

一、單選題 (5 題 每題 10 分 共 50 分)

- ( ) 1. 試問共有幾個角度  $\theta$  滿足  $0^\circ < \theta < 180^\circ$ , 且  $\cos(3\theta - 60^\circ)$ ,  $\cos 3\theta$ ,  $\cos(3\theta + 60^\circ)$  依序成一等差數列? (1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 5 個.

【107 學測】

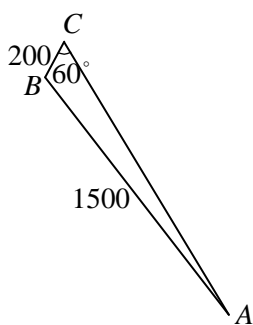
解答 3

解析 因為  $\cos(3\theta - 60^\circ)$ ,  $\cos 3\theta$ ,  $\cos(3\theta + 60^\circ)$  成等差數列, 所以  $\cos(3\theta - 60^\circ) + \cos(3\theta + 60^\circ) = 2\cos 3\theta$ .  
利用和角公式展開, 得  $(\cos 3\theta \cos 60^\circ + \sin 3\theta \sin 60^\circ) + (\cos 3\theta \cos 60^\circ - \sin 3\theta \sin 60^\circ) = 2\cos 3\theta$ ,  
整理得  $2\cos 3\theta \cos 60^\circ = 2\cos 3\theta \Rightarrow \cos 3\theta = 0$ .  
因為  $0^\circ < \theta < 180^\circ \Rightarrow 0^\circ < 3\theta < 540^\circ$ , 所以  $3\theta = 90^\circ, 270^\circ, 450^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$ .  
故選(3).

- ( ) 2. 平面上有  $A, B, C$  三點. 已知  $B, C$  之間的距離是 200 公尺,  $B, A$  之間的距離是 1500 公尺,  $\angle ACB = 60^\circ$ . 請問  $A, C$  之間距離最接近哪一個選項? (1) 1500 公尺. (2) 1600 公尺. (3) 1700 公尺. (4) 1800 公尺.

解答 2

解析 設  $\overline{AC} = x$ .



利用餘弦定理得知,

$$\cos 60^\circ = \frac{200^2 + x^2 - 1500^2}{2 \times 200 \times x} \Rightarrow 200x = x^2 - 2210000,$$

$$\text{即 } x^2 - 200x - 2210000 = 0,$$

$$\text{解得 } x = \frac{200 \pm \sqrt{200^2 + 4 \times 2210000}}{2}$$

$$= 100 \pm \sqrt{10000 + 2210000} = 100 \pm 100\sqrt{222} \text{ (負不合)}$$

因為  $\sqrt{222} \approx 15$ , 所以  $x \approx 100 + 100 \cdot 15 = 1600$ . 故選(2).

【課堂講義】

( ) 3.  $\tan(x+y) \tan(x-y) + 1 = ?$  (1)  $\frac{\cos^2 y - \sin^2 y}{\cos^2 y - \sin^2 x}$

(2)  $\frac{\cos^2 y - \sin^2 x}{\cos^2 y - \sin^2 y}$  (3)  $\frac{\cos^2 x + \sin^2 y}{\cos^2 y - \sin^2 x}$

(4)  $\frac{\cos^2 y - \sin^2 y}{\cos^2 x + \sin^2 x}$  (5)  $\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x - \sin^2 y}$ .

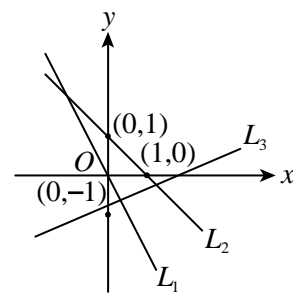
【龍騰自命題】

解答 1

解析 原式 =  $\frac{\sin(x+y)\sin(x-y)}{\cos(x+y)\cos(x-y)} + 1 = \frac{\sin^2 x - \sin^2 y}{\cos^2 y - \sin^2 x} + 1$   

$$= \frac{\sin^2 x - \sin^2 y + \cos^2 y - \sin^2 x}{\cos^2 y - \sin^2 x} = \frac{\cos^2 y - \sin^2 y}{\cos^2 y - \sin^2 x}$$

- ( ) 4. 如圖,  $L_1: y = ax + b$ ,  $L_2: y = cx + d$ ,  $L_3: y = ex + f$ , 試問下列何者最大? (1)  $a$  (2)  $c$  (3)  $d$  (4)  $e$  (5)  $f$ .



【新突破講義】

解答 3

解析 由圖知  $L_2$  過  $(1,0)$ ,  $(0,1)$  兩點, 故  $c = -1$ ,  $d = 1$ .  
而  $L_1$  過原點  $(0,0)$ , 故  $b = 0$ , 且比  $L_2$  更為傾斜, 故  $a < c = -1$ .  
至於  $L_3$  則是  $-1 < f < 0$ ,  $0 < e < 1$ .  
因此最大為  $d$ .

- ( ) 5. 廣場上插了一支紅旗與一支白旗, 小明站在兩支旗子之間. 利用手邊的儀器, 小明測出他與正東方紅旗間的距離為他與正西方白旗間距離的 6 倍; 小明往正北方走了 10 公尺之後再測量一次, 發現他與紅旗的距離變成他與白旗距離的 4 倍. 試問紅白兩旗之間的距離最接近下列哪個選項? (1) 60 公尺 (2) 65 公尺 (3) 70 公尺 (4) 75 公尺 (5) 80 公尺.

【學測】

解答 1

解析 如圖, 設  $\overline{AW} = x$ , 則  $\overline{AR} = 6x$ ,

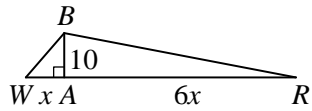
$$\overline{BR}^2 = (6x)^2 + 10^2 = 36x^2 + 100;$$

$$\overline{BW}^2 = x^2 + 10^2 = x^2 + 100,$$

$$\because \overline{BR} = 4\overline{BW}, \therefore \overline{BR}^2 = 16\overline{BW}^2$$

$$\Rightarrow 36x^2 + 100 = 16(x^2 + 100) \Rightarrow x^2 = 75 \Rightarrow x = 5\sqrt{3},$$

紅白兩旗之間的距離為  $7x = 35\sqrt{3} \approx 60.6$  公尺, 故選(1).



## 二、填充題 (5 格 每格 10 分 共 50 分)

1. 若  $\alpha$  是銳角且  $\tan 2\alpha = -\frac{4}{3}$ , 則  $\tan \alpha$  的值為\_\_\_\_\_.

**解答** 2

**解析**  $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = -\frac{4}{3} \Rightarrow 6 \tan \alpha = -4 + 4 \tan^2 \alpha$

$$\Rightarrow 2 \tan^2 \alpha - 3 \tan \alpha - 2 = 0$$

$$(\tan \alpha - 2)(2 \tan \alpha + 1) = 0 \Rightarrow \tan \alpha = 2 \text{ 或 } \tan \alpha = -\frac{1}{2}$$

但  $\alpha$  是銳角,  $\tan \alpha > 0$

故  $\tan \alpha = 2$ .

2. 求  $\frac{\tan(x+60^\circ) - \tan x}{1 + \tan(x+60^\circ) \tan x} =$ \_\_\_\_\_.

**解答**  $\sqrt{3}$

**解析** 原式  $= \tan[(x+60^\circ) - x] = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ .

3. 設  $\sin \theta = -\frac{3}{5}$  且  $180^\circ < \theta < 270^\circ$ , 求

(1)  $\sin 2\theta =$ \_\_\_\_\_.

(2)  $\cos 2\theta =$ \_\_\_\_\_.

(3)  $\tan 2\theta =$ \_\_\_\_\_.

【課本類題】

**解答** (1)  $\frac{24}{25}$ ; (2)  $\frac{7}{25}$ ; (3)  $\frac{24}{7}$

**解析**  $\because \sin \theta = -\frac{3}{5}$  且  $180^\circ < \theta < 270^\circ \therefore \cos \theta = -\frac{4}{5}$ ,

$$\tan \theta = \frac{3}{4}$$

$$(1) \sin 2\theta = 2 \sin \theta \cdot \cos \theta = 2 \left(-\frac{3}{5}\right) \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{24}{25}.$$

$$(2) \cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta = 1 - 2 \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{7}{25}.$$

$$(3) \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{2 \cdot \frac{3}{4}}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{24}{7}.$$