

一、單選題：每題 10 分、共 30 分

- ( ) 1. 求： $8\sin^3\frac{\pi}{12} - 6\sin\frac{\pi}{12}$  之值為多少？  
 (A)  $\sqrt{3}$  (B)  $\sqrt{2}$  (C)  $-\frac{1}{3}$  (D)  $-\sqrt{2}$  (E)  $-\sqrt{3}$

答案：(D)

解析：所求式  $= -2(3\sin\frac{\pi}{12} - 4\sin^3\frac{\pi}{12}) = -2\sin\frac{3\pi}{12}$   
 $= -\sqrt{2}$

編號：0104-00182

難易度：易

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

- ( ) 2. 下列哪一個角的最小正同界最大？  
 (A)  $7654^\circ$  (B)  $-654^\circ$  (C)  $-1357^\circ$  (D)  $-2001^\circ 20'$

答案：(D)

編號：0102-00149

難易度：易

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

- ( ) 3. 凸四邊形  $ABCD$ ， $\overline{AB}=3$ ， $\overline{BC}=2$ ， $\overline{AD}=4$ ， $\angle A=90^\circ$ ， $\cos\angle ABC=-\frac{3}{5}$ ，求  $\overline{CD}$  為？

- (A)  $\sqrt{\frac{117}{5}}$  (B)  $\sqrt{\frac{118}{5}}$  (C)  $\sqrt{\frac{119}{5}}$  (D)  $\sqrt{\frac{120}{5}}$   
 (E)  $\sqrt{\frac{121}{5}}$

答案：(A)

編號：0104-00224

難易度：中

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

二、多重選擇題：每題 10 分、共 30 分

- ( ) 1. 已知  $\triangle ABC$  中， $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$  的對邊長分別為  $a$ ， $b$ ， $c$ ，若  $a$ ， $b$ ， $\cos A$ ， $\cos B$  皆為有理數，則下列哪些選項是正確的？  
 (A)  $a = b\cos C + c\cos B$  (B)  $c$  必為有理數 (C)  $\cos C$  必為有理數 (D)  $\sin C$  必為有理數 (E)  $\triangle ABC$  面積之值必為有理數

答案：(A)(B)(C)

解析：(A)  $\circ$ ：由餘弦定理可得

$$b\cos C + c\cos B = b \times \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} + c \times \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} =$$

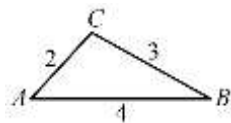
$$\frac{2a^2}{2a} = a$$

(B)  $\circ$ ：承(A)，同理可知  $c = a\cos B + b\cos A$

又  $a$ ， $b$ ， $\cos A$ ， $\cos B$  皆為有理數，所以  $c$  亦為有理數

(C)  $\circ$ ： $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \in \mathbb{Q}$  ( $\because a, b, c$  皆為有理數)

(D)  $\times$ ：反例：



$$\cos C = \frac{2^2 + 3^2 - 4^2}{2 \times 2 \times 3} = \frac{-1}{4} \Rightarrow \sin C = \frac{\sqrt{15}}{4} \notin \mathbb{Q}$$

(E)  $\times$ ：承(D)，此時  $\triangle ABC$  面積  $= \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{3\sqrt{15}}{4} \notin \mathbb{Q}$

Q  
 故選(A)(B)(C)

編號：0103-00427

難易度：中

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

- ( ) 2.  $\triangle ABC$  中  $a$ ， $b$ ， $c$  分別表  $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$  之對邊，合乎下列條件之  $\triangle ABC$  何者恰有一解？  
 (A)  $a=3$ ， $b=4$ ， $\angle C=40^\circ$  (B)  $a=3$ ， $b=\sqrt{3}$ ， $\angle B=30^\circ$  (C)  $a=3$ ， $b=4$ ， $\angle B=30^\circ$  (D) 三高長為 3，4，6 (E)  $\angle A=125^\circ$ ， $a=4$ ， $b=6$

答案：(A)(C)(D)

解析：(A) 二邊一夾角決定唯一三角形

(B)  $a=3$ ， $b=\sqrt{3}$ ， $\angle B=30^\circ$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sin 30^\circ} = \frac{3}{\sin A} \Rightarrow \sin A = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

，故  $\angle A=60^\circ$  或  $120^\circ$

$\because a > b \therefore \angle A$  可以為  $60^\circ$  或  $120^\circ$

(C)  $a=3$ ， $b=4$ ， $\angle B=30^\circ$

$$\frac{3}{\sin A} = \frac{4}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \sin A = \frac{3}{8}$$

$\because a < b \therefore \angle A < \angle B$

$\angle A$  唯一，故可決定唯一三角形

(D) 三高可決定唯一三角形

(E)  $a=4$ ， $b=6$ ， $a < b$ ，但  $\angle A=125^\circ$

故不可能有三角形存在 ( $\angle B > \angle A$ )

故選(A)(C)(D)

編號：0103-00440

難易度：中

出處：高中 107(含上學期)之前題庫新增試題

認知歷程向度：了解

- ( ) 3. 若  $\theta \in \mathbb{R}$ ，請選出下列正確的選項。  
 (A)  $\sin\theta + \cos\theta$  的最大值為  $\sqrt{2}$  (B)  $\cos^2\theta - \sin^2\theta$  的最大值為 1 (C)  $\sin^4\theta + \cos^4\theta$  的最小值為  $\frac{1}{2}$   
 (D)  $4\sin^3\theta - 3\sin\theta$  的最小值為 -1 (E)  $\cos^2\theta + \sin\theta$  的最大值為 1

答案：(A)(B)(C)(D)

(A)  $\circ$ ：設  $t = \sin\theta + \cos\theta$

$$\Rightarrow t^2 = \sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta = 1 + \sin 2\theta \leq 2$$

$$\therefore -\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$$

，即最大值為  $\sqrt{2}$

(B)  $\circ$ ： $\cos^2\theta - \sin^2\theta = \cos 2\theta$

$$\because -1 \leq \cos 2\theta \leq 1 \therefore \cos^2\theta - \sin^2\theta$$
 的最大值為 1

(C)  $\circ$ ： $\sin^4\theta + \cos^4\theta = (\sin^2\theta + \cos^2\theta)^2 - 2\sin^2\theta\cos^2\theta$

$$= 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2\theta \geq 1 - \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore$$
 最小值為  $\frac{1}{2}$

(D)  $\circ$ ： $4\sin^3\theta - 3\sin\theta = -\sin 3\theta \geq -1$

解析： $\therefore$  最小值為 -1

(E)  $\times$ ： $\cos^2\theta + \sin\theta = (1 - \sin^2\theta) + \sin\theta$

$$= -(\sin\theta - \frac{1}{2})^2 + \frac{5}{4} \leq \frac{5}{4}$$

故選(A)(B)(C)(D)

編號：0104-00539

難易度：中

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

三、填充題：每題 10 分、共 40 分

1.  $\triangle ABC$  中， $\sin A : \sin B : \sin C = 6 : 10 : 14$ ，則最大內角為\_\_\_\_\_度。

答案：120

解析： $\because a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C = 6 : 10 : 14 = 3 : 5 : 7$

$$\Rightarrow a = 3t, b = 5t, c = 7t$$

$$\cos C = \frac{3^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \angle C = 120^\circ$$

編號：0103-00244

難易度：易

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

2.  $\cos 435^\circ$  之值為\_\_\_\_\_。

答案： $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

$$\begin{aligned} \text{解析：} \cos 435^\circ &= \cos(360^\circ + 75^\circ) = \cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ) \\ &= \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

編號：0104-00244

難易度：易

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

3.  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{BC} = 12$ ，若  $\cos A = \frac{4}{5}$ ，則  $\overline{AC}$  =\_\_\_\_\_。

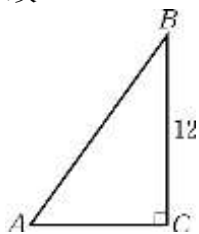
答案：16

$$\text{解析：} \cos A = \frac{4}{5} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}, \therefore \overline{AB} = 5k, \overline{AC} = 4k$$

$$\text{又 } \overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2, (5k)^2 = (4k)^2 + 12^2$$

$$25k^2 = 16k^2 + 144, 9k^2 = 144, k^2 = \frac{144}{9} = 16, k = 4$$

$$\text{故 } \overline{AC} = 4k = 16$$



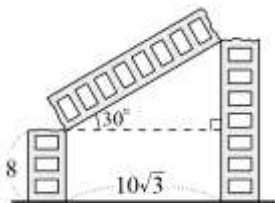
編號：0101-00117

難易度：易

出處：精選試題

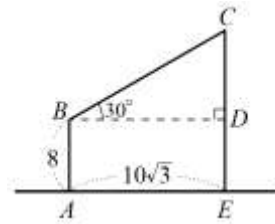
認知歷程向度：了解

4. 金無良大樓在凌晨遭遇芮氏 4 級地震，先是一陣天搖地動，接著應聲倒塌成三截，已知第一截樓高 8 公尺，且第一截與第三截相距  $10\sqrt{3}$  公尺，如附圖，其中第二截傾斜成與水平線夾  $30^\circ$  的危樓，試問原大樓樓高為\_\_\_\_\_公尺。



答案：46

解析：作圖如附：



$$\text{可知 } \overline{BD} = \overline{AE} = 10\sqrt{3} \Rightarrow \overline{CD} = 10, \overline{BC} = 20$$

$$\text{又 } \overline{DE} = \overline{AB}, \text{ 所以 } \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} = 8 + 20 + 10 + 8 = 46$$

故原大樓樓高為 46 公尺

編號：0105-00231

難易度：中

出處：雲端題庫新題

認知歷程向度：了解