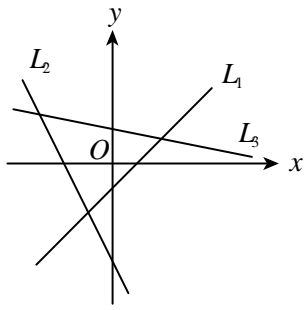


1101 2-1 直線方程式與圖形

高毅甲 姓名 _____ 座號 _____

一、單選題 (5 題 每題 10 分 共 50 分)

- () 1. 在坐標平面上，根據方程式 $x+5y-7=0$, $2x+y+4=0$, $x-y-1=0$ ，畫出三條直線 L_1, L_2, L_3 ，如圖所示。試選出方程式與直線間正確的配置？ (1) $L_1: x+5y-7=0; L_2: 2x+y+4=0; L_3: x-y-1=0$ (2) $L_1: x-y-1=0; L_2: x+5y-7=0; L_3: 2x+y+4=0$ (3) $L_1: 2x+y+4=0; L_2: x+5y-7=0; L_3: x-y-1=0$ (4) $L_1: x-y-1=0; L_2: 2x+y+4=0; L_3: x+5y-7=0$ (5) $L_1: 2x+y+4=0; L_2: x-y-1=0; L_3: x+5y-7=0$ 。



【龍騰自命題】

解答 4

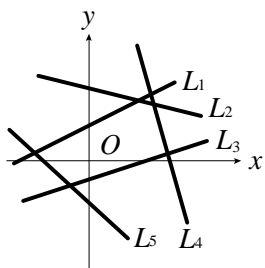
解析 L_1 斜率 $> L_3$ 斜率 $> L_2$ 斜率，

而 $x+5y-7=0, 2x+y+4=0, x-y-1=0$ 斜率分別為 $-\frac{1}{5}, -2, 1$,

$\therefore L_1: x-y-1=0, L_2: 2x+y+4=0, L_3: x+5y-7=0$ 。

答案為(4)。

- () 2. 坐標平面上五條直線 $L_1: a_1x+y+b_1=0, L_2: a_2x+y+b_2=0, L_3: a_3x+y+b_3=0, L_4: a_4x+y+b_4=0, L_5: a_5x+y+b_5=0$ ，其圖形如下，下列各數中何者最大？ (1) a_1 (2) a_2 (3) a_3 (4) a_4 (5) a_5 。



【100 新竹高中期中考】

解答 4

解析 $m_{L_1} > m_{L_3} > 0 > m_{L_2} > m_{L_5} > m_{L_4}$ ，

但 $ax+y+b=0$ 之斜率 $-a$ ，

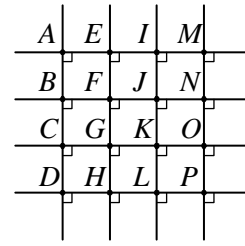
故 $-a_1 > -a_3 > -a_2 > -a_5 > -a_4$ ，

$a_1 < a_3 < a_2 < a_5 < a_4$ ，

故選(4)。

- () 3. 如圖。若 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AE} = \overline{EI} = \overline{IM}$ ，請問以下哪兩點決定的線段之斜率最大？ (1) \overline{CP} (2) \overline{AH}

(3) \overline{HI} (4) \overline{DM} (5) \overline{AP} 。



【龍騰自命題】

解答 3

解析 由圖形可知選項中斜率為正的線段，傾斜程度最大的是 \overline{HI} ，故選(3)。

- () 4. 已知坐標平面上三點 $A(2, -1), B(-2, -1), C(x, y)$ ，若 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 為直角，則點 $C(x, y)$ 的坐標可以是下列何者？ (1) $(1, -1)$ (2) $(4, 0)$ (3) $(2, 3)$ (4) $(0, 4)$ 。

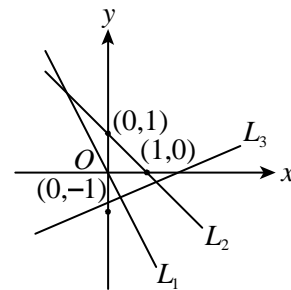
【課本類題】

解答 3

解析 $m_{AB} = \frac{(-1) - (-1)}{(-2) - 2} = 0, m_{AC} = \frac{y - (-1)}{x - 2} = \frac{y+1}{x-2}$ ，

$\therefore \overline{AB}$ 與 x 軸平行， $\therefore \overline{AC}$ 必與 x 軸垂直，表示 C 點的 x 坐標必與 A 點的 x 坐標相同，故選(3)。

- () 5. 如圖， $L_1: y=ax+b, L_2: y=cx+d, L_3: y=ex+f$ ，試問下列何者最小？ (1) a (2) c (3) d (4) e (5) f 。



【新突破講義】

解答 1

解析 由圖知 L_2 過 $(1,0), (0,1)$ 兩點，故 $c=-1, d=1$ 。

而 L_1 過原點 $(0,0)$ ，故 $b=0$ ，且比 L_2 更為傾斜，故 $a < c = -1$

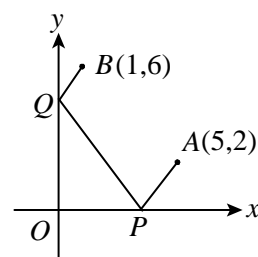
至於 L_3 則是 $-1 < f < 0, 0 < e < 1$ 。

因此最小為 a 。

二、填充題 (5 題 每題 10 分 共 50 分)

1. 如圖，平面坐標上兩點 $A(5, 2), B(1, 6)$ ，若在 x 軸， y 軸上各找 P, Q ，滿足 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 有最小值 l ，則

(1) P 點坐標為 _____。(2) Q 點坐標為 _____。(3) $l =$ _____。



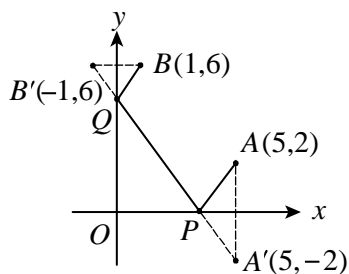
解答 (1) $(\frac{7}{2}, 0)$; (2) $(0, \frac{14}{3})$; (3) 10

解析 如圖，作 $A'(5, -2)$, $B'(-1, 6)$, 則
 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} = \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \geq \overline{A'B'}$,
 欲求 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 的最小值，即等號成立 (A', P, Q, B' 共線) 時，

$$\overline{A'B'}: y + 2 = \frac{-8}{6}(x - 5) = -\frac{4}{3}(x - 5),$$

$$\text{則 } P(\frac{7}{2}, 0), Q(0, \frac{14}{3}),$$

$$l = \overline{A'B'} = \sqrt{(5+1)^2 + (-2-6)^2} = 10.$$



2. 設 $A(0,0)$, $B(10,0)$, $C(10,6)$, $D(0,6)$ 為坐標平面上的四個點。如果直線 $y = m(x - 7) + 4$ 將四邊形 $ABCD$ 分成面積相等的兩塊，那麼 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化成最簡分數)

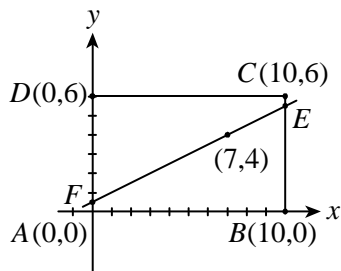
【學測】

解答 $\frac{1}{2}$

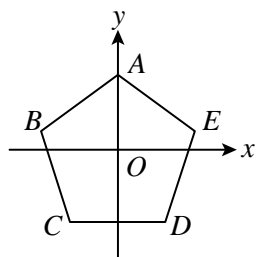
解析 $y = m(x - 7) + 4$ 表過 $(7,4)$ 之直線，
 令 $x = 10$, $y = 3m + 4$, $x = 0$, $y = -7m + 4$,
 梯形 $ABEF$ 之面積

$$= \frac{1}{2}(-7m + 4 + 3m + 4) \times 10 = \frac{1}{2}(10 \times 6)$$

$$\Rightarrow -4m + 8 = 6 \Rightarrow m = \frac{1}{2}.$$



3. 通過兩點 P, Q 之斜率以 m_{PQ} 表之，如圖正五邊形 $ABCDE$ 中，各邊的斜率由小而大排列為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

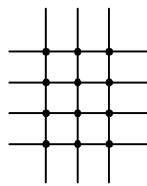


【龍騰自命題】

解答 $m_{BC} < m_{AE} < m_{CD} < m_{AB} < m_{DE}$

解析 ① 左下到右上之直線斜率為正， $\therefore m_{AB} > 0, m_{DE} > 0$
 且 $m_{DE} > m_{AB}$,
 ② 左上到右下之直線斜率為負， $\therefore m_{BC} < 0, m_{AE} < 0$
 且 $m_{AE} > m_{BC}$,
 ③ 水平線斜率為 0， $\therefore m_{CD} = 0$
 由①②③知， $m_{BC} < m_{AE} < m_{CD} < m_{AB} < m_{DE}$ 。

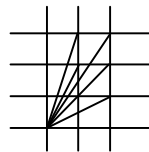
4. 如圖，4 條水平線與 3 條鉛直線共形成 6 個長寬皆相等的小正方形，今在小正方形的 12 個頂點中，任取兩點連成一直線，則共可產生 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種不同的斜率。(不包含斜率不存在之直線)



【龍騰自命題】

解答 11

解析 斜率為正的直線有 5 種，負的有 5 種，水平線有 1 種，共 11 種。



5. 設直線 $L_1: (k + 2)x + (3k + 4)y + (2k - 1) = 0$, $L_2: (2k + 1)x + (4k + 3)y + (3k - 2) = 0$, 若 $L_1 // L_2$ (但 $L_1 \neq L_2$), 則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【龍騰自命題】

解答 -1

解析 令 $(k + 2) : (2k + 1) = (3k + 4) : (4k + 3) \neq (2k - 1) : (3k - 2) \cdots (*)$
 由 (*) 式 $\Rightarrow (2k + 1)(3k + 4) = (k + 2)(4k + 3) \Rightarrow k = \pm 1$,
 將 $k = 1$ 代入 (*) 式驗算不合，則 $k = -1$ 。