　　　　】個。

答案：33

解析：滿足聯立不等式的區域如圖



L_1，L_2的交點為$\begin{cases}3x+2y-18=0\\x-2y=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{9}{2}\\y=\frac{9}{4}\end{cases}$

L_2，L_3的交點為$\begin{cases}x-2y=0\\y+2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-4\\y=-2\end{cases}$

L_1，L_3的交點為$\begin{cases}3x+2y-18=0\\y+2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{22}{3}\\y=-2\end{cases}$

故所有格子點的情況如下表

x	−4～7	−2～6	0～6	2～5	4
y	−2	−1	0	1	2

共12+9+7+4+1=33(個)

17. 今年果農台雄採收椪柑共獲1080粒，要打包裝箱上市，已知大箱一箱可裝25粒，小箱一箱可裝8粒，每個大箱子成本60元，每個小箱子成本20元，請問若能將這1080粒椪柑剛好分配裝完，而所用的箱子成本總花費最少為【　　　　】元。【臺南女中】

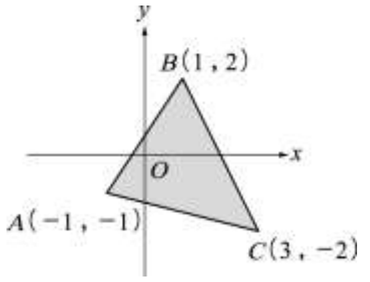
答案：2600

解析：因使用大箱子較便宜，故使用越多費用越省，所以僅考慮剛好分配裝完時，小箱子最少的使用量

$\Rightarrow 1080=1000+80=25\times 40+8\times 10$

故大箱使用 40 個，小箱使用 10 個，費用最少為 $40\times 60+10\times 20=2600$（元）

18. 如圖，點（x，y）為△ABC 內部及邊界上的點，求 $2x-3y$ 的最大值為【　　　　】。【臺中一中】



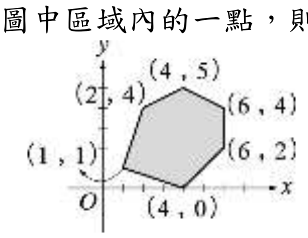
答案：12

解析：

（x，y）	（-1，-1）	（1，2）	（3，-2）
$2x-3y$	1	-4	12

∴$2x-3y$ 的最大值為 12

19. 若（x，y）為圖中區域內的一點，則：



（1）$2x-y$ 的最大值為【　　　　】。

（2）若 $ax+y$ 在（4，5）有最大值，則 a 的範圍為【　　　　】。【鳳山高中】

答案：（1）10；（2）$-\dfrac{1}{2}\leqq a\leqq\dfrac{1}{2}$

解析：（1）$k=2x-y$ 的斜率為 2，由題圖可知當（x，y）＝（6，2）時，$2x-y$ 有最大值 $=2\times 6-2=10$

（2）令 A（2，4），B（4，5），C（6，4），$k=ax+y$ 的斜率為 $m=-a$，若在 B（4，5）有最大值

則 $m_{\overline{BC}}\leqq m\leqq m_{\overline{AB}}\Rightarrow\dfrac{4-5}{6-4}\leqq -a\leqq\dfrac{5-4}{4-2}\Rightarrow -\dfrac{1}{2}\leqq -a\leqq\dfrac{1}{2}\Rightarrow -\dfrac{1}{2}\leqq a\leqq\dfrac{1}{2}$

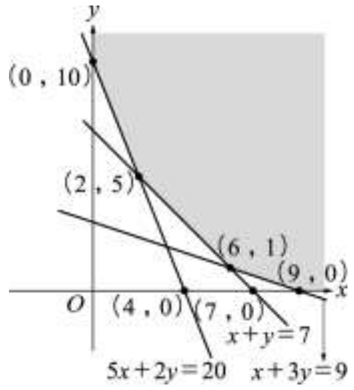
20. 設有甲、乙兩紙廠生產三種紙類，甲廠機器每運轉一日可生產 1 噸 A 級紙、1 噸 B 級紙、5 噸 C 級紙；而乙廠機器每運轉一日可生產 3 噸 A 級紙、1 噸 B 級紙、2 噸 C 級紙。今有一訂單需 A 級紙 9 噸、B 級紙 7 噸、C 級紙 20 噸。已知甲廠運轉一日需花費 4 萬元，乙廠運轉一日需花費 3 萬元，若甲紙廠運轉 x 日，乙紙廠運轉 y 日，能夠使開銷最低，則數對（x，y）＝【　　　　】。【屏東女中】

答案：（2，5）

解析：設甲運轉 x 日，乙運轉 y 日

則由題意知 $\begin{cases}x\geqq 0，y\geqq 0\\ x+3y\geqq 9\\ x+y\geqq 7\\ 5x+2y\geqq 20\end{cases}$

可得可行解區域如圖，且目標函數為 $4x+3y$



（x，y）	（0，10）	（2，5）	（6，1）	（9，0）
$4x+3y$	30	23	25	36

∴當（x，y）＝（2，5）時，開銷最低

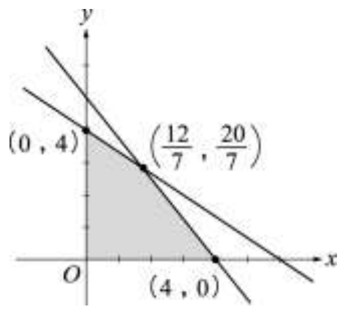
21. 某工廠用兩種不同原料均可生產同一產品，若採用甲種原料，每噸成本 1000 元，運費 500 元，可得產品 90 公斤，若採用乙種原料，每噸成本 1500 元，運費 400 元，可得產品 100 公斤，今每日預算：總成本不得超過 6000 元，運費不得超過 2000 元，問此工廠每日最多可生產【　　　　】公斤。

答案：440

解析：設採用甲原料 x 噸，乙原料 y 噸

	成本	運費
甲	1000	500
乙	1500	400

$\begin{cases}x\geqq 0，y\geqq 0\\ 1000x+1500y\leqq 6000\\ 500x+400y\leqq 2000\end{cases}$



欲求 $P=90x+100y$ 的最大值

（x，y）	$90x+100y$
（0，4）	400
（4，0）	360
$\left(\dfrac{12}{7},\dfrac{20}{7}\right)$	440

∴每日最多可生產 440 公斤

22. 以 A（2，-4），B（5，2）連線段為直徑的圓的方程式為【　　　　】。

答案：$\left(x-\dfrac{7}{2}\right)^2+(y+1)^2=\dfrac{45}{4}$

解析：圓心為 $\overline{AB}$ 中點 $\left(\dfrac{2+5}{2},\dfrac{-4+2}{2}\right)=\left(\dfrac{7}{2},-1\right)$，半徑為 $\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\sqrt{3^2+6^2}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$，方程式為 $\left(x-\dfrac{7}{2}\right)^2+(y+1)^2=\dfrac{45}{4}$

23. 圓 C：$x^2+y^2-8x+2y+8=0$ 的圓心為【　　　　】，半徑為【　　　　】。

答案：（4，-1）；3

解析：$x^2+y^2-8x+2y+8=0$

$\Rightarrow (x-4)^2+(y+1)^2=-8+16+1=9=3^2$

$\Rightarrow$ 圓心（4，-1），半徑長為 3

24. 圓：$2x^2+2y^2-8x-5y+8=0$ 的圓心坐標為【　　　　】，半徑為【　　　　】。

答案：$\left(2,\dfrac{5}{4}\right)$；$\dfrac{5}{4}$

解析：$2x^2+2y^2-8x-5y+8=0 \Rightarrow x^2+y^2-4x-\dfrac{5}{2}y+4=0$

$\Rightarrow (x-2)^2+\left(y-\dfrac{5}{4}\right)^2=-4+4+\dfrac{25}{16} \Rightarrow (x-2)^2+\left(y-\dfrac{5}{4}\right)^2=\dfrac{25}{16}=\left(\dfrac{5}{4}\right)^2$

即圓心 $\left(2,\dfrac{5}{4}\right)$，半徑長為 $\dfrac{5}{4}$

25. 已知圓 $C：x^2+y^2+2x-4y-5=0$，求：

(1)圓心坐標為【　　　　】。

(2)半徑為【　　　　】。

(3)過圓上一點（2，3）的切線斜率為【　　　　】。【嘉義高中】

答案：(1)（-1，2）；(2)$\sqrt{10}$；(3)-3

解析：$C：(x+1)^2+(y-2)^2=10$，圓心 O（-1，2），半徑 $r=\sqrt{10}$

圓上點 P（2，3），則 $\overline{OP}$ 斜率 $\dfrac{3-2}{2+1}=\dfrac{1}{3}$

設切線斜率 m，由 $m\times\dfrac{1}{3}=-1$ 得 $m=-3$

26. 設點（1，a）在圓 $x^2+y^2-4x-7y+13=0$ 內，則實數 a 的範圍為【　　　　】。【臺南女中】

答案：$2<a<5$

解析：$x^2+y^2-4x-7y+13=0 \Rightarrow (x-2)^2+\left(y-\dfrac{7}{2}\right)^2=\dfrac{13}{4}$

（1，a）在圓內部 $\Rightarrow (1-2)^2+\left(a-\dfrac{7}{2}\right)^2<\dfrac{13}{4}$

$\Rightarrow 2<a<5$

27. 已知 A（5，3），B（-1，2），以 A，B 為直徑兩端點的圓方程式為【　　　　】。（以一般式作答）【大同高中】

答案：$x^2+y^2-4x-5y+1=0$

解析：$\overline{AB}$ 的中點 $M\left(2,\dfrac{5}{2}\right)$

$\overline{AM}^2=3^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{37}{4}$

圓方程式：$(x-2)^2+\left(y-\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{37}{4}$

$\Rightarrow x^2+y^2-4x-5y+1=0$

28. 已知 A（6，3），B（4，-1），則以 $\overline{AB}$ 為直徑的圓方程式為【　　　　】。【嘉義高中】

答案：$(x-5)^2+(y-1)^2=5$

解析：$\overline{AB}$ 中點為圓心 O（5，1），半徑 $r=\overline{OA}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

圓方程式 $(x-5)^2+(y-1)^2=5$

29. 以 A（2，-3），B（-4，1）為一直徑之兩端點的圓方程式為【　　　　】。

答案：$x^2+y^2+2x+2y-11=0$

解析：由直徑式得 $(x-2)(x+4)+(y+3)(y-1)=0$

$\Rightarrow x^2+2x-8+y^2+2y-3=0$

$\Rightarrow x^2+y^2+2x+2y-11=0$

30. 過三點（2，-1），（6，-3），（-1，-10）的圓方程式為【　　　　】。【豐原高中】

答案：$x^2+y^2-4x+12y+15=0$

解析：令圓方程式 $x^2+y^2+dx+ey+f=0$

過（2，-1），（6，-3），（-1，-10）三點

$\begin{cases}4+1+2d-e+f=0\\36+9+6d-3e+f=0\\1+100-d-10e+f=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}d=-4\\e=12\\f=15\end{cases}$

$\Rightarrow$ 所求圓方程式為 $x^2+y^2-4x+12y+15=0$

31. 設 A（5，2），B（4，3），C（-2，-5），則△ABC 之外接圓半徑為【　　　　】。

答案：5

解析：設△ABC 之外接圓方程式為 $x^2+y^2+dx+ey+f=0$

$\Rightarrow \begin{cases}25+4+5d+2e+f=0\\16+9+4d+3e+f=0\\4+25-2d-5e+f=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}5d+2e+f=-29\\4d+3e+f=-25\\-2d-5e+f=-29\end{cases}$

$\Rightarrow d=-2，e=2，f=-23$

故△ABC 之外接圓方程式為 $x^2+y^2-2x+2y-23=0$

$\Rightarrow (x-1)^2+(y+1)^2=25=5^2$

因此半徑為 5

32. 設 A（0，3），B（6，0），平面上滿足 $\overline{PA}：\overline{PB}=2：1$ 之點 P（x，y）所形成圖形的方程式為【　　　　】。【臺南一中】

答案：$x^2+y^2-16x+2y+45=0$

解析：$\overline{PA}：\overline{PB}=2：1 \Rightarrow \overline{PA}^2=4\overline{PB}^2 \Rightarrow x^2+(y-3)^2=4[(x-6)^2+y^2]$

$\Rightarrow 3x^2+3y^2-48x+6y+135=0$

即 $x^2+y^2-16x+2y+45=0$

（配方得 $(x-8)^2+(y+1)^2=20$ 為一圓方程式）

33. 設 A（0，0），B（3，0），若在坐標平面上滿足 $\overline{PA}=2\overline{PB}$ 的所有點 P（x，y）所形成的圖形方程式為 $x^2+y^2+ax+by+c=0$，求序組（a，b，c）＝【　　　　】。【臺南女中】

答案：（-8，0，12）

解析：A（0，0），B（3，0），P（x，y）

$\Rightarrow \overline{PA}=2\overline{PB} \Rightarrow \overline{PA}^2=4\overline{PB}^2$

$\Rightarrow x^2+y^2=4[(x-3)^2+y^2]=4x^2-24x+36+4y^2$

$\Rightarrow 3x^2+3y^2-24x+36=0 \Rightarrow x^2+y^2-8x+12=0$

∴序組（a，b，c）＝（-8，0，12）

34. 設 A（0，0），B（15，0），求滿足 $\overline{PA}=2\overline{PB}$ 的所有 P 點所形成圖形的方程式為【　　　　】。【臺南女中

】

答案：$x^2+y^2-40x+300=0$

解析：設 P（x，y），則 $\overline{PA}=2\overline{PB}\Rightarrow\sqrt{x^2+y^2}=2\sqrt{(x-15)^2+y^2}$

$\Rightarrow x^2+y^2=4\left((x-15)^2+y^2\right)$

$\Rightarrow x^2+y^2=4x^2-120x+900+4y^2$

$\Rightarrow x^2+y^2-40x+300=0$

35. 設 P（1，−1），Q（3，2）分別落在圓 $x^2+y^2+2x+4y+(k+1)=0$ 的內部、外部，則 k 之範圍為【　　　】。

答案：$-28<k<-1$

解析：∵P（1，−1），Q（3，2）分別落在圓 $x^2+y^2+2x+4y+(k+1)=0$ 的內部、外部

$\therefore\begin{cases}1^2+(-1)^2+2\cdot1+4\cdot(-1)+k+1<0\\3^2+2^2+2\cdot3+4\cdot2+k+1>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k<-1\\k>-28\end{cases}$

$\Rightarrow -28<k<-1$

36. 直線 L：$2x+y=5$ 與圓 C：$x^2+y^2=5$ 的交點坐標為【　　　】。

答案：（2，1）

解析：將 $y=5-2x$ 代入圓 C 得 $x^2+(5-2x)^2=5\Rightarrow 5x^2-20x+20=0$

$\Rightarrow (x-2)^2=0\Rightarrow x=2$，所求交點是（2，1）

37. 點（3，−6）到圓 $x^2+y^2-5x+3y-2=0$ 之切線段長為【　　　】。

答案：$\sqrt{10}$

解析：$x^2+y^2-5x+3y=0\Rightarrow\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{42}{4}$

設切線段長為 a，$a^2=\left(\dfrac{5}{2}-3\right)^2+\left(\dfrac{-3}{2}+6\right)^2-\dfrac{42}{4}=10$

$\Rightarrow a=\sqrt{10}$

【另解】

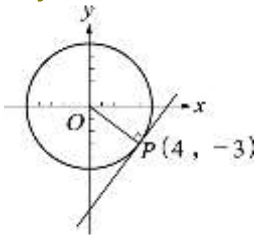
所求為 $\sqrt{3^2+(-6)^2-5\cdot3+3\cdot(-6)-2}=\sqrt{10}$

38. 通過 P（4，−3）且與圓 C：$x^2+y^2=25$ 相切的直線方程式為【　　　】。

答案：$4x-3y-25=0$

解析：點 P 在圓 C 上，圓 C 的圓心在 O（0，0），O，P 連線的斜率是 $\dfrac{-3-0}{4-0}=-\dfrac{3}{4}$

故切線的斜率是 $\dfrac{4}{3}$，所求切線方程式為 $y=\dfrac{4}{3}(x-4)-3$，即 $4x-3y-25=0$

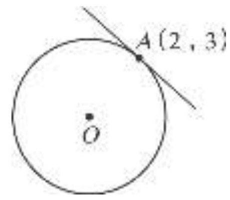


39. 過 A（2，3）且與圓 C：$x^2+y^2=13$ 的切線方程式為【　　　】。【屏東女中】

答案：$2x+3y-13=0$

解析：C：$x^2+y^2=13\Rightarrow$ 圓心 O（0，0），半徑 $r=\sqrt{13}$

A（2，3）代入 C 滿足 $2^2+3^2=13$，故 A 在 C 上，A 為切點



公式解

過 A 的切線 $2\cdot x+3\cdot y=13\Rightarrow 2x+3y=13$

【另解】

切線法向量 $\overrightarrow{n}=\overrightarrow{OA}=(2,3)$，設切線 L：$2x+3y+k=0$

又 A 在 L 上，將 A 代入 $\Rightarrow 4+9+k=0$，$k=-13$，

故 L：$2x+3y-13=0$

40. 通過點 P（2，−1）且與圓 C：$x^2+y^2=5$ 相切的直線方程式為【　　　】。

答案：$2x-y-5=0$

解析：點 P 在圓 C 上，圓 C 的圓心為 O（0，0），$\overline{OP}$ 的斜率為 $\dfrac{-1-0}{2-0}=-\dfrac{1}{2}$，因此切線斜率 2

切線方程式為 $y+1=2(x-2)$，即 $2x-y-5=0$

41. 過點 P（4，2）且與圓 $(x-1)^2+(y+2)^2=25$ 相切之直線方程式為【　　　】。

答案：$3x+4y-20=0$

解析：∵P（4，2）在圓 $(x-1)^2+(y+2)^2=25$ 上

圓心 O（1，−2），$m_{\overline{PO}}=\dfrac{4}{3}\Rightarrow$ 切線斜率 $=-\dfrac{3}{4}$

$\Rightarrow y-2=-\dfrac{3}{4}(x-4)\Rightarrow 3x+4y-20=0$

42. 在坐標平面上，將一光源置於點 P（1，4），則圓 $(x-2)^2+(y-1)^2=1$ 在 x 軸上的影子長為【　　　】。【新竹女中】

答案：3

解析：過（1，4），又與 C：$(x-2)^2+(y-1)^2=1$ 相切之切線斜率為 m

$\Rightarrow L$：$y-4=m(x-1)$

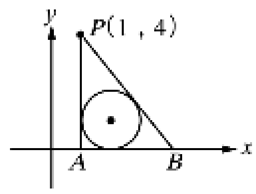
$\Rightarrow L$：$y=mx-m+4$ 代入 $(x-2)^2+(y-1)^2=1$

$\Rightarrow (x-2)^2+(mx-m+3)^2=1$

令判別式 $=0$，可解得 $m=-\dfrac{4}{3}$，因為切線應該有兩條

所以另一切線 L' 為無斜率，L'：$x-1=0$

L' 及 L 分別交 x 軸於 A（1，0），B（4，0）　∴ $\overline{AB}=3$



【另解】

令圓心 M（2，1）

則 $d(M,L)=1$（半徑）

$\Rightarrow\dfrac{|2m-1-m+4|}{\sqrt{m^2+1}}=1\Rightarrow(m+3)^2=m^2+1\Rightarrow 6m=-8$　$\therefore m=-\dfrac{4}{3}$

$\therefore L：y-4=-\dfrac{4}{3}（x-1）\Rightarrow L：3y-12=-4x+4$

$\therefore L：4x+3y=16$

另一切線 L' 為無斜率，其為 $x-1=0$

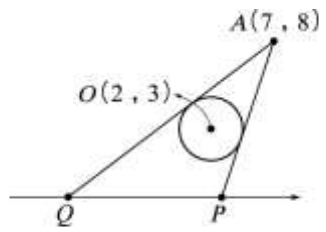
L' 及 L 分別交 x 軸於 $A（1，0）$，$B（4，0）$　$\therefore$ $\overline{AB}=3$

43. 在坐標平面上 $A（7，8）$有一光源，將圓 $（x-2）^2+（y-3）^2=1$ 投射到 x 軸上，求其在 x 軸上的影子長度為【　　　　】。【臺南女中】

答案：$\dfrac{14}{3}$

解析：C：$（x-2）^2+（y-3）^2=1\Rightarrow$ 圓心 $O（2，3）$，$r=1$

如圖，設過 A 的切線方程式 L：$（y-8）=m（x-7）$



$\Rightarrow mx-y+（8-7m）=0$，則 $d（O，L）=r$

$\Rightarrow \dfrac{|2m-3+8-7m|}{\sqrt{m^2+（-1）^2}}=1\Rightarrow |-5m+5|=\sqrt{m^2+1}$

$\Rightarrow 25m^2-50m+25=m^2+1$

$\Rightarrow 12m^2-25m+12=0\Rightarrow（3m-4）（4m-3）=0$

$\Rightarrow m=\dfrac{4}{3}$ 或 $\dfrac{3}{4}$

① 若 $m=\dfrac{4}{3}$，$L：y-8=\dfrac{4}{3}（x-7）\Rightarrow 4x-3y-4=0$，

令 $y=0$ 代入 $\Rightarrow x=1$，$P（1，0）$

② 若 $m=\dfrac{3}{4}$，$L：y-8=\dfrac{3}{4}（x-7）\Rightarrow 3x-4y+11=0$，

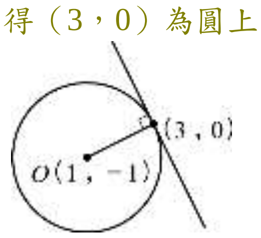
令 $y=0$ 代入 $\Rightarrow x=-\dfrac{11}{3}$，$Q\left(-\dfrac{11}{3},0\right)$

故影子長 $\overline{PQ}=1-\left(-\dfrac{11}{3}\right)=\dfrac{14}{3}$

44. 通過點（3，0），且與圓 $x^2+y^2-2x+2y-3=0$ 相切的直線方程式為【　　　　】。【臺南女中】

答案：$2x+y=6$

解析：將（3，0）代入圓：$x^2+y^2-2x+2y-3=0\Rightarrow 9+0-6+0-3=0$ 得（3，0）為圓上一點



又圓：$x^2+y^2-2x+2y-3=0\Rightarrow（x-1）^2+（y+1）^2=5$，圓心 $O（1，-1）$，半徑為 $\sqrt{5}$

設直線斜率為 m，則 $m\times\dfrac{0-（-1）}{3-1}=-1\Rightarrow m=-2$

（3，0）為直線上一點

$\therefore$ 直線方程式：$y=-2（x-3）\Rightarrow 2x+y=6$

45. 某公司所生產的產品，存放在甲、乙兩倉庫分別有 50 單位，40 單位，現在市場 A，市場 B 分別的需求量是 20 單位、30 單位，如表是各倉庫運輸到各市場的每單位運輸成本：

	市場 A	市場 B
倉庫甲	500 元	450 元
倉庫乙	400 元	300 元

在滿足 A，B 市場的需求下，最節省的運輸成本為【　　　　】元。

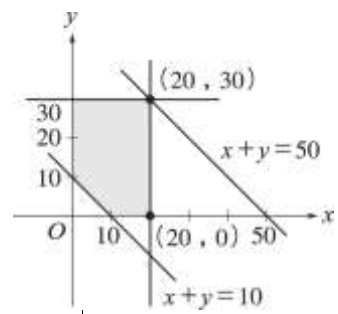
答案：18000

解析：設甲倉庫運 x 單位至市場 A，運 y 單位至市場 B，則乙倉庫運 $（20-x）$ 單位至市場 A，運 $（30-y）$ 單位至市場 B

目標函數 $=500x+450y+400（20-x）+300（30-y）=100x+150y+17000$

由題意得 $\begin{cases}0\leqq x\leqq 20\\0\leqq y\leqq 30\\0\leqq x+y\leqq 50\\0\leqq(20-x)+(30-y)\leqq 40\end{cases}\Rightarrow$

$\begin{cases}0\leqq x\leqq 20\\0\leqq y\leqq 30\\10\leqq x+y\leqq 50\end{cases}$



	$100x+150y+17000$	
（20，30）	123500	
（20，0）	19000	
（10，0）	18000	→最小值
（0，30）	21500	
（0，10）	18500	

當 $x=10$，$y=0$ 時運費最小 18000 元

即甲倉庫運 10 單位至市場 A，0 單位至市場 B，

　乙倉庫運 10 單位至市場 A，30 單位至市場 B，

則運費 18000 元最節省

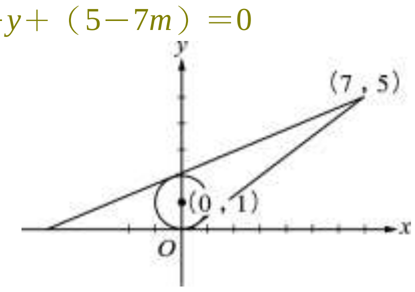
46. 在坐標平面上（7，5）處有一光源，將圓 $x^2+（y-1）^2=1$ 投射到 x 軸的影長為【　　　　】。

答案：$\dfrac{16}{3}$

解析：過 $P（7，5）$向圓作切線

$L：y-5=m（x-7）$

即 $mx-y+（5-7m）=0$



$\therefore d\,((0,1),L)=\dfrac{|0-1+5-7m|}{\sqrt{m^2+1}}=1$

$\Rightarrow |4-7m|=\sqrt{m^2+1}\Rightarrow 16-56m+49m^2=m^2+1$

$\Rightarrow 48m^2-56m+15=0\Rightarrow (12m-5)(4m-3)=0$

$\Rightarrow m=\dfrac{5}{12}$ 或 $m=\dfrac{3}{4}$

$\therefore L: y-5=\dfrac{5}{12}(x-7)$ 或 $y-5=\dfrac{3}{4}(x-7)$

令 $y=0$ 代入上式得 $x=-5$ 或 $x=\dfrac{1}{3}$

$\therefore \overline{AB}=\dfrac{1}{3}+5=\dfrac{16}{3}$

47. 某高中已有一個長 100 公尺、寬 80 公尺的足球練習場。若想要在足球練習場的外圍鋪設內圈總長度為 600 公尺的跑道，跑道規格為左右兩側各是直徑相同的半圓，而中間是上下各一條的直線跑道，直線跑道與足球練習場的長邊平行（如示意圖）。則圖中一條直線跑道 $\overline{AB}$ 長度的最大可能整數值為【　　　　】公尺。

答案：174

解析：作圖

$\therefore \overline{AB}=300-40\pi\approx 174.4$

即 $\overline{AB}$ 長度的最大可能整數值為 174 公尺

48. 設直線 $L: 3x+2y=1$，$P(4,1)$，則：

（1）過 P 點且與直線 L 平行的直線方程式為【　　　　】。

（2）過 P 點且與直線 L 垂直的直線方程式為【　　　　】。

答案：（1）$3x+2y=14$；（2）$2x-3y=5$

解析：（1）直線 L 的斜率為 $-\dfrac{3}{2}$　∵兩平行線斜率相等

∴所求直線的斜率為 $-\dfrac{3}{2}$

由點斜式可得過 $P(4,1)$ 且平行 L 的直線方程式為 $y-1=-\dfrac{3}{2}(x-4)$，即 $3x+2y=14$

（2）直線 L 的斜率為 $-\dfrac{3}{2}$　∵兩直線垂直，斜率乘積為 -1　∴所求直線的斜率為 $\dfrac{2}{3}$

由點斜式可得過 $P(4,1)$ 且垂直 L 的直線方程式為 $y-1=\dfrac{2}{3}(x-4)$，即 $2x-3y=5$

49. 求過點 $(2,6)$ 且 x，y 軸截距相等的直線方程式為【　　　　】。

答案：$x+y=8$ 或 $y=3x$

解析：（1）若 x，y 截距均為 a，$a\neq 0$，則

令 $L: \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{a}=1$，$a\neq 0$

$(2,6)$ 代入 $\Rightarrow \dfrac{2}{a}+\dfrac{6}{a}=1\Rightarrow a=8$

$\Rightarrow L: \dfrac{x}{8}+\dfrac{y}{8}=1$，得 $x+y=8$

（2）若 x，y 截距均為 0，則 L 過原點

令 $L: y=kx$，又過點 $(2,6)$

$\Rightarrow 6=2k$，$k=3\Rightarrow L: y=3x$

由（1）、（2）知，所求方程式為 $x+y=8$ 或 $y=3x$

50. 兩直線 $L_1: ax+2y=a$，$L_2: x+(a+1)y=a+3$：

（1）當 $a=$【　　　　】時，L_1 與 L_2 重合。

（2）當 $a=$【　　　　】時，L_1 與 L_2 平行。

（3）當 $a\neq$【　　　　】時，L_1 與 L_2 交於一點。

答案：（1）-2；（2）1；（3）-2 且 1

解析：令 $\dfrac{a}{1}=\dfrac{2}{a+1}\Rightarrow a(a+1)=2\Rightarrow a^2+a-2=0$

$\Rightarrow (a+2)(a-1)=0\Rightarrow a=-2$ 或 1

（1）當 $a=-2$ 時　$\because \dfrac{-2}{1}=\dfrac{2}{-1}=\dfrac{-2}{1}$

$\therefore L_1$ 與 L_2 重合

（2）當 $a=1$ 時　$\because \dfrac{1}{1}=\dfrac{2}{2}\neq\dfrac{1}{4}$

$\therefore L_1$ 與 L_2 平行

（3）當 $a\neq -2$ 且 $a\neq 1$ 時，L_1 與 L_2 交於一點

51. （1）不論 m 為任何實數，直線 $L: y=mx+m-2$ 恆過定點 P，則定點 P 的坐標為【　　　　】。

（2）承（1），已知 $A(3,2)$，$B(-2,4)$，若直線 L 與 $\overline{AB}$ 相交，則 m 之範圍為【　　　　】。

答案：（1）$(-1,-2)$；（2）$m\geqq 1$ 或 $m\leqq -6$

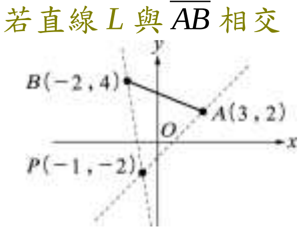
解析：（1）$y=mx+m-2\Rightarrow y+2=m(x+1)$

表過點 $(-1,-2)$ 斜率為 m 之直線

∴過定點 $P(-1,-2)$

（2）$m_{AP}=\dfrac{2-(-2)}{3-(-1)}=1$，$m_{BP}=\dfrac{4-(-2)}{-2-(-1)}=-6$

如圖，若直線 L 與 $\overline{AB}$ 相交



則 $m\geqq 1$ 或 $m\leqq -6$

四、計算題

1. 求下列直線方程式：

（1）過 $(2,-3)$ 且與 x 軸平行之直線方程式。

（2）過 $(2,-3)$ 且斜率為 3 之直線方程式。【臺南一中】

解：

答案：（1）$y+3=0$；（2）$3x-y-9=0$

解析：（1）與 x 軸平行 $\Rightarrow y+k=0$，$(2,-3)$ 代入 $\Rightarrow y+3=0$

（2）$y+3=3(x-2)\Rightarrow 3x-y-9=0$

2. 一米商在 A，B 兩倉庫，分別存放有 50 噸米與 40 噸米。已知甲鎮的需求量是 40 噸米，乙鎮的需求量是 30 噸米，而下表是兩倉庫運送米到兩鎮之每噸運費：

	甲鎮	乙鎮
倉庫 A	100 元	140 元
倉車 B	120 元	130 元

設從倉庫 A 運送 x 噸米到甲鎮，y 噸米到乙鎮，且米商的總運費是 K，

(1)請列出 x，y 必須滿足的不等式組。

(2)請以 x，y 表示總運費 K。

(3)請在坐標平面上詳細畫出滿足(1)的不等式組圖形。

(4)在滿足兩鎮的需求下，應如何配送才能使運費 K 最少？又此運費最少為何？【嘉義女中】

解：

答案：(1)$\begin{cases} x \geqq 0，y \geqq 0 \\ x \leqq 40 \\ y \leqq 30 \\ x+y \leqq 50 \\ x+y \geqq 30 \end{cases}$；(2)$K=-20x+10y+8700$；(3)略；(4)倉庫 A 運送 40 噸到甲鎮，倉庫 B 運送 30 噸到乙鎮時，有最少運費 7900 元

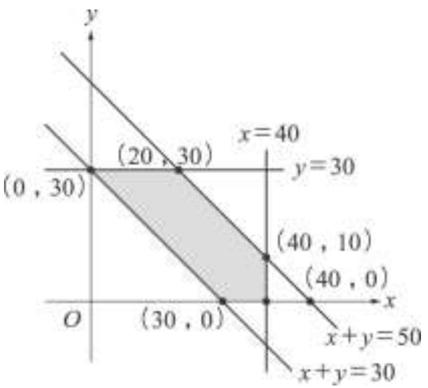
解析：(1)倉庫 A 運送 x 噸到甲鎮，y 噸到乙鎮

則倉庫 B 運送 $(40-x)$ 噸到甲鎮，$(30-y)$ 噸到乙鎮

$$\begin{cases} x \geqq 0，y \geqq 0 \\ 40-x \geqq 0 \\ 30-y \geqq 0 \\ x+y \leqq 50 \\ (40-x)+(30-y) \leqq 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geqq 0，y \geqq 0 \\ x \leqq 40 \\ y \leqq 30 \\ x+y \leqq 50 \\ x+y \geqq 30 \end{cases}$$

(2)目標函數 $K=100x+140y+120(40-x)+130(30-y)=-20x+10y+8700$

(3)



由題意得可行解區域如圖

(4)承(2)，$K=-20x+10y+8700$，可得下表

$(x，y)$	(0，30)	(30，0)	(40，0)	(40，10)	(20，30)
K	9000	8100	7900	8000	8600

故當 $x=40$，$y=0$，即倉庫 A 運送 40 噸到甲鎮，倉庫 B 運送 30 噸到乙鎮時，有最少運費 7900 元

3. 試求滿足下列條件之直線方程式：

(1)斜率為 -2，且過點 $(1，3)$ 的直線。

(2)通過 $(-1，2)$，$(2，1)$ 兩點的直線。

解：

答案：(1)$2x+y-5=0$；(2)$x+3y-5=0$

解析：(1)由點斜式可得所求直線方程式為

$y-3=-2(x-1)$

即 $2x+y-5=0$

(2)因為 $(-1，2)$，$(2，1)$ 為所求直線上兩點

所以直線的斜率為 $\dfrac{1-2}{2-(-1)}=-\dfrac{1}{3}$

又直線過點 $(2，1)$

故由點斜式得直線方程式為

$y-1=-\dfrac{1}{3}(x-2)$

即 $x+3y-5=0$

4. 試求滿足下列條件之直線方程式：

(1)過點 $A(1，2)$，且斜率為 2 的直線。

(2)通過兩點 $A(-2，1)$ 與 $B(3，5)$ 的直線。

(3)斜率為 -2，且 y 截距為 -5 的直線。

(4)x 截距為 -4，y 截距為 6 的直線。

解：

答案：(1)$2x-y=0$；(2)$4x-5y+13=0$；(3)$2x+y+5=0$；(4)$3x-2y+12=0$

解析：(1)方程式為 $y-2=2(x-1) \Rightarrow 2x-y=0$

(2)方程式為 $\dfrac{y-5}{x-3}=\dfrac{5-1}{3-(-2)} \Rightarrow 4x-5y+13=0$

(3)方程式為 $y-(-5)=-2(x-0) \Rightarrow 2x+y+5=0$

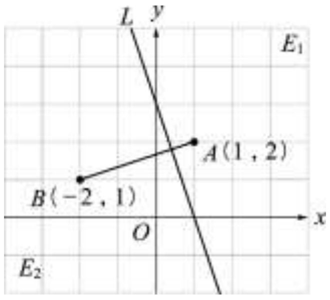
(4)方程式為 $\dfrac{x}{-4}+\dfrac{y}{6}=1 \Rightarrow 3x-2y+12=0$

5. 坐標平面上，設直線 L 的斜率為 m，y 截距為 3，若兩點 A（1，2），B（-2，1）在 L 的異側，則 m 之最大可能範圍為何？

解：

答案：$m<-1$ 或 $m>1$

解析：由已知條件可知直線 L 的方程式為 $y=mx+3$，即 $mx-y+3=0$，如圖所示



直線 L 將坐標平面分成兩個半平面 E_1，E_2

因為 A，B 兩點在 L 的異側

則 A，B 兩點有一個在 $mx-y+3>0$ 的圖形內

一個在 $mx-y+3<0$ 的圖形內。因此，得

$(m\cdot 1-2+3)(m\cdot(-2)-1+3)<0$

即 $(m+1)(-2m+2)<0$

兩邊同除以 -2，得 $(m+1)(m-1)>0$

故得 $m<-1$ 或 $m>1$

6. 試求下列各直線方程式：

(1)過點（1，1），斜率為 $\frac{2}{3}$。

(2)過兩點（1，0），（0，3）。

(3)斜率為 $-\frac{1}{3}$，y 截距為 1。

解：

答案：(1) $2x-3y+1=0$；(2) $3x+y-3=0$；(3) $x+3y=3$

解析：(1)由點斜式得 $y-1=\frac{2}{3}(x-1) \Rightarrow 2x-3y+1=0$

(2) $m=\frac{3-0}{0-1}=-3$，由點斜式知 $y-0=-3(x-1) \Rightarrow 3x+y-3=0$

(3)由點斜式得 $y-1=-\frac{1}{3}(x-0) \Rightarrow x+3y=3$