1113　高穀甲　圓與直線方程式

班級：　　　姓名　　　　座號

一、單選題 (5 題 每題 10 分 共 50 分)

(　　　) 1.在坐標平面上，圓 $x^2+y^2+2x-2y+1=0$ 與 $y=|2x+1|$ 的圖形有幾個交點? (1)1 個 (2)2 個 (3)3 個 (4)4 個 (5)0 個．

【103 指考甲】

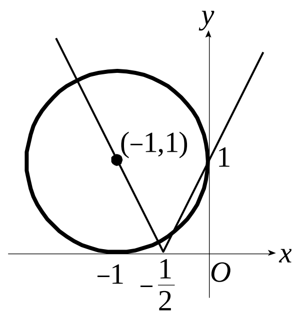
解答　4

解析　將圓 $x^2+y^2+2x-2y+1=0$ 化為標準式，得 $(x+1)^2+(y-1)^2=1$，

知其圓心為 $(-1,1)$，半徑為 1．又

$$y=|2x+1|=\begin{cases}2x+1, & 若\ x\ge -\frac{1}{2}\\ -2x-1, & 若\ x<-\frac{1}{2}\end{cases}$$

．兩圖形如下，共有 4 個交點．



故選(4)．

(　　　) 2.直線 L：$4x+3y+6=0$ 與圓 C：$x^2+y^2-6x-8y-11=0$ 的關係為 (1)相割 (2)相離 (3)相切 (4)平行 (5)以上皆非．

【龍騰自命題】

解答　3

解析　圓 C：$(x-3)^2+(y-4)^2=36$，圓心 $O(3,4)$，半徑 $r=6$，

$$d(O,L)=\frac{|4\times3+3\times4+6|}{\sqrt{4^2+3^2}}=6=半徑，直線與圓相切，$$

故選(3)．

(　　　) 3.不等式 $(|x|-3)^2+(|y|-4)^2\le 25$ 所圍成區域的面積為 (1)$92+46\pi$ (2)$94+48\pi$ (3)$96+50\pi$ (4)$98+52\pi$ (5)$100+54\pi$．

【94 和平高中期中考】

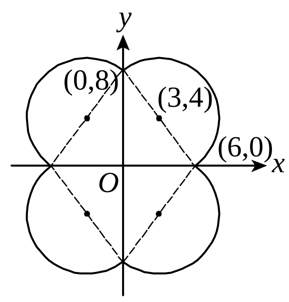
解答　3

解析　以 $-y$ 代 y 方程式不變，∴ 圖形與 x 軸成對稱，

以 $-x$ 代 x 方程式不變，∴ 圖形與 y 軸成對稱，

作 $x\ge0$，$y\ge0$，$(x-3)^2+(y-4)^2\le25$ 之圖形，依對稱狀況得圖形如下，

所求面積 $=4(\frac{1}{2}\times6\times8+\frac{1}{2}\pi\cdot5^2)=96+50\pi$，故選(3)．



(　　　) 4.求通過圓 $x^2+y^2-2x+4y-20=0$ 上一點 $P(4,2)$ 的切線方程式為 (1)$3x+4y-20=0$ (2)$4x+3y-22=0$ (3)$2x+3y-14=0$ (4)$x-3y-2=0$ (5)$3x+2y-16=0$．

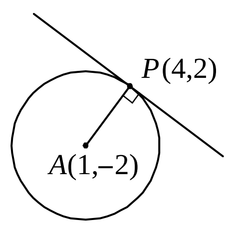
【課本類題】

解答　1

解析　圓：$(x-1)^2+(y+2)^2=25$，圓心 $A(1,-2)$，

半徑 $\overline{AP}$ 的斜率為 $m_{\overline{AP}}=\frac{2-(-2)}{4-1}=\frac{4}{3}$，∴$m_{切}=-\frac{3}{4}$，

得切線：$y-2=-\frac{3}{4}(x-4)\Rightarrow 3x+4y-20=0$，故選(1)．



(　　　) 5.圓 C：$(x-1)^2+(y-2)^2=9$，下列哪一條直線被圓 C 所截的弦最長? (1)x 軸 (2)y 軸 (3)$x+y=1$ (4)$4x-3y=1$ (5)$2x+y=5$．

【98 台中女中期中考】

解答 5

解析 弦心距愈短，所截的弦愈長，故選(5)．

二、填充題 (5 格 每題 10 分 共 50 分)

1.設斜率 2，且與圓 C：$x^2+y^2=1$ 相切的直線方程式為 ____________．

【94 台南一中期中考】

解答 $2x-y\pm\sqrt{5}=0$

解析 設切線 $2x-y+k=0$，

$\because$ 相切，$\therefore$ $d=\dfrac{|k|}{\sqrt{5}}=1=r$ $\Rightarrow$ $k=\pm\sqrt{5}$，故切線方程式為 $2x-y\pm\sqrt{5}=0$．

2.已知 $A(2,3)$，$B(3,-1)$兩點及圓 C：$(x+2)^2+y^2=25$，則

(1)過點 A 與圓 C 相切的直線方程式為____________．

(2)過點 B 與圓 C 相切的直線方程式為____________．

【新突破講義】

解答 (1)$4x+3y=17$;(2)$y+1=\dfrac{12}{5}(x-3)$或 $x=3$

解析 圓 C：$(x+2)^2+y^2=25$，圓心 $O(-2,0)$

(1)$\because(2+2)^2+3^2=25$ $\therefore A(2,3)$在圓 C 上，

由$\overline{OA}$的斜率為$\dfrac{3-0}{2-(-2)}=\dfrac{3}{4}$

所求切線斜率為$-\dfrac{4}{3}$ $\Rightarrow$ 所求切線

$y-3=-\dfrac{4}{3}(x-2)$，即 $4x+3y=17$．

(2)$\because(3+2)^2+(-1)^2>25$ $\therefore B(3,-1)$在圓 C 外，

設切線 L：$y+1=m(x-3)$ $\Rightarrow$ $y=mx-3m-1$

代入圓 C：$(x+2)^2+y^2=25$，

得$(x+2)^2+(mx-3m-1)^2=25$

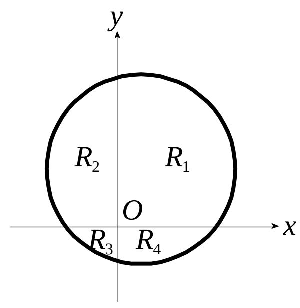
經化簡得$(1+m^2)x^2+(-6m^2-2m+4)x+9m^2+6m-20=0$

判別式 $D=(-6m^2-2m+4)^2-4\times(1+m^2)\times(9m^2+6m-20)=-8(5m-12)=0$

得 $m=\dfrac{12}{5}$．

$\therefore$兩切線為 $y+1=\dfrac{12}{5}(x-3)$ 或 $x=3$（鉛直線）．

3.在坐標平面上有一個圓，其圓心坐標為(5,12)且半徑為 20，若此圓分布在第一、二、三、四象限內的區域面積分別為 R_1、R_2、R_3、R_4（如圖所示），則 $R_1-R_2+R_3-R_4$之值= ____________．



【鳳山高中期中考】

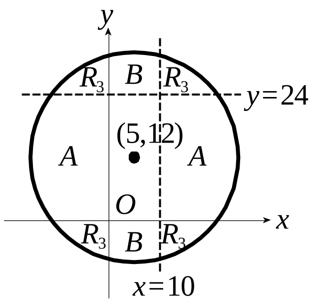
解答 240

解析 作 $x=0$，$x=10$，$y=0$，$y=24$ 四條直線，

如圖只分 9 個區域 $\Rightarrow$ 中央矩形面積$=10\times24=240$，

$\therefore R_1=A+B+R_3+240$，$R_2=A+R_3$，$R_4=B+R_3$

$\Rightarrow R_1-R_2+R_3-R_4=(A+B+R_3+240)-(A+R_3)+R_3-(B+R_3)=240$．



4.過$(5,1)$,$(3,1)$兩點且圓心在 $x+2y-2=0$ 線上的圓方程式可表為 $x^2+y^2+dx+ey+f=0$，則數對$(d,e,f)=$____________．

【93 台南一中期中考】

解答 $(-8,2,12)$

解析 圓過$(5,1)$，$(3,1)$ $\Rightarrow$ 圓心在兩點中垂線 $x=4$ 上，

解$\begin{cases}x=4\\x+2y-2=0\end{cases}$ $\Rightarrow$ 圓心$(4,-1)$，半徑

$r=\sqrt{(5-4)^2+(1+1)^2}=\sqrt{5}$，

所求圓方程式為$(x-4)^2+(y+1)^2=5$ $\Rightarrow$ $x^2+y^2-8x+2y+12=0$，

故$(d,e,f)=(-8,2,12)$．