1021高毅甲乙 1-4 1-5 數學科 解析卷(簡)　年　班　座號：　　姓名：

一、 單一選擇題：每格 10 分，共 60 分

1.答案：(A)

解析：$\sin19^\circ\cos79^\circ-\sin71^\circ\cos11^\circ$
$=\cos71^\circ\cos79^\circ-\sin71^\circ\sin79^\circ=\cos(71^\circ+79^\circ)=\cos150^\circ=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

故選(A)

2.答案：(C)

解析：$\cos105^\circ=\cos(60^\circ+45^\circ)=\cos60^\circ\cos45^\circ-\sin60^\circ\sin45^\circ=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

故選(C)

3.答案：(B)

解析：$-\dfrac{1}{2}=-\cos60^\circ=-\cos(39^\circ+21^\circ)=-(\cos39^\circ\cos21^\circ-\sin39^\circ\sin21^\circ)$
$=-(b\sqrt{1-a^2}-a\sqrt{1-b^2})=a\sqrt{1-b^2}-b\sqrt{1-a^2}$

故選(B)

4.答案：(B)

解析：$\tan(68^\circ-23^\circ)=\tan45^\circ\Rightarrow\dfrac{\tan68^\circ-\tan23^\circ}{1+\tan68^\circ\tan23^\circ}=1$
$\Rightarrow 1+\tan68^\circ\tan23^\circ=\tan68^\circ-\tan23^\circ$
$\Rightarrow \tan68^\circ\tan23^\circ-\tan68^\circ+\tan23^\circ=-1$

故選(B)

5.答案：(C)

解析：$\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=1$，將 $\tan\alpha=\dfrac{1}{9}$ 代入

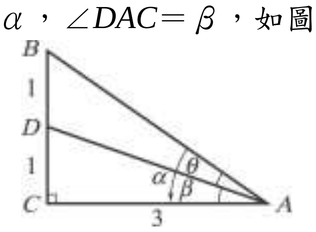
$\Rightarrow\dfrac{\frac{1}{9}+\tan\beta}{1-\frac{1}{9}\times\tan\beta}=1\Rightarrow\dfrac{1}{9}+\tan\beta=1-\dfrac{1}{9}\tan\beta\Rightarrow$

$\dfrac{10}{9}\tan\beta=\dfrac{8}{9}\Rightarrow\tan\beta=\dfrac{4}{5}$

故選(C)

6.答案：(A)

解析：設 $\angle BAC=\alpha$，$\angle DAC=\beta$，如圖



則 $\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\dfrac{\frac{2}{3}-\frac{1}{3}}{1+\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}}$

$=\dfrac{3}{11}$

故選(A)

二、 計算題：每格 10 分，共 40 分

1.答案：$200\sqrt{15}$ 公尺

解析：如圖(一)，設山頂為 D 點，D 點在地面的投影點為 E 點

假設山高 $\overline{DE}=h$，再用 h 表示 $\overline{AE}$、$\overline{BE}$、$\overline{CE}$（利用三個已知仰角）

觀察地面的$\triangle ACE$ 與$\triangle ABE$，$\angle A$ 恰好是它們的公共角，可以利用餘弦定理解題

(1)用 h 表示 $\overline{AE}$、$\overline{BE}$、$\overline{CE}$

$\triangle ADE$ 中，$\tan30^\circ=\dfrac{\overline{DE}}{\overline{AE}}\Rightarrow\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{h}{\overline{AE}}$，移項得 $\overline{AE}=\sqrt{3}h$

$\triangle BDE$ 中，$\tan45^\circ=\dfrac{\overline{DE}}{\overline{BE}}\Rightarrow 1=\dfrac{h}{\overline{BE}}$，移項得 $\overline{BE}=h$

$\triangle CDE$ 中，$\tan60^\circ=\dfrac{\overline{DE}}{\overline{CE}}\Rightarrow\sqrt{3}=\dfrac{h}{\overline{CE}}$，移項得 $\overline{CE}=\dfrac{h}{\sqrt{3}}$

(2)如圖(二)，在地面的$\triangle ACE$ 與$\triangle ABE$ 中，分別對$\angle A$ 使用餘弦定理

$\triangle ACE$ 中，$\cos A=\dfrac{\overline{AE}^2+\overline{AC}^2-\overline{CE}^2}{2\times\overline{AE}\times\overline{AC}}=\dfrac{3h^2+1000^2-\frac{h^2}{3}}{2\times\sqrt{3}h\times1000}$

$\triangle ABE$ 中，$\cos A=\dfrac{\overline{AE}^2+\overline{AB}^2-\overline{BE}^2}{2\times\overline{AE}\times\overline{AB}}=\dfrac{3h^2+600^2-h^2}{2\times\sqrt{3}h\times600}$

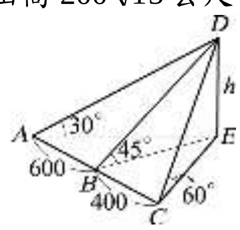
顯然，$\dfrac{3h^2+1000^2-\frac{h^2}{3}}{2\times\sqrt{3}h\times1000}=\dfrac{3h^2+600^2-h^2}{2\times\sqrt{3}h\times600}$

化簡得 $\dfrac{\frac{8h^2}{3}+1000000}{5}=\dfrac{2h^2+360000}{3}$

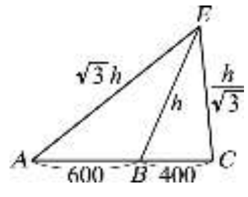
交叉相乘得 $8h^2+3000000=10h^2+1800000$

移項得 $h^2=600000$，故 $h=200\sqrt{15}$

故山高 $200\sqrt{15}$ 公尺



圖(一)



圖(二)

2.答案：$112\sqrt{7}$ 公尺

解析：如圖(一)，設大樓頂為 C，且 C 點投影在地面上的點為 D

在$\triangle ACD$ 中

$\tan45^\circ=\dfrac{112}{\overline{AD}}=1\Rightarrow\overline{AD}=112$

在$\triangle BCD$ 中

$\tan30^\circ=\dfrac{112}{\overline{BD}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\overline{BD}=112\sqrt{3}$

在地面的$\triangle ABD$ 中計算 $\overline{AB}$ 距離

作圖如圖(二)

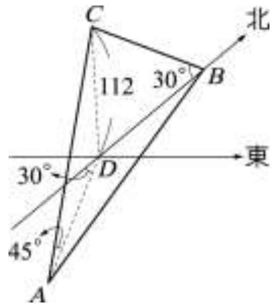
由餘弦定理得

$\overline{AB}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{AD}^2 - 2\times\overline{BD}\times\overline{AD}\times\cos150^\circ$

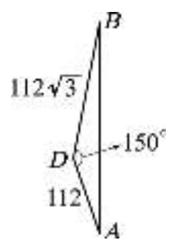
$= (112\sqrt{3})^2 + 112^2 - 2\times112\sqrt{3}\times112\times\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= (112\sqrt{7})^2$

故得 $\overline{AB} = 112\sqrt{7}$（公尺）



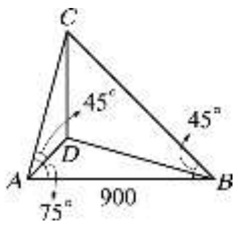
圖(一)



圖(二)

3.答案：$300\sqrt{3}$ 公尺

解析：如圖



在△ABC 中，$\angle ACB = 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 60^\circ$

由正弦定理得

$\dfrac{\overline{AB}}{\sin\angle ACB} = \dfrac{\overline{AC}}{\sin\angle ABC}$

$\Rightarrow \dfrac{900}{\sin60^\circ} = \dfrac{\overline{AC}}{\sin45^\circ} \Rightarrow \dfrac{900}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{\overline{AC}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \overline{AC} = 300\sqrt{6}$

在△ACD 中

$\sin45^\circ = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{AC}} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\overline{CD}}{300\sqrt{6}}$

$\Rightarrow \overline{CD} = 300\sqrt{3}$

故山高為 $300\sqrt{3}$ 公尺

4.答案：$30\sqrt{6}$ 公尺

解析：作圖如圖(一)，設塔頂為 C，且 C 點投影在地面的點為 D

設塔高為 h 公尺

(1)在△ACD 中

$\tan60^\circ = \dfrac{h}{\overline{AD}} = \sqrt{3} \Rightarrow \overline{AD} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

在△BCD 中

$\tan30^\circ = \dfrac{h}{\overline{BD}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \overline{BD} = \sqrt{3}h$

(2)觀察地面的△ABD，如圖(二)

$\because \angle A = 90^\circ$

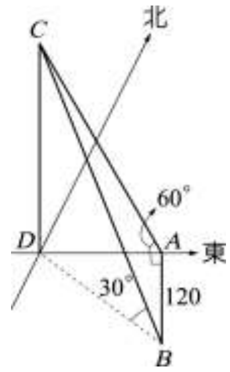
$\therefore \overline{AD}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{BD}^2$

$\Rightarrow \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}h\right)^2 + 120^2 = (\sqrt{3}h)^2 \Rightarrow \dfrac{h^2}{3} + 14400 = 3h^2$

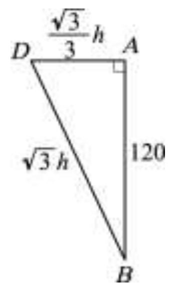
$\Rightarrow \dfrac{8}{3}h^2 = 14400$

$\Rightarrow h^2 = 5400 \Rightarrow h = 30\sqrt{6}$

即塔高為 $30\sqrt{6}$ 公尺



圖(一)



圖(二)