1028 高級甲乙 1-4 1-5 2-1　　姓名　　　　　　座號

一、單選題 (7 題 每題 7 分 共 49 分)

(　　　) 1.已知直線 $2x+3y-4=0$，則下列何者正確？ (1)斜率為 $\frac{2}{3}$　(2)y 截距為 2　(3)x 截距為 2　(4)斜率為 $-\frac{3}{2}$．

【泰北高中期中考】

解答　3

解析　原式可改寫為 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$，則斜率為 $-\frac{2}{3}$，

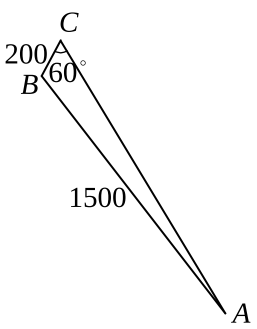
原式令 $x=0$ 得 y 截距 $\frac{4}{3}$，令 $y=0$ 得 x 截距 2，故選(3)．

(　　　) 2.平面上有 A，B，C 三點．已知 B，C 之間的距離是 200 公尺，B，A 之間的距離是 1500 公尺，$\angle ACB=60°$．請問 A，C 之間距離最接近哪一個選項？ (1)1500 公尺． (2)1600 公尺． (3)1700 公尺． (4)1800 公尺．

【課堂講義】

解答　2

解析　設 $\overline{AC}=x$．



利用餘弦定理得知，

$$\cos 60°=\frac{200^2+x^2-1500^2}{2\times 200\times x}\Rightarrow 200x=x^2-2210000,$$

即 $x^2-200x-2210000=0$，

$$\text{解得 } x=\frac{200\pm\sqrt{200^2+4\times 2210000}}{2}$$

$$=100\pm\sqrt{10000+2210000}=100\pm 100\sqrt{222}$$（負不合）

因為 $\sqrt{222}\approx 15$，所以 $x\approx 100+100\cdot 15=1600$．故選(2)．

(　　　) 3.$\tan(x+y)\tan(x-y)+1=$? (1) $\frac{\cos^2 y-\sin^2 y}{\cos^2 y-\sin^2 x}$ (2) $\frac{\cos^2 y-\sin^2 x}{\cos^2 y-\sin^2 y}$ (3) $\frac{\cos^2 x+\sin^2 y}{\cos^2 y-\sin^2 x}$ (4) $\frac{\cos^2 y-\sin^2 y}{\cos^2 x+\sin^2 x}$ (5) $\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{\cos^2 x-\sin^2 y}$．

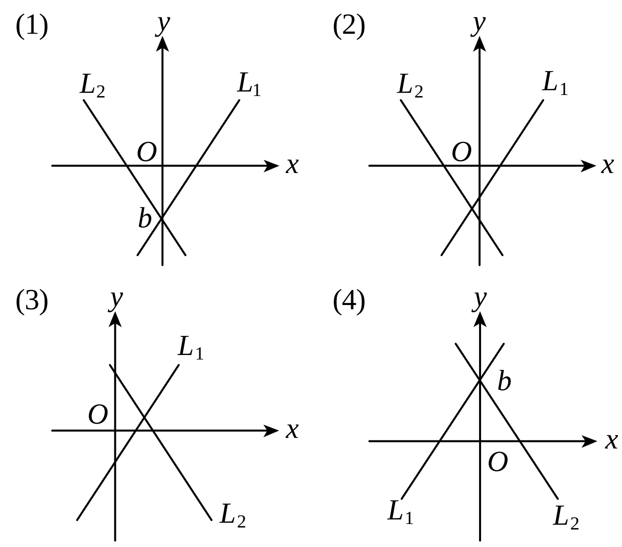
【龍騰自命題】

解答　1

解析　原式 $=\frac{\sin(x+y)\sin(x-y)}{\cos(x+y)\cos(x-y)}+1=\frac{\sin^2 x-\sin^2 y}{\cos^2 y-\sin^2 x}+1$

$$=\frac{\sin^2 x-\sin^2 y+\cos^2 y-\sin^2 x}{\cos^2 y-\sin^2 x}=\frac{\cos^2 y-\sin^2 y}{\cos^2 y-\sin^2 x}.$$

(　　　) 4.直線 L_1：$y=kx+b$，直線 L_2：$\frac{x}{k}+\frac{y}{b}=1$ 在同一坐標系中的圖形應是下列何者？



【龍騰自命題】

解答　4

解析　令 $x=0$，代入 $y=kx+b$ 得 $y=b$，代入 $\frac{x}{k}+\frac{y}{b}=1$ 得 $y=b$，

故兩直線均過 $(0,b)$，因而排除(2)(3)，

若 $b<0$，則在圖(1)中，

由直線 L_1 的位置可知其斜率 $k>0$，但由 L_2 的位置知其在 x 軸上截距 $k<0$，互相矛盾，

故選(4)．

(　　　) 5.設 $\tan\alpha=\frac{1}{9}$，$\tan(\alpha+\beta)=1$，則 $\tan\beta$ 的值為 (1)$\frac{2}{3}$ (2)$\frac{3}{4}$ (3)$\frac{4}{5}$ (4)$\frac{5}{6}$ (5)$\frac{6}{7}$．

【龍騰自命題】

解答　3

解析　$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\cdot\tan\beta}=1 \Rightarrow \frac{\frac{1}{9}+\tan\beta}{1-\frac{1}{9}\tan\beta}=1$

$\Rightarrow \tan\beta=\frac{4}{5}$

故選(3)．

(　　　) 6.已知坐標平面上四點 $A(-20,31)$，$B(-12,-50)$，$C(11,24)$ 與 $D(19,-57)$，下列各敘述何者正確？

(1) $\overline{AB}//\overline{CD}$ (2) $\overline{AB}$ ^ $\overline{CD}$ (3) $\overline{AD}//\overline{BC}$ (4) $\overline{AD}$ ^ $\overline{BC}$．

【課本類題】

解答　1

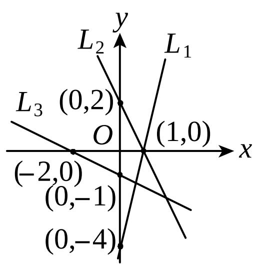
解析　$m_{\overline{AB}}=\frac{31-(-50)}{(-20)-(-12)}=\frac{81}{-8}$，$m_{\overline{CD}}=\frac{24-(-57)}{11-19}=\frac{81}{-8}$，

$m_{\overline{AD}}=\frac{31-(-57)}{(-20)-19}=\frac{88}{-39}$，$m_{\overline{BC}}=\frac{(-50)-24}{(-12)-11}=\frac{74}{23}$，

$\because m_{\overline{AB}}=m_{\overline{CD}}$，$\therefore \overline{AB}//\overline{CD}$，故選(1)．

(　　　) 7.如圖，L_1：$y=ax+b$，L_2：$y=cx+d$，L_3：$y=ex+f$，

下列各數哪一個最小?　(1)a　(2)b　(3)c　(4)d　(5)e．



【90 中山女中期中考】

解答　2

解析　$a=\frac{0-(-4)}{1-0}=4$，$c=\frac{2-0}{0-1}=-2$，$e=\frac{0-(-1)}{-2-0}=-\frac{1}{2}$，

由(0，−4)，(0，2)，(0，−1)各點得 $b=-4$，$d=2$，$f=-1$，

故選(2)．

二、填充題 (6 題　每題 9 分　共 54 分)

1.已知 $\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{4}$，求 $\sin 2\theta$=____________．

【課本類題】

解答　$\frac{15}{16}$

解析　$\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{4}$

平方　$\Rightarrow$　$\sin^2\theta+\cos^2\theta-2\sin\theta\cdot\cos\theta=\frac{1}{16}$　$\Rightarrow$

$1-\sin 2\theta=\frac{1}{16}$　$\Rightarrow$　$\sin 2\theta=\frac{15}{16}$．

2.從地面上 A、B、C 三點觀測空中一氣球 O，其仰角均為 30°，若 $\overline{AB}=40$ 公尺，$\overline{BC}=60$ 公尺，$\angle ABC=60°$，求氣球的高度為____________．

【97 台中一中期中考】

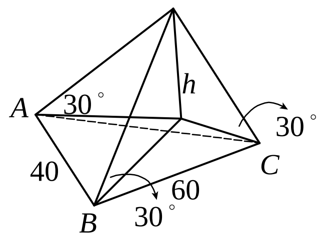
解答　$\frac{20\sqrt{7}}{3}$

解析　A、B、C 三點共圓，氣球在地面上的投影點為$\triangle ABC$的外心

$\overline{AC}^2=40^2+60^2-2\times40\times60\times\cos60°=1600+3600-2400=2800$

$\frac{\overline{AC}}{\sin60°}=2R\Rightarrow R=\frac{1}{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}\times\sqrt{2800}=\sqrt{\frac{2800}{3}}$

$\Rightarrow h=\frac{R}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2800}}{3}=\frac{20\sqrt{7}}{3}$．

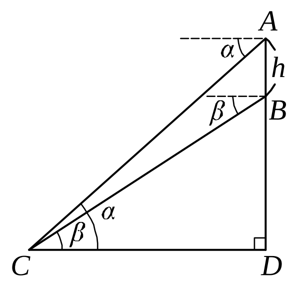


3.河邊峭壁上有一塔，塔高 h 公尺，從塔頂俯視對岸的俯角為 α，而從塔底俯視對岸同一點的俯角為 β，則(1)峭壁高 ＝____________公尺．(2)河寬 ＝____________公尺．(以 h、α、β 表之)

【龍騰自命題】

解答　(1) $\frac{h\cos\alpha\cdot\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$;(2) $\frac{h\cos\alpha\cdot\cos\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$

解析　以 $\overline{AB}$ 表塔，$\overline{DB}$ 表峭壁如下圖



於$\triangle ABC$中，由正弦定理得 $\frac{\overline{BC}}{\sin(90°-\alpha)}=\frac{h}{\sin(\alpha-\beta)}$

$\overline{BC}=\frac{h\sin(90°-\alpha)}{\sin(\alpha-\beta)}=\frac{h\cos\alpha}{\sin(\alpha-\beta)}\cdots$①

$\triangle BCD$ 中

(1) $\overline{BD}=\overline{BC}\sin\beta=\frac{h\cos\alpha\cdot\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$（由①）…峭壁高．

(2) $\overline{CD}=\overline{BC}\cos\beta=\frac{h\cos\alpha\cdot\cos\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$（由①）…河寬．

4.某人欲測某山之高度，先在地面上選定 P、Q 兩點，在 P 點測得山頂 A 的仰角是 45°，$\angle APQ=135°$，在 Q 點測得山頂 A 的仰角是 30°，已知 $\overline{PQ}=2$ 公里，求山高____________公里．

【100 臺中一中期中考】

解答　$1+\sqrt{3}$

解析　令山高 $\overline{AO}=h$

$\Rightarrow\quad \overline{PA}=\sqrt{2}h$， $\overline{AQ}=2h$，

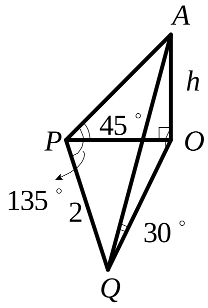
$\triangle APQ$ 中，$\angle APQ=135°$， $\overline{PQ}=2$

由餘弦定理知

$\overline{AQ}^2=\overline{AP}^2+\overline{PQ}^2-2\times\overline{AP}\times\overline{PQ}\times\cos 135°$

$\Rightarrow\quad (2h)^2=(\sqrt{2}h)^2+2^2-2\times\sqrt{2}h\times 2\times\cos 135°\quad\Rightarrow\quad h^2-2h-2=0$

$\Rightarrow\quad h=1+\sqrt{3}$（$\because\quad 1-\sqrt{3}$ 不合）．



5.設 $A\,(1\,,2)$，$B\,(1\,,-2)$，$C\,(3\,,-2)$，$D\,(3\,,4)$，令四邊形 $ABCD$ 各邊及其對角線的斜率最大值為 M，最小值為 m，則數對$(M\,,m)=$ ____________ ．

【龍騰自命題】

$\boxed{解答}$ $(3\,,-2)$

$\boxed{解析}$ $\overline{AB}$ 斜率不存在，$\overline{AC}$ 斜率為 $\dfrac{-4}{2}=-2$，$\overline{AD}$ 斜率為 $\dfrac{2}{2}=1$，

$\overline{BC}$ 斜率為 0，$\overline{BD}$ 斜率為 $\dfrac{6}{2}=3$，

$\overline{CD}$ 斜率不存在，故 $M=3$，$m=-2$，數對$(M\,,m)=(3\,,-2)$．

6.設 a 為實數，$(2+a)x+(1+4a)y+(3-2a)=0$ 恆過一定點，求此點之坐標為____________ ．

【龍騰自命題】

$\boxed{解答}$ $(-2\,,1)$

$\boxed{解析}$ 原式 $\Rightarrow\quad (2x+y+3)+a(x+4y-2)=0$ 表一直線 L，

且 L 恆過 $2x+y+3=0$ 與 $x+4y-2=0$ 兩線的交點，

解 $\begin{cases}2x+y+3=0\\ x+4y-2=0\end{cases}$ 得 $x=-2$，$y=1$，故此點坐標為$(-2\,,1)$．