

1125 高毅甲 平時測驗：2-3 直線與圓的關係

班級 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 座號 \_\_\_\_\_

一、單選題 (5 題 每題 10 分 共 50 分)

( ) 1. 下列何者的圖形為一圓? (1)  $x^2 + y^2 = 4$ . (2)  $(x-1)^2 + (y+1)^2 = -4$ . (3)  $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 5 = 0$ .

【課本例習題】

**解答** 1

**解析** 根據圓的標準式, (1)是圓心(0,0), 半徑 2 的圓. (2)圖形不存在.

將(3)配方得  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 0$ , 其圖形為點  $(-1, -2)$ .

答案為(1).

( ) 2. 求通過圓  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$  上一點  $P(4, 2)$  的切線方程式為 (1)  $3x + 4y - 20 = 0$  (2)  $4x + 3y - 22 = 0$  (3)  $2x + 3y - 14 = 0$  (4)  $x - 3y - 2 = 0$  (5)  $3x + 2y - 16 = 0$ .

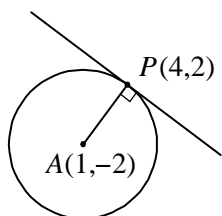
【課本類題】

**解答** 1

**解析** 圓:  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$ , 圓心  $A(1, -2)$ ,

半徑  $\overline{AP}$  的斜率為  $m_{AP} = \frac{2 - (-2)}{4 - 1} = \frac{4}{3}$ ,  $\therefore m_{切} = -\frac{3}{4}$ ,

得切線:  $y - 2 = -\frac{3}{4}(x - 4) \Rightarrow 3x + 4y - 20 = 0$ , 故選(1).



( ) 3. 求通過圓  $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 3 = 0$  上一點  $P(0, 1)$  的切線方程式為 (1)  $2x + y - 1 = 0$  (2)  $3x + y - 1 = 0$  (3)  $6x + y - 1 = 0$  (4)  $3x - y + 1 = 0$  (5)  $4x - 3y + 3 = 0$ .

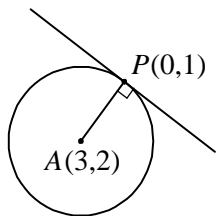
【課本類題】

**解答** 2

**解析** 圓:  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 10$ , 圓心  $A(3, 2)$ ,

半徑  $\overline{AP}$  的斜率為  $m_{AP} = \frac{2 - 1}{3 - 0} = \frac{1}{3}$ ,  $\therefore m_{切} = -3$ ,

得切線:  $y - 1 = -3(x - 0) \Rightarrow 3x + y - 1 = 0$ , 故選(2).



二、多選題 (2 題 每題 10 分 共 20 分)

( ) 1. 下列何者的圖形為一圓? (1)  $x^2 + y^2 = 0$  (2)  $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 64$  (3)  $x^2 + y^2 + 4x + 4y = 0$  (4)  $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 16 = 0$  (5)  $(x-1)(x-3) + (y+2)(y-4) = 0$ .

【新突破講義】

**解答** 235 ( ) 4. 下列哪一直線為圓  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$  的切線方程式? (1)  $5x - 12y - 7 = 0$  (2)  $5x + 12y - 13 = 0$  (3)  $4x - 3y + 3 = 0$  (4)  $4x + 3y - 24 = 0$ .

【龍騰自命題】

解析 (1)是一個點(0,0) .

(2)是圓心(1, -1), 半徑 8 的圓 .

(3)配方得 $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 8$ , 其圖形為一圓 .

(4)配方得 $(x+2)^2 + (y+2)^2 = -8$ , 其圖形不存在 .

(5)乘開配方, 得 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 10$ , 其圖形為一圓 .

故選(2)(3)(5) . **解答** 4

解析 原式  $\Rightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$ , 圓心(2, -3), 半徑  $r=5$ ,

(4)  $d = \frac{|4 \times 2 + 3(-3) - 24|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{25}{5} = 5$ , 滿足圓心到直線之距離為 5, 表示相切, 故選(4) .

( ) 5. 已知  $A(2, -4), B(5, -2)$ , 求以  $\overline{AB}$  為直徑的圓方程式為何? (1) $x^2 + y^2 - 7x + 6y + 18 = 0$  (2) $x^2 + y^2 - 7x - 6y + 18 = 0$  (3) $x^2 + y^2 - 6x + 7y + 18 = 0$  (4) $x^2 + y^2 + 7x - 6y + 18 = 0$  (5) $x^2 + y^2 + x + y + 18 = 0$  .

【課本類題】

**解答** 1

解析 利用直徑式得方程式為 $(x-2)(x-5) + (y+4)(y+2) = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - 7x + 6y + 18 = 0$ , 故選(1) .

( ) 2. 在坐標平面上, 圖形  $C: (x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$ , 下列何者正確? (1)圖形為一個圓 (2)圖形對稱於  $x=2$  (3)圖形對稱於  $y=-3$  (4)圖形過原點 (5)圖形所圍的區域面積為  $5\pi$  .

【新突破講義】

**解答** 1235

解析 圖形  $C$  化成圓的標準式:  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = (\sqrt{5})^2$ ,

圓心為(2, -3), 半徑  $\sqrt{5}$  . 面積為  $5\pi$  .

原點(0,0)代入:  $(0-2)^2 + (0+3)^2 \neq (\sqrt{5})^2$ ,

$\therefore$  圖形不過原點

故選(1)(2)(3)(5) .

三、填充題 (3 格 每格 10 分 共 30 分)

1. 設  $A(-1, 0), B(1, 0)$ , 平面上滿足  $\overline{PA} : \overline{PB} = \sqrt{3} : 1$  之  $P$  點的軌跡為一圓  $C$ , 則

(1) $C$  的圓心為\_\_\_\_\_ . (2)半徑為\_\_\_\_\_ .

【龍騰自命題】

**解答** (1)(2, 0);(2) $\sqrt{3}$

解析 設  $P$  點坐標為 $(x, y)$ ,

$$\because \overline{PA} = \sqrt{3} \overline{PB}, \therefore \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = \sqrt{3} \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 + y^2 = 3, \text{ 故圓的圓心為}(2, 0), \text{ 半徑為}\sqrt{3} .$$

2. 過  $A(2, 3)$  且與圓  $C: x^2 + y^2 = 13$  相切的切線方程式為\_\_\_\_\_ .

解答  $2x + 3y = 13$

解析  $A(2, 3)$  代入圓  $C$  中成立，表示  $A(2, 3)$  在圓上，  
利用切點公式得切線為  $2x + 3y = 13$  .