

一、單選題 (5 題 每題 10 分 共 50 分)

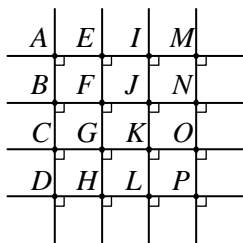
- () 1. $270^\circ < \theta < 360^\circ$, 化簡 $\sqrt{1+\sin\theta} - \sqrt{1-\sin\theta}$ (1) $2\sin\frac{\theta}{2}$
 (2) $2\cos\frac{\theta}{2}$ (3) $-2\sin\frac{\theta}{2}$ (4) $-2\cos\frac{\theta}{2}$ (5) 以上皆非.

【91 台南女中期中考】

解答 3

解析 $\sqrt{1+\sin\theta} - \sqrt{1-\sin\theta} = |\sin\frac{\theta}{2} + \cos\frac{\theta}{2}| - |\sin\frac{\theta}{2} - \cos\frac{\theta}{2}|$
 $\because 270^\circ < \theta < 360^\circ \Rightarrow \frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$
 $\therefore \frac{3}{4}\pi < \frac{\theta}{2} < \pi \Rightarrow |\sin\frac{\theta}{2}| < |\cos\frac{\theta}{2}|$
 \therefore 所求 $= -(\sin\frac{\theta}{2} + \cos\frac{\theta}{2}) - (\sin\frac{\theta}{2} - \cos\frac{\theta}{2}) = -2\sin\frac{\theta}{2}$
 故選(3).

- () 2. 如圖. 若 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AE} = \overline{EI} = \overline{IM}$, 請問以下哪兩點決定的線段之斜率最小? (1) \overline{CP} (2) \overline{AH}
 (3) \overline{HI} (4) \overline{DM} (5) \overline{AP} .



【龍騰自命題】

解答 2

解析 由圖形可知選項中斜率為負的線段, 傾斜程度最大的是 \overline{AH} , 故選(2).

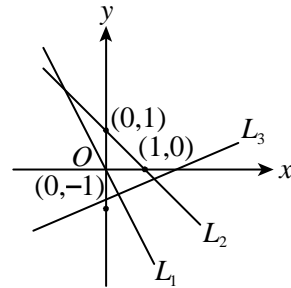
- () 3. 已知坐標平面上三點 $A(2, -1)$, $B(-2, -1)$, $C(x, y)$, 若 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 為直角, 則點 $C(x, y)$ 的坐標可以是下列何者? (1) $(1, -1)$ (2) $(4, 0)$ (3) $(2, 3)$ (4) $(0, 4)$.

【課本類題】

解答 3

解析 $m_{\overline{AB}} = \frac{(-1) - (-1)}{(-2) - 2} = 0$, $m_{\overline{AC}} = \frac{y - (-1)}{x - 2} = \frac{y+1}{x-2}$,
 $\therefore \overline{AB}$ 與 x 軸平行, $\therefore \overline{AC}$ 必與 x 軸垂直, 表示 C 點的 x 坐標必與 A 點的 x 坐標相同, 故選(3).

- () 4. 如圖, $L_1: y = ax + b$, $L_2: y = cx + d$, $L_3: y = ex + f$, 試問下列何者最大? (1) a (2) c (3) d (4) e (5) f .



【新突破講義】

解答 3

解析 由圖知 L_2 過 $(1,0)$, $(0,1)$ 兩點, 故 $c = -1$, $d = 1$.
 而 L_1 過原點 $(0,0)$, 故 $b = 0$, 且比 L_2 更為傾斜, 故 $a < c = -1$
 至於 L_3 則是 $-1 < f < 0$, $0 < e < 1$.
 因此最大為 d .

- () 5. 銳角三角形 ABC 中, 若 $\tan A$, $\tan B$, $\tan C$ 成等差, 則

$\tan A \tan C =$ (1) 3 (2) 2 (3) 1 (4) $\frac{1}{3}$ (5) $\frac{1}{2}$.

【龍騰自命題】

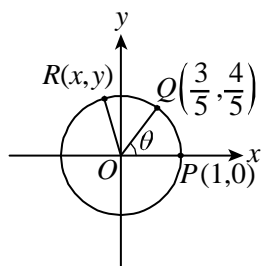
解答 1

解析 $\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, $\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ - \angle C$
 $\Rightarrow \tan(A+B) = \tan(180^\circ - C) = -\tan C$
 $\Rightarrow \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = -\tan C \Rightarrow \tan A + \tan B = -\tan C + \tan A \tan B$
 $\Rightarrow \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C$,
 又 $\tan A$, $\tan B$, $\tan C$ 成等差, $\therefore \tan A + \tan C = 2\tan B$
 $\Rightarrow 3\tan B = \tan A \tan B \tan C$, $\because \tan B > 0$, $\therefore 3 = \tan A \tan C$.

二、填充題 (5 題 每題 10 分 共 50 分)

1. 如圖所示, P, Q, R 是圓心為 O 之單位圓上的點, 若 $P(1, 0)$,

$Q(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$, $R(x, y)$, 且 $PQ = QR$, 則 R 之坐標 $(x, y) =$ _____.



解答 $(-\frac{7}{25}, \frac{24}{25})$

解析 由題目知 $\sin \theta = \frac{4}{5}$, $\cos \theta = \frac{3}{5}$

又 $PQ = QR \Rightarrow \angle POR = 2\theta$

$\therefore x = \cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{9}{25} - \frac{16}{25} = -\frac{7}{25}$

$y = \sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{24}{25}$

故 $(x, y) = (-\frac{7}{25}, \frac{24}{25})$.

2. 試化簡 $\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} + \frac{\sin(\beta - \gamma)}{\cos \beta \cos \gamma} + \frac{\sin(\gamma - \alpha)}{\cos \gamma \cos \alpha} =$ _____.

解答 0

解析 原式

$$= \frac{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta} + \frac{\sin \beta \cos \gamma - \cos \beta \sin \gamma}{\cos \beta \cos \gamma} + \frac{\sin \gamma \cos \alpha - \cos \gamma \sin \alpha}{\cos \gamma \cos \alpha} \quad \text{【解答】} \quad \frac{l(\tan \gamma - \tan \beta)}{\tan \beta - \tan \alpha}$$

$= (\tan \alpha - \tan \beta) + (\tan \beta - \tan \gamma) + (\tan \gamma - \tan \alpha) = 0$.

3. 某人觀測一山峰，仰角為 15° ，向山前進 100 公尺後，再測得山峰的仰角為 75° ，則山高 = _____ 公尺。 $(\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$,

$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4})$

【新突破講義】

【龍騰自命題】

【龍騰自命題】

解答 $\frac{50\sqrt{3}}{3}$

解析 由 $\triangle ACD$ 知 $\overline{AC} = (2 + \sqrt{3})h$

$\therefore \overline{BC} = (2 + \sqrt{3})h - 100$

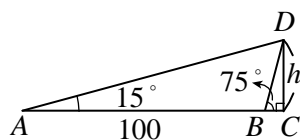
由 $\triangle BDC$ 中，知 $\overline{BC}(2 + \sqrt{3}) = h$

$\therefore \overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB} = (2 - \sqrt{3})h$

$\therefore (2 - \sqrt{3})h = (2 + \sqrt{3})h - 100$

$\therefore 2\sqrt{3}h = 100$

故 $h = \frac{50\sqrt{3}}{3}$ (公尺).



4. 已知 $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ 且 $\cos \theta = \frac{1}{3}$ ，則 $\cos \frac{\theta}{2} =$ _____.

【98 臺中一中期中考】

解答 $-\frac{\sqrt{6}}{3}$

解析 $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$, $\therefore \frac{3\pi}{4} < \frac{\theta}{2} < \pi$, $\therefore \cos \frac{\theta}{2} < 0$, 則

$\cos \frac{\theta}{2} = -\sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}} = -\sqrt{\frac{1 + \frac{1}{3}}{2}} = -\frac{\sqrt{6}}{3}$.

5. 山上有一塔，塔上有一旗，已知塔高為 l ，今在地面某處測得山頂、塔頂、旗頂之仰角分別為 α ， β ， γ ，則旗桿長 = _____.

【龍騰自命題】

解析 $x + l + z = \tan \gamma \overline{OC} \dots \text{①}$

$l + z = \tan \beta \overline{OC} \dots \text{②}$

$z = \tan \alpha \overline{OC} \dots \text{③}$

① - ② $x = \overline{OC}(\tan \gamma - \tan \beta) \dots \text{④}$

② - ③ $l = \overline{OC}(\tan \beta - \tan \alpha)$ 代入④

\therefore

$x = \frac{l}{(\tan \beta - \tan \alpha)}(\tan \gamma - \tan \beta) = \frac{l(\tan \gamma - \tan \beta)}{\tan \beta - \tan \alpha} =$ (旗

桿長).

