

一、單選題：每題 10 分、共 30 分

( ) 1. 求： $8\sin^3 15^\circ - 6\sin 15^\circ$  之值為多少？

- (A)  $\sqrt{3}$  (B)  $\sqrt{2}$  (C)  $-\frac{1}{3}$  (D)  $-\sqrt{2}$  (E)  $-\sqrt{3}$

答案：(D)

解析：所求式  $= -2(3\sin 15^\circ - 4\sin^3 15^\circ) = -2\sin 45^\circ = -\sqrt{2}$

編號：0104-00190

難易度：易

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

( ) 2. 下列各選項中，哪一個值最大？

- (A)  $\cos 78^\circ \cos 42^\circ - \sin 78^\circ \sin 42^\circ$  (B)  $\frac{1}{2}(\cos^2 37^\circ - \sin^2 37^\circ)$  (C)  $\frac{2\tan 67.5^\circ}{1 - \tan^2 67.5^\circ}$  (D)  $\sin 42^\circ \cos 42^\circ$  (E)  $\frac{1}{2} - \sin^2 43^\circ$

答案：(D)

解析：(A) 原式  $= \cos(78^\circ + 42^\circ) = \cos 120^\circ < 0$

(B) 原式  $= \frac{1}{2} \cos(2 \times 37^\circ) = \frac{1}{2} \cos 74^\circ = \frac{1}{2} \sin 16^\circ$

(C) 原式  $= \tan(2 \times 67.5^\circ) = \tan 135^\circ < 0$

(D) 原式  $= \frac{1}{2} \sin 84^\circ$

(E) 原式  $= \frac{1}{2} \cos 86^\circ = \frac{1}{2} \sin 4^\circ$

$\Rightarrow \sin 84^\circ > \sin 16^\circ > \sin 4^\circ > 0$

編號：0104-00204

難易度：中

出處：高中 107(含上學期)之前題庫新增試題

認知歷程向度：了解

( ) 3. 將極坐標  $[2, 60^\circ]$  化為直角坐標為

- (A)  $(-1, \sqrt{3})$  (B)  $(1, \sqrt{3})$  (C)  $(1, -\sqrt{3})$  (D)  $(-1, -\sqrt{3})$

答案：(B)

解析： $x = r \cos \theta = 2 \cos 60^\circ = 1$

$y = r \sin \theta = 2 \sin 60^\circ = \sqrt{3}$

編號：0102-00153

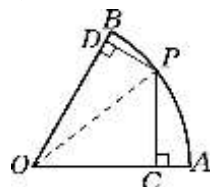
難易度：易

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

二、多重選擇題：每題 10 分、共 30 分

( ) 1. 如附圖，扇形  $OAB$  中， $\overline{OA} = \overline{OB} = 2$ ， $\angle AOB = 60^\circ$ ，圓弧  $AB$  上動點  $P$ ， $\overline{PC} \perp \overline{OA}$ ， $\overline{PD} \perp \overline{OB}$ ，設  $\angle POA = \theta$ ，則



- (A)  $\overline{PC} = 2\sin \theta$  (B)  $\overline{OC} = 2\cos \theta$  (C)  $\overline{PD} = \sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta$  (D)  $\overline{OD} = \cos \theta - \sqrt{3} \sin \theta$  (E)  $(\overline{PC} + \overline{PD}) : (\overline{OC} + \overline{OD}) = 1 : \sqrt{3}$

答案：(A)(B)(E)

解析： $\overline{OP} = 2$ ， $\angle POA = \theta \Rightarrow \angle POB = 60^\circ - \theta$

$\therefore \overline{PC} = 2 \sin \theta$ ， $\overline{OC} = 2 \cos \theta$ ，

$\overline{PD} = 2 \sin(60^\circ - \theta) = \sqrt{3} \cos \theta - \sin \theta$ ，

$\overline{OD} = 2 \cos(60^\circ - \theta) = \cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta$

$(\overline{PC} + \overline{PD}) : (\overline{OC} + \overline{OD})$

$= (\sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta) : (3 \cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta)$

$= 1 : \sqrt{3}$

編號：0104-00516

難易度：中

出處：高中 107(含上學期)之前題庫新增試題

認知歷程向度：了解

( ) 2. 下列哪些選項中的銳角  $\theta$  存在？

- (A)  $\sin \theta = \frac{3}{4}$  (B)  $\cos \theta = \frac{2}{3}$  (C)  $\sin \theta = \frac{4}{3}$  (D)  $\cos \theta = -\frac{2}{3}$  (E)  $\tan \theta = 2$

答案：(A)(B)(E)

解析： $\theta$  為銳角  $\Rightarrow 0 < \sin \theta < 1$ ， $0 < \cos \theta < 1$ ， $\tan \theta > 0$

故選(A)(B)(E)

編號：0101-00241

難易度：易

出處：高中 107(含上學期)之前題庫新增試題

認知歷程向度：了解

( ) 3.  $\triangle ABC$  中， $\angle B = \angle C = 30^\circ$ ，請選出下列正確的敘述？

- (A)  $\sin A : \sin B : \sin C = \sqrt{3} : 1 : 1$  (B)  $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 1 : 1 : \sqrt{3}$  (C)  $\cos A : \cos B : \cos C = (-1) : \sqrt{3} : \sqrt{3}$  (D) 若  $\overline{BC} = \sqrt{3}$ ，則外接圓半徑  $= 2$  (E) 若  $\overline{AB} = 2$ ，則  $\triangle ABC = \sqrt{3}$

答案：(A)(C)(E)

解析：(A)  $\angle A = 120^\circ$ ， $\sin A : \sin B : \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{2} : \frac{1}{2} = \sqrt{3} : 1 : 1$

(B) 由(A)， $a : b : c = \sqrt{3} : 1 : 1$

$\therefore \overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 1 : \sqrt{3} : 1$

(C)  $\cos A : \cos B : \cos C = -\frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = -1 : \sqrt{3} : \sqrt{3}$

(D)  $\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \Rightarrow R = 1$

(E)  $\triangle ABC$  面積  $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin 120^\circ = \sqrt{3}$

故選(A)(C)(E)

編號：0103-00436

難易度：中

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

三、填充題：每題 10 分、共 40 分

1. 在共線的  $A, B, C$  三點，觀測不共線遠處高山頂，其仰角分別為  $30^\circ, 45^\circ$  及  $60^\circ$ ，若  $\overline{AB} = 800$  公尺， $\overline{BC} = 400$  公尺，則山高為\_\_\_\_\_公尺。

答案：1200

解析：設山高為  $h$ ，則  $\overline{OA} = \sqrt{3}h$ ， $\overline{OB} = h$ ， $\overline{OC} = \frac{h}{\sqrt{3}}$

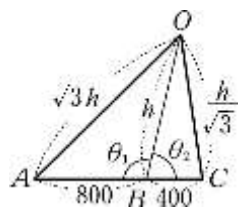
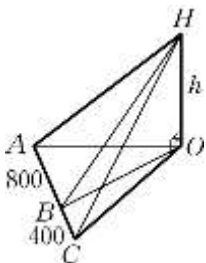
$$\because \theta_1 + \theta_2 = 180^\circ$$

$$\therefore \cos \theta_1 + \cos \theta_2 = 0, \cos \theta_1 = -\cos \theta_2$$

$$\frac{800^2 + h^2 - (\sqrt{3}h)^2}{2 \cdot 800 \cdot h} = -\frac{400^2 + h^2 - (\frac{h}{\sqrt{3}})^2}{2 \cdot 400 \cdot h}$$

$$800^2 + h^2 - 3h^2 = (-2) \left( 400^2 + h^2 - \frac{h^2}{3} \right)$$

$$h^2 = 400^2 \cdot 6 \cdot \frac{3}{2} \quad \therefore h = 1200 \text{ (公尺)}$$



編號：0105-00309

難易度：難

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

2.  $\triangle ABC$  中， $\overline{BC} = a$ 、 $\overline{CA} = b$ 、 $\overline{AB} = c$

(1) 若  $a - 2b + c = 0$  且  $3a + b - 5c = 0$ ，則  $\sin A : \sin B : \sin C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若  $(a + b + c)(b + c - a) = bc$ ，則  $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$  度。

答案：(1) 9 : 8 : 7 ; (2) 120

解析：(1) 由  $\begin{cases} a - 2b + c = 0 \\ 3a + b - 5c = 0 \end{cases}$  解得  $a = \frac{9}{7}c$  且  $b = \frac{8}{7}c$

利用正弦定理  $\sin A : \sin B : \sin C = a : b : c = 9 : 8 : 7$

(2)  $(a + b + c)(b + c - a) = bc \Rightarrow (b + c)^2 - a^2 = bc$

$$\Rightarrow b^2 + c^2 - a^2 = -bc$$

由餘弦定理知  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \angle A = 120^\circ$

編號：0103-00307

難易度：中

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

3. 三角形中， $\overline{AC} = 2$ ， $\overline{BC} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ ， $\angle A = 105^\circ$ ，則

$\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(  $\cos 105^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$  )

答案： $2\sqrt{2}$

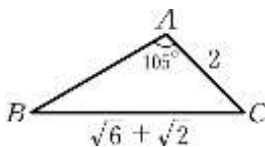
解析：由正弦定理

$$\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sin 105^\circ} = \frac{2}{\sin B} \Rightarrow \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{2}{\sin B}$$

$$\Rightarrow \sin B = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle B = 30^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ - 105^\circ - 30^\circ = 45^\circ$$

$$\frac{\overline{AB}}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sin 105^\circ} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4}{1} \Rightarrow \overline{AB} = 2\sqrt{2}$$



編號：0103-00326

難易度：中

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

4. 在東西向道路上 A、B、C 三點，觀測道路北方的一座

山，測得山頂 D 的仰角分別為  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ ，若  $\overline{AB} = \overline{BC} = 1000$  公尺，則山高為  $\underline{\hspace{2cm}}$  公尺。

答案： $500\sqrt{6}$

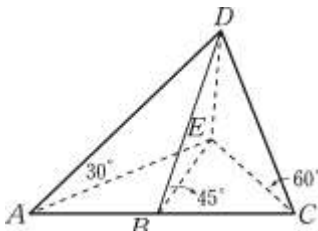
解析：設山高為  $k$  公尺，則  $\overline{AE} = \sqrt{3}k$ ， $\overline{BE} = k$ ， $\overline{CE} = \frac{k}{\sqrt{3}}$

$\because \overline{AB} = \overline{BC} = 1000 \quad \therefore \triangle ACE$  中， $\overline{EB}$  為  $\overline{AC}$  邊之中線

由中線定理知  $\overline{EA}^2 + \overline{EC}^2 = 2\overline{EB}^2 + \frac{1}{2}\overline{AC}^2$

$$\Rightarrow (\sqrt{3}k)^2 + \left(\frac{k}{\sqrt{3}}\right)^2 = 2k^2 + \frac{1}{2} \times 2000^2 \Rightarrow \frac{4}{3}k^2 = \frac{1}{2} \times 2000^2$$

$$\Rightarrow k = 500\sqrt{6} \text{ (公尺)}$$



編號：0105-00310

難易度：難

出處：精選試題

認知歷程向度：了解