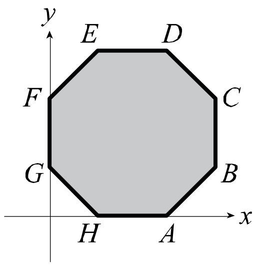
1104 高級甲 2-1 2-2　　班級　　　　　　姓名　　　　　　　座號

一、單選題 (5 題 每題 10 分 共 50 分)

(　　　) 1.一線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上的正八邊形 $ABCDEFGH$ 及其內部，如下圖．已知目標函數 $ax+by+3$（其中 a，b 為實數）的最大值只發生在 B 點．請問當目標函數改為 $3-bx-ay$ 時，最大值會發生在下列哪一點?　(1)A　(2)B　(3)C　(4)D　(5)E．



【104 學測】

解答　1

解析　令 L_1：$ax+by+3=k$，即 L_1 ：$y=-\frac{a}{b}x+\frac{k-3}{b}$，

因為最大值只發生在 B 點，且 $\overleftrightarrow{AB}$ 的斜率為 1，

所以 L_1 斜率 $-\frac{a}{b}>1$，x 項係數 $a>0$，y 項係數 $b<0$．

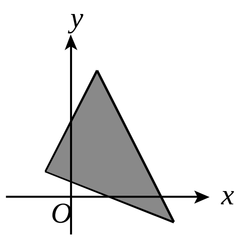
再令 L_2：$3-bx-ay=h$，即 L_2 ：$y=-\frac{b}{a}x+\frac{3-h}{a}$，

因為 L_2 斜率 $0<-\frac{b}{a}<1$，x 項係數 $-b>0$，y 項係數 $-a<0$．

所以最大值只發生在 A 點．

故選(1)．

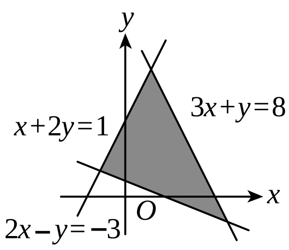
(　　　) 2.下圖中的三角形區域，其三邊的直線方程式分別為 $x+2y=1$，$3x+y=8$，$2x-y=-3$，則三角形區域（含邊界）可用下列哪一組不等式表示?　(1)$x+2y\geq 1$，$3x+y\geq 8$，$2x-y\geq -3$　(2)$x+2y\leq 1$，$3x+y\geq 8$，$2x-y\geq -3$　(3)$x+2y\geq 1$，$3x+y\leq 8$，$2x-y\geq -3$　(4)$x+2y\geq 1$，$3x+y\geq 8$，$2x-y\leq -3$　(5)$x+2y\leq 1$，$3x+y\leq 8$，$2x-y\leq -3$．



【課本例習題】

解答　3

解析　設三直線 L_1：$x+2y=1$，L_2：$3x+y=8$，L_3：$2x-y=-3$ 的斜率分別為 m_1，m_2，m_3．因為 $m_3>m_1>m_2$，所以各直線的位置如圖所示:



觀察灰色部分，為 $x+2y=1$ 的右半平面，$3x+y=8$ 的左半平面與 $2x-y=-3$ 的右側平面相交所成，所以為聯立不等式 $x+2y\geq 1$，$3x+y\leq 8$，$2x-y\geq -3$．

故選(3)．

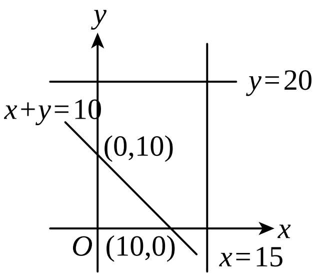
(　　　) 3.某汽車公司有 A、B 二廠生產同規格汽車，其每天產能分別為 15 輛及 20 輛，該公司二經銷站 M、N，每日需求分別為 10 輛及 25 輛，公司欲擬最佳運輸計劃，使每日總運費最低；其中每輛車運費為：由 A 廠至 M 站 150 元，A 廠至 N 站 200 元，B 廠至 M 站 200 元，B 廠至 N 站 100 元；則其最低總運費是　(1)3000 元　(2)3500 元　(3)4000 元　(4)4500 元．

解答 4

解析 設 A 廠送至 M 站每日 x 輛車，送至 N 站每日 $15-x$ 輛車，B 廠送至 M 站每日 y 輛車，送至 N 站每日 $20-y$ 輛車，依題意列式得

$$\begin{cases} 0\le x\le 15 \\ 0\le y\le 20 \\ x+y\ge 10 \cdots\cdots ① \\ (15-x)+(20-y)\ge 25 \cdots\cdots ② \end{cases}$$，且 x，y 均為整數，

由①②可得 $x+y=10$，如圖，



各種運費之一覽表如下：

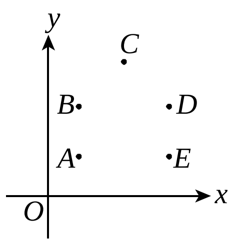
	M	N
A	150 元	200 元
B	200 元	100 元

寫成方程式可得 $f(x,y)=150x+200(15-x)+200y+100(20-y)=-50(x-2y)+5000$，

故 $f(0,10)=-50\times(-20)+5000=6000$，$f(10,0)=-50\times 10+5000=4500$，

即最低總運費為 4500 元，故選(4)．

(　　　)4.下圖中 A，B，C，D，E 為坐標平面上的五個點，將這五個點的坐標(x,y)分別代入 $2x+y$，哪一個點代入所得的值最小？　(1)A　(2)B　(3)C　(4)D　(5)E．

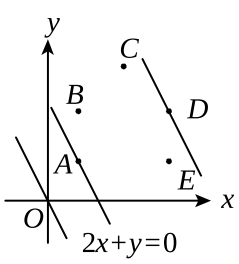


解答 1

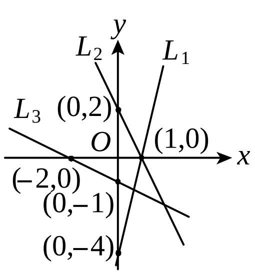
解析 利用平行線法．先畫出通過原點的直線 $2x+y=0$，

而後將直線 $2x+y=0$ 向右上方平行移動，如圖所示：

因為所有與 $2x+y=0$ 平行的直線 $2x+y=k$，當直線越往右移動，則 k 的值越大，所以由圖可知：A 點代入所得的值最小，故選(1)．



(　　　)5.如圖，L_1：$y=ax+b$，L_2：$y=cx+d$，L_3：$y=ex+f$，下列各數哪一個最小？　(1)a　(2)b　(3)c　(4)d　(5)e．



解答 2

解析 $a=\dfrac{0-(-4)}{1-0}=4$， $c=\dfrac{2-0}{0-1}=-2$， $e=\dfrac{0-(-1)}{-2-0}=-\dfrac{1}{2}$，

由$(0\,,-4)$，$(0\,,2)$，$(0\,,-1)$各點得 $b=-4$，$d=2$，$f=-1$，

故選(2)．

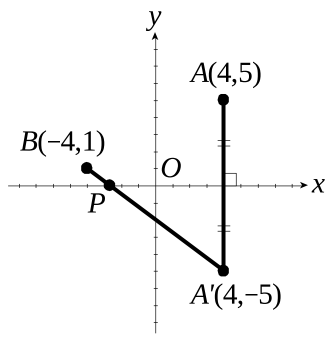
二、填充題 (5 題 每題 10 分 共 50 分)

1.設 x 為實數，求 $\sqrt{(x-4)^2+25}+\sqrt{(x+4)^2+1}$ 之最小值為____________．

【臺中一中期中考】

解答 10

解析 即在 x 軸上找一點 P，使 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 為最小值，可得最小值$=\overline{A'B}=10$．



2.$\forall k$，$m\in R$，$k^2+m^2\neq 0$，直線$(4k+3m)x+(k-m)y-13k-10m=0$ 恆過定點____________．（請寫出點坐標）

【高雄中學期中考】

解答 $(\dfrac{23}{7},\dfrac{-1}{7})$

解析 $\forall k$，$m\in R$，$k^2+m^2\neq 0$，原式 $\Rightarrow (4x+y-13)k+(3x-y-10)m=0$ 恆成立，

則 $\begin{cases}4x+y-13=0\\3x-y-10=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}x=\dfrac{23}{7}\\y=\dfrac{-1}{7}\end{cases}$，即恆過定點$(\dfrac{23}{7},\dfrac{-1}{7})$．

3.設四點 $A\,(1\,,1)$，$B\,(3\,,2)$，$C\,(0\,,-1)$，$D\,(a\,,7)$，若直線 $\overleftrightarrow{AB}$ 與直線 $\overleftrightarrow{CD}$ 垂直，則 a 之值為____________．

【龍騰自命題】

解答 -4

解析 $m_{\overline{AB}}=\dfrac{2-1}{3-1}=\dfrac{1}{2}$， $m_{\overline{CD}}=\dfrac{7-(-1)}{a-0}=\dfrac{8}{a}$，

$m_{\overline{AB}}\cdot m_{\overline{CD}}=-1 \quad\Rightarrow\quad \dfrac{1}{2}\times\dfrac{8}{a}=-1 \quad\Rightarrow\quad a=-4$．

4.坐標平面上三點 $A(3,3)$，$B(-1,-5)$，$C(6,0)$，求

(1)直線 $\overleftrightarrow{AC}$ 與 y 軸之交點為____________．

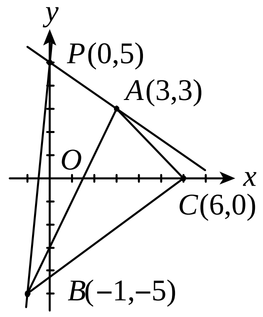
(2)直線 $y=mx+5$ 和$\triangle ABC$ 有交點，則實數 m 範圍為____________．

【98 台中女中期中考】

解答 (1)(0,6);(2)$m\geq 10$ 或 $m\leq -\dfrac{2}{3}$

解析 (1) $\overleftrightarrow{AC}$：$y-0=\dfrac{3}{-3}(x-6)\Rightarrow y=-x+6$，故 $\overleftrightarrow{AC}$ 與 y 軸交點(0,6)．

(2)$y=mx+5$ 過定點 $P(0,5)$，



如圖，$m_{\overline{PA}}=\dfrac{2}{-3}$，$m_{\overline{PB}}=\dfrac{10}{1}=10$，$\therefore m\geq 10$ 或 $m\leq -\dfrac{2}{3}$．

5.若點$(k,1+k)$在三直線 $x+y=3$，$2x-y=3$，$4x-5y+33=0$ 所圍成的三角形內部（不含三邊），則實數 k 的範圍為____________．【100 臺中一中期中考】

解答 $1<k<4$

解析 三角形頂點分別為$(-2,5)$、$(2,1)$、$(8,13)$，

$$\Rightarrow\begin{cases}[k+(1+k)-3](8+13-3)>0\\ [2k-(1+k)-3](-4-5-3)>0\\ [4k-5(1+k)+33](8-5+33)>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k>1\\ k<4\\ k<28\end{cases}，\therefore 1<k<4．$$