

姓名 \_\_\_\_\_ 座號 \_\_\_\_\_

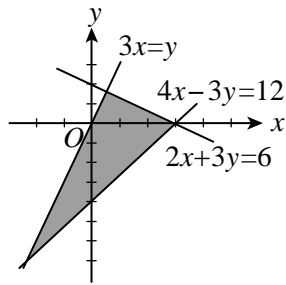
一、單選題 (5 題 每題 10 分 共 50 分)

( ) 1. 試問圖中鋪色部分 (包含邊界) 為下列哪一個不等式

組之解? (1)  $\begin{cases} 3x \geq y \\ 4x - 3y \geq 12 \\ 2x + 3y \leq 6 \end{cases}$  (2)  $\begin{cases} 3x \geq y \\ 4x - 3y \leq 12 \\ 2x + 3y \leq 6 \end{cases}$

(3)  $\begin{cases} 3x \leq y \\ 4x - 3y \geq 12 \\ 2x + 3y \geq 6 \end{cases}$  (4)  $\begin{cases} 3x \leq y \\ 4x - 3y \geq 12 \\ 2x + 3y \leq 6 \end{cases}$

(5)  $\begin{cases} 3x \leq y \\ 4x - 3y \leq 12 \\ 2x + 3y \geq 6 \end{cases}$



【龍騰自命題】

**解答** 2

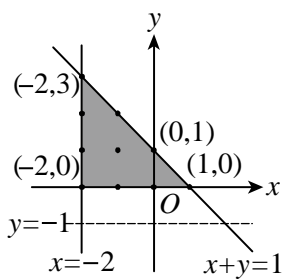
**解析** 由圖形可看出，鋪色區域在  $3x=y$  右側， $4x-3y=12$  左側， $2x+3y=6$  左側，得  $3x \geq y$ ， $4x-3y \leq 12$ ， $2x+3y \leq 6$ ，故選(2)。

( ) 2. 設  $x, y$  皆為整數，則不等式組  $\begin{cases} x+y \geq 1 \\ x \geq 2 \\ y > -1 \end{cases}$  有多少個格子點? (1)7 (2)8 (3)9 (4)10 個。

【課本類題】

**解答** 4

**解析** 如圖，其中格子點有  $(-2, 3)$ ， $(-2, 2)$ ， $(-2, 1)$ ， $(-2, 0)$ ， $(-1, 2)$ ， $(-1, 1)$ ， $(-1, 0)$ ， $(0, 1)$ ， $(0, 0)$ ， $(1, 0)$  共 10 個，故選(4)。



( ) 3. 某汽車公司有 A、B 二廠生產同規格汽車，其每天產能分別為 15 輛及 20 輛，該公司二經銷站 M、N，每日需求分別為 10 輛及 25 輛，公司欲擬最佳運輸計劃，使每日總運費最低；其中每輛車運費為：由 A 廠至 M 站 150 元，A 廠至 N 站 200 元，B 廠至 M 站 200 元，B 廠至 N 站 100 元；則其最低總運費是 (1)3000 元 (2)3500 元 (3)4000 元 (4)4500 元。

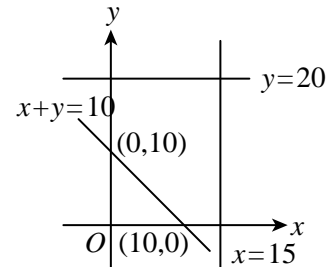
**解答** 4

**解析** 設 A 廠送至 M 站每日  $x$  輛車，送至 N 站每日  $15-x$  輛車，B 廠送至 M 站每日  $y$  輛車，送至 N 站每日  $20-y$

輛車，依題意列式得  $\begin{cases} 0 \leq x \leq 15 \\ 0 \leq y \leq 20 \\ x+y \geq 10 \text{ L L } \textcircled{1} \\ (15-x)+(20-y) \geq 25 \text{ L L } \textcircled{2} \end{cases}$ ，

且  $x, y$  均為整數，

由  $\textcircled{1}\textcircled{2}$  可得  $x+y=10$ ，如圖，



各種運費之一覽表如下：

	M	N
A	150 元	200 元
B	200 元	100 元

寫成方程式可得  $f(x, y) = 150x + 200(15-x) + 200y + 100(20-y) = -50(x-2y) + 5000$ ，

故  $f(0, 10) = -50 \times (-20) + 5000 = 6000$ ， $f(10, 0) = -50 \times 10 + 5000 = 4500$ ，

即最低總運費為 4500 元，故選(4)。

( ) 4. 直角坐標平面上，以  $(0,0)$ ， $(1,0)$  及  $(0,1)$  為頂點的三角形區域 (不含邊) 為下列哪一個不等式的解集合? (1)  $xy(x+y-1) > 0$  (2)  $xy(x+y-1) < 0$  (3)  $\sqrt{x}\sqrt{y}(x+y-1) > 0$  (4)  $\sqrt{x}\sqrt{y}(x+y-1) < 0$  (5)  $\sqrt{x}\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y}-1) < 0$ 。

【龍騰自命題】

**解答** 4

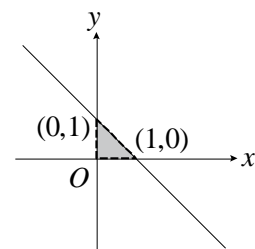
**解析** 《方法一》

以  $(0,0)$ ， $(1,0)$ ， $(0,1)$  為頂點的三角形區域 (不含邊) 為不等式組

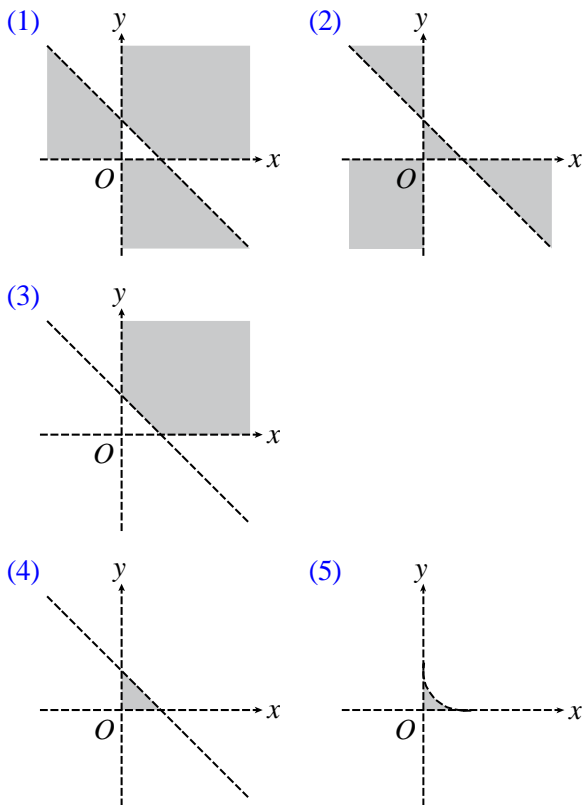
$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x+y-1 < 0 \end{cases}$  的解集合，又  $x > 0, y > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} > 0, \sqrt{y} > 0$ ，

0，

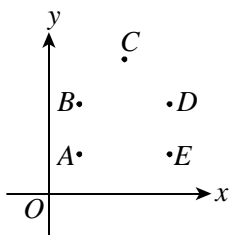
故不等式組可表為  $\sqrt{x}\sqrt{y}(x+y-1) < 0$ 。



《方法二》



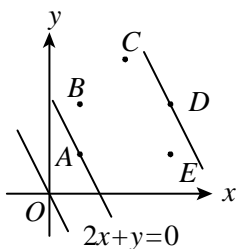
( ) 5. 下圖中  $A, B, C, D, E$  為坐標平面上的五個點，將這五個點的坐標  $(x, y)$  分別代入  $2x + y$ ，哪一個點代入所得的值最小？ (1)  $A$  (2)  $B$  (3)  $C$  (4)  $D$  (5)  $E$  .



【課本例習題】

**解答** 1

**解析** 利用平行線法。先畫出通過原點的直線  $2x + y = 0$ ，而後將直線  $2x + y = 0$  向右上方平行移動，如圖所示：因為所有與  $2x + y = 0$  平行的直線  $2x + y = k$ ，當直線越往右移動，則  $k$  的值越大，所以由圖可知： $A$  點代入所得的值最小，故選(1)。



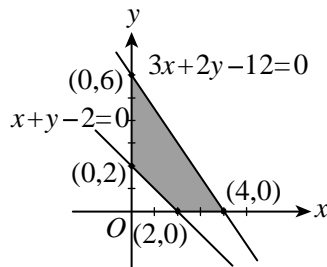
二、填充題 (5 題 每題 10 分 共 50 分)

1. 已知  $x, y$  滿足  $\begin{cases} 3x + 2y - 12 \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ ，求  $2x + y - 1$  之(1)最大值為 \_\_\_\_\_。(2)最小值為 \_\_\_\_\_。

【課本類題】

**解答** (1)7;(2)1

**解析** 如圖，



$(x, y)$	(2, 0)	(4, 0)	(0, 6)	(0, 2)
$2x + y - 1$	3	7	5	1

故  $2x + y - 1$  之最大值為 7，最小值為 1。

2. 某公司擁有  $A, B$  兩座在不同地區的倉庫， $A$  倉庫存貨 48 公噸， $B$  倉庫存貨 60 公噸。今公司接獲甲地客戶訂貨 36 公噸，同時接獲乙地客戶訂貨 44 公噸。而由  $A$  倉庫運至甲地每公噸運費 400 元，運至乙地每公噸運費 500 元；由  $B$  倉庫運至甲地每公噸運費 600 元，運至乙地每公噸運費 650 元，則此公司運費最低為 \_\_\_\_\_ 元。

【課本類題】

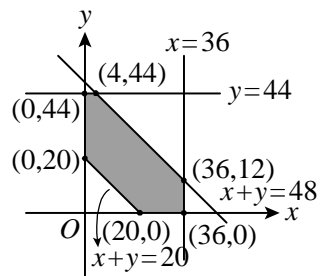
**解答** 41200

**解析** 設由  $A$  倉庫運至甲  $x$  公噸，運至乙  $y$  公噸，

由  $B$  倉庫運至甲  $(36 - x)$  公噸，運至乙  $(44 - y)$  公噸，

$$\begin{cases} x + y \leq 48 \\ (36 - x) + (44 - y) \leq 60 \\ 0 \leq x \leq 36 \\ 0 \leq y \leq 44 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y \leq 48 \\ x + y \geq 20 \\ 0 \leq x \leq 36 \\ 0 \leq y \leq 44 \end{cases}$$

目標求  $400x + 500y + 600(36 - x) + 650(44 - y) = -200x - 150y + 50200$  之最小值，如圖，



$(x, y)$	(20, 0)	(36, 0)	(36, 12)	(4, 44)	(0, 44)
$-200x - 150y + 50200$	46200	43000	41200	42800	43600

最小

故  $A$  運至甲 36 公噸， $B$  運至甲 0 公噸， $A$  運至乙 12 公噸， $B$  運至乙 32 公噸，能使運費最低為 41200 元。

3. 設  $A(-1, 2)$ ,  $B(4, 3)$  且直線  $y = mx - 3$  與  $\overline{AB}$  相交, 試求  $m$  之範圍為\_\_\_\_\_.

【龍騰自命題】

**解答**  $m \geq \frac{3}{2}$  或  $m \leq -5$

**解析** 因為  $\overline{AB}$  與直線  $f(x, y) = mx - y - 3 = 0$  相交, 則  $A$  與  $B$  不在直線  $f(x, y) = 0$  之同側  
 $\Rightarrow f(-1, 2) \cdot f(4, 3) \leq 0 \Rightarrow (-m - 2 - 3) \cdot (4m - 3 - 3) \leq 0$   
 $\Rightarrow (m + 5)(2m - 3) \geq 0,$   
 故  $m \geq \frac{3}{2}$  或  $m \leq -5$ .

4. 設  $a$  為一實數, 已知在第一象限滿足聯立不等式  $\begin{cases} x - 3y \leq a \\ x + 2y \leq 14 \end{cases}$  的所

有點所形成之區域面積為  $\frac{213}{5}$  平方單位, 則  $a =$ \_\_\_\_\_.

【105 學測】

**解答** 6

**解析** 當  $a = 0$  時,  $x - 3y = 0$  與  $x + 2y = 14$  的交點為  $(\frac{42}{5}, \frac{14}{5})$ ,

得區域面積為  $\frac{1}{2} \times 7 \times \frac{42}{5} = \frac{147}{5}$ , 小於  $\frac{213}{5}$ , 得知  $a$  為正數.

(也可以由答案格式的提示知  $a$  不為負.)

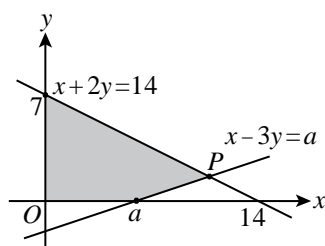
如圖, 解  $\begin{cases} x - 3y = a \\ x + 2y = 14 \end{cases}$ , 得交點  $P$  的  $y$  坐標為  $\frac{14 - a}{5}$ .

因為區域面積為  $\frac{213}{5}$ , 所以

$$\frac{1}{2} \times 14 \times 7 - \frac{1}{2} \times (14 - a) \times \frac{14 - a}{5} = \frac{213}{5},$$

$$\Rightarrow 49 - \frac{(14 - a)^2}{10} = \frac{213}{5} \Rightarrow (14 - a)^2 = 64 \Rightarrow a = 6 \text{ 或 } 22$$

(不合).



5. 某公司所生產的產品, 存放在甲、乙兩倉庫各有 40 單位, 現在  $A$  鎮的需求量為 20 單位,  $B$  鎮的需求量為 30 單位. 各倉庫運送到兩鎮的費用如下表 (元/單位). 在滿足兩鎮的需求下, 最節省的運費為\_\_\_\_\_元.

城鎮 倉庫	A 鎮	B 鎮
甲倉庫	500 元	450 元
乙倉庫	400 元	300 元

【新突破講義】

**解答** 18000

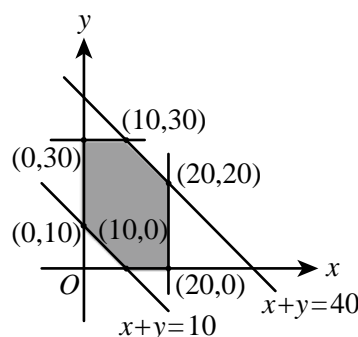
**解析** 從甲倉庫運  $x$  單位到  $A$  鎮; 運  $y$  單位到  $B$  鎮, 從乙倉庫運  $(20 - x)$  單位到  $A$  鎮; 運  $(30 - y)$  單位到  $B$  鎮.

依題意可列式如下:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 20 - x \geq 0 \\ 30 - y \geq 0 \\ x + y \leq 40 \\ (20 - x) + (30 - y) \leq 40 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 20 \\ 0 \leq y \leq 30 \\ x + y \leq 40 \\ x + y \geq 10 \end{cases}$$

此聯立不等式的解如圖.



所求為  $500x + 400 \times (20 - x) + 450y + 300 \times (30 - y) = 100x + 150y + 17000$  的最小值

$\therefore$  目標函數  $= 100x + 150y + 17000$

由於解區域為一封閉多邊形, 可將頂點代入可得.

$(x, y)$	(0,30)	(0,10)	(10,0)	(20,0)	(20,20)
$100x + 150y + 17000$	21500	18500	18000	19000	22000

由此可知, 當  $(x, y) = (10, 0)$  時, 最少運費為 18000 元. 因此, 從甲倉庫運 10 單位到  $A$  鎮; 運 0 單位到  $B$  鎮, 從乙倉庫運 10 單位到  $A$  鎮; 運 30 單位到  $B$  鎮. 所需運費最少為 18000 元.