1022 高毅甲 1-4 1-5 2-1　解答　座號：　姓名：

## 一、單一選擇題

1.答案：（B）

解析：$x+2y=3$，斜率為$-\frac{1}{2}$，過原點且斜率為 2 的直線方程式為 $2x-y=0$

$\begin{cases}2x-y=0\\x+2y=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{3}{5}\\y=\frac{6}{5}\end{cases}$

故選（B）

2.答案：（E）

解析：$\tan(A+B)=\tan135^\circ\Rightarrow\frac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}=-1\Rightarrow$

$\tan A+\tan B+1=\tan A\tan B$

所以 $(1-\tan A)(1-\tan B)=1-\tan A-\tan B+\tan A\tan B$

$=1-\tan A-\tan B+\tan A+\tan B+1=2$

故選（E）

3.答案：（B）

解析：$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2-2\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\cos60^\circ$

$=80^2+50^2-2\cdot80\cdot50\cdot\frac{1}{2}$

$=6400+2500-4000=4900$

$\Rightarrow\overline{BC}=70$（公尺）

故選（B）

4.答案：（C）

解析：觀察題圖，斜率大於 1 或小於 $-1$ 的為 $\overleftrightarrow{BC}$ 及 $\overleftrightarrow{DE}$

故選（C）

5.答案：（A）

解析：

| $\theta$ | $\sin\theta$ |
|---|---|
| $52.3^\circ$ | 0.7912 |
| $52.33^\circ$ | $t$ |
| $52.4^\circ$ | 0.7922 |

由內插法可知，$\frac{52.33-52.3}{52.4-52.3}=\frac{t-0.7912}{0.7922-0.7912}=\frac{0.03}{0.1}=\frac{3}{10}$

$\therefore t=0.7912+0.001\times\frac{3}{10}=0.7912+0.0003=0.7915$

故選（A）

6.答案：（D）

解析：設敵方港口為 $O$，我方砲艇位於 $A$，兩方相遇

$\angle BOA=105^\circ$，$\angle BAO=30^\circ$

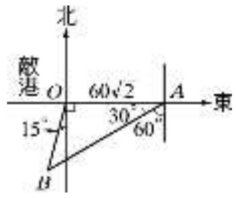
$\Rightarrow\angle OBA=45^\circ$

由正弦定理知

$\frac{60\sqrt{2}}{\sin45^\circ}=\frac{\overline{BO}}{\sin30^\circ}$

$\Rightarrow\overline{BO}=60$（公里）

故敵船速度為 $\frac{60}{3}=20$（公里／小時），故選（D）




7.答案：（B）

解析：因為 $\sin\theta$ 為 $8x^2+2x-1=0$ 之一根，所以 $8\sin^2\theta+2\sin\theta-1=0$

$\Rightarrow(4\sin\theta-1)(2\sin\theta+1)=0$ 得 $\sin\theta=\frac{1}{4}$ 或 $-\frac{1}{2}$（不合）

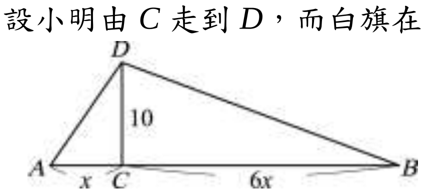
又 $90^\circ<\theta<180^\circ\Rightarrow\cos\theta=-\frac{\sqrt{15}}{4}$

故 $\sin2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\left(\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{\sqrt{15}}{4}\right)=-\frac{\sqrt{15}}{8}$

故選（B）

8.答案：（A）

解析：如圖，設小明由 $C$ 走到 $D$，而白旗在 $A$，紅旗在 $B$




若 $\overline{AC}=x$ 公尺，則 $\overline{BC}=6x$ 公尺，由 $\overline{BD}=4\overline{AD}$ 得 $\sqrt{100+36x^2}=4\sqrt{100+x^2}\Rightarrow100+36x^2=16(100+x^2)$

$\Rightarrow x=5\sqrt{3}$　$\therefore\overline{AB}=7x=35\sqrt{3}\approx35\times1.732=60.62$（公尺）

故選（A）

## 二、填充題

1.答案：$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

解析：$\alpha+\beta=120^\circ\Rightarrow\sin(\alpha+\beta)=\sin120^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\overline{AB}=\sqrt{(\sin\alpha-\cos\beta)^2+(\cos\alpha-\sin\beta)^2}=\sqrt{(\sin^2\alpha-2\sin\alpha\cos\beta+\cos^2\beta)+(\cos^2\alpha-2\cos\alpha\sin\beta+\sin^2\beta)}$

$=\sqrt{2-2(\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta)}=\sqrt{2-2\sin(\alpha+\beta)}$

$=\sqrt{2-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}}=\sqrt{2-\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

2.答案：$\frac{1}{4}$

解析：直線 $L$：$ax+by=1$ 過點 $(2,5)\Rightarrow2a+5b=1$ ……………①

$y=0$ 代入得 $x$ 截距為 $\frac{1}{a}$，$x=0$ 代入得 $y$ 截距為 $\frac{1}{b}$

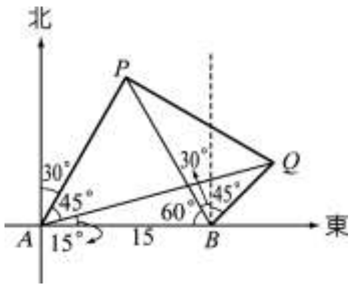
$\because L$ 不通過第三象限　$\therefore\frac{1}{a}>0$，$\frac{1}{b}>0$ 且 $\left|\frac{1}{a}\right|=2\times\left|\frac{1}{b}\right|$

$\Rightarrow \dfrac{1}{a}=\dfrac{2}{b} \Rightarrow 2a-b=0$ ……………②

由①、②得 $a=\dfrac{1}{12}$，$b=\dfrac{1}{6} \Rightarrow a+b=\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{6}=\dfrac{3}{12}=\dfrac{1}{4}$

3.答案：（1）$15\sqrt{2}$；（2）15

解析：




依題意可得各角之角度

（1）考慮△$ABQ$

$\because \angle QAB=15^\circ$

$\angle ABQ=60^\circ+30^\circ+45^\circ=135^\circ$

$\therefore \angle AQB=180^\circ-(15^\circ+135^\circ)=30^\circ$

由正弦定理可得，

$\dfrac{15}{\sin 30^\circ}=\dfrac{\overline{AQ}}{\sin 135^\circ} \Rightarrow \overline{AQ}=15\sqrt{2}$（公里）

（2）考慮△$PAB$

$\because \angle PAB=\angle PBA=60^\circ$

$\therefore$△$PAB$ 為正三角形

$\Rightarrow \overline{PA}=\overline{AB}=15$

考慮△$APQ$

$\overline{PQ}^2=\overline{AP}^2+\overline{AQ}^2-2\cdot\overline{AP}\cdot\overline{AQ}\cdot\cos 45^\circ$

$=15^2+(15\sqrt{2})^2-2\cdot 15\cdot 15\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=15^2+2\cdot 15^2-2\cdot 15^2=15^2$

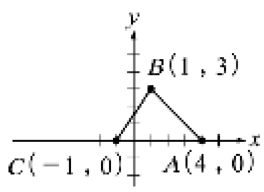
$\Rightarrow \overline{PQ}=15$（公里）

4.答案：$\sqrt{26}$

解析：（1）$\begin{cases} y=0 \\ 3x-2y+3=0 \end{cases} \Rightarrow (x,y)=(-1,0)$

$\begin{cases} y=0 \\ x+y-4=0 \end{cases} \Rightarrow (x,y)=(4,0)$

$\begin{cases} 3x-2y+3=0 \\ x+y-4=0 \end{cases} \Rightarrow (x,y)=(1,3)$



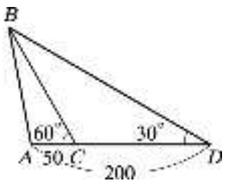

（2）$\overline{BC}$ 的中垂線：$2x+3y=\dfrac{9}{2}$，$\overline{AC}$ 的中垂線：$x=\dfrac{3}{2}$

$\begin{cases} x=\dfrac{3}{2} \\ 2x+3y=\dfrac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow$ 外心 $(x,y)=\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{1}{2}\right)$

外接圓之直徑 $2R=2\times\sqrt{\left(\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}=2\times\sqrt{\dfrac{26}{4}}=\sqrt{26}$

5.答案：$50\sqrt{7}$

解析：




由外角性質：

$\angle DBC=60^\circ-30^\circ=30^\circ$

$\therefore$△$BCD$ 為等腰三角形

$\Rightarrow \overline{BC}=\overline{CD}=200-50=150$

在△$ABC$ 中，由餘弦定理：

$\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{AC}^2-2\cdot\overline{BC}\cdot\overline{AC}\cdot\cos 60^\circ$

$=150^2+50^2-2\cdot 150\cdot 50\cdot\dfrac{1}{2}$

$=22500+2500-7500$

$=17500$

$\therefore \overline{AB}=10\sqrt{175}=50\sqrt{7}$（公尺）

6.答案：$\dfrac{2}{3}$

解析：$\because \tan\alpha\tan\beta=\dfrac{\sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}=\dfrac{13}{7}=\dfrac{13k}{7k}$

$\therefore \cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=$

$\dfrac{1-\tan^2\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)}{1+\tan^2\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)}=\dfrac{1-\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}{1+\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}=-\dfrac{1}{5}$

$\Rightarrow 7k-13k=-6k=-\dfrac{1}{5} \Rightarrow k=\dfrac{1}{30}$

故 $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=20k=\dfrac{2}{3}$