1002 高毅甲 數學 1-3　座號：_____ 姓名：__________

**一、單選題：**

(　　)1. $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=7$，$\overline{BC}=5$，$\overline{CA}=3$，則

(A)$\sin B=\frac{3}{5}$　(B)$\sin B=\frac{3}{7}$　(C)$\cos B=\frac{5}{7}$　(D)$\cos B=\frac{4}{5}$　(E)以上皆非

答案：(E)

編號：0103-00165

難易度：易

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

(　　)2. $\triangle ABC$ 中，$\angle A=45°$、$\angle B=60°$，$\overline{AB}=4\sqrt{3}$，$\overline{BC}=\sqrt{18}$，則$\triangle ABC$ 外接圓半徑長為

(A)$2\sqrt{3}$　(B)$3\sqrt{3}$　(C)$4\sqrt{3}$　(D)3　(E)6

答案：(D)

解析：$\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}=\frac{c}{sinC}=2R$ ⇒ $\frac{\sqrt{18}}{\sin 45°}=2R$

$\therefore R=\frac{\sqrt{18}}{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}=3$

編號：0103-00169

難易度：易

出處：高中 107(含上學期)之前題庫新增試題

認知歷程向度：了解

(　　)3. 在$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=\sqrt{3}-1$，$\overline{BC}=\sqrt{2}$，$\overline{CA}=2$，則下列何者正確?

(A)$\angle A=45°$　(B)$\angle A=30°$　(C)$\angle A=135°$　(D)$\angle C=30°$　(E)$\angle C=135°$

答案：(B)

編號：0103-00175

難易度：易

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

**二、多重選擇題：**

(　　)1. 有一個鈍角三角形的三邊為連續的三個正整數，則下列各敘述哪些為正確？

(A)最大邊長為 5　(B)最小邊長為 2　(C)最小角若為 $A$，則 $\cos A=\frac{7}{8}$　(D)最大角若為 $B$，則 $\cos B=-\frac{1}{4}$　(E)此三角形的面積為$\frac{3\sqrt{15}}{4}$

答案：(B)(C)(D)(E)

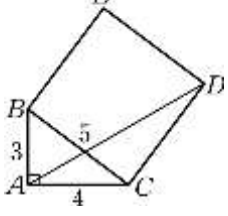
編號：0103-00449

難易度：中

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

(　　)2. 設$\triangle ABC$ 為直角三角形，$BCDE$ 是以$\overline{BC}$ 為一邊向外作出的正方形，若$\overline{BC}=5$，$\overline{AB}=3$，$\overline{AC}=4$，設$\angle ACD=\theta$，則下列何者正確？




(A)$\cos\theta=-\frac{4}{5}$　(B)$\cos\theta=\frac{3}{5}$　(C)$\overline{AD}=\sqrt{65}$　(D)$\triangle ACD$ 面積為 6　(E)$\triangle ACD$ 面積為 8（平方單位）

答案：(C)(E)

解析：(A)(B) $\cos\theta=\cos(90°+\angle ACB)=-\sin\angle ACB=-\frac{3}{5}$

(C) $\overline{AD}^2=\overline{AC}^2+\overline{CD}^2-2\overline{AC}\cdot\overline{CD}\cos\theta$

$=16+25-2\cdot 4\cdot 5\cdot(-\frac{3}{5})=65$

$\therefore \overline{AD}=\sqrt{65}$

(D)(E) $\triangle ACD$ 面積＝$\dfrac{1}{2}\overline{AC}\cdot\overline{CD}\sin\theta$

$(\sin\theta=\sin(90°+\angle ACB)=\cos\angle ACB=\dfrac{4}{5})$

$=\dfrac{1}{2}\cdot 4\cdot 5\cdot\dfrac{4}{5}=8$

故選(C)(E)

編號：0103-00451

難易度：中

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

**三、非選題：**

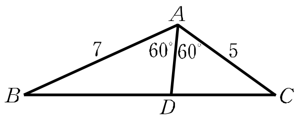
1.　$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=7$，$\overline{AC}=5$，$\angle A=120°$，若 $D$ 在 $\overline{BC}$ 上且 $\overline{AD}$ 平分 $\angle BAC$，求 $\overline{AD}$ 之長。

答案：$\dfrac{35}{12}$

解析：$\triangle ABC$ 的面積＝$\triangle ABD$ 的面積＋$\triangle ADC$ 的面積

$\Rightarrow \dfrac{1}{2}\times7\times5\times\sin 120°=\dfrac{1}{2}\times7\times\overline{AD}\times\sin 60°+\dfrac{1}{2}\times\overline{AD}\times5\times\sin 60°$

$\Rightarrow 35=12\overline{AD}$，故 $\overline{AD}=\dfrac{35}{12}$




編號：0103-00011

難易度：易

出處：配套

認知歷程向度：了解

2.　在$\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{BC}=2$，$\sin A<\sin B$，且 $\sin A$ 與 $\sin B$ 為 $16x^2-8\sqrt{2}x+1=0$ 的兩根，求$\triangle ABC$ 外接圓的半徑。

答案：$4(\sqrt{2}+1)$

解析：$16x^2-8\sqrt{2}x+1=0$，解得 $x=\dfrac{8\sqrt{2}\pm8}{32}=\dfrac{\sqrt{2}\pm1}{4}$

故 $\sin A=\dfrac{\sqrt{2}-1}{4}$，$\sin B=\dfrac{\sqrt{2}+1}{4}$

設外接圓半徑為 $R$，則 $\dfrac{\overline{BC}}{\sin A}=2R$

$\Rightarrow \dfrac{2}{\frac{\sqrt{2}-1}{4}}=2R \Rightarrow R=4(\sqrt{2}+1)$

編號：0103-00085

難易度：中

出處：配套

認知歷程向度：了解

3.　設$\triangle ABC$ 中，$\angle B=105°$，$\angle C=60°$，$\overline{BC}=\sqrt{3}-1$，求 $\angle A$ 及 $\overline{AB}$，$\overline{AC}$ 之長。(已知 $\sin 15°=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$，$\cos 15°=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$)

答案：$15°$，$\sqrt{6}$，$\sqrt{3}+1$

解析：$\angle A=180°-105°-60°=15°$，

由正弦定理得 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$，

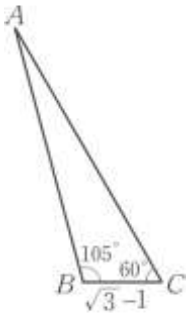
即 $\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sin15°}=\dfrac{b}{\sin105°}=\dfrac{c}{\sin60°}$，

故 $b=\dfrac{(\sqrt{3}-1)\sin105°}{\sin15°}=\dfrac{(\sqrt{3}-1)\cos15°}{\sin15°}$

$$=\frac{(\sqrt{3}-1)\cdot\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}=\frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}+1,$$

即 $\overline{AC}=\sqrt{3}+1$。

又 $c=\frac{(\sqrt{3}-1)\sin 60°}{\sin 15°}=\frac{(\sqrt{3}-1)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{6}$，即 $\overline{AB}=\sqrt{6}$ 。




編號：0103-00103
難易度：中
出處：精選試題
認知歷程向度：了解

4. 三角形 $ABC$ 中，設 $\overline{AB}=c$、$\overline{BC}=a$、$\overline{AC}=b$，$D$ 為 $\overline{BC}$ 之中點，試證：$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2\overline{AD}^2+\frac{1}{2}\overline{BC}^2$ 。

答案：略
解析：( 利用餘弦定理 )
如附圖，△$ABD$ 中，令 $\overline{AD}=x$，

$\overline{AB}^2=\overline{AD}^2+\overline{BD}^2-2\overline{AD}\cdot\overline{BD}\cos\vartheta$

$c^2=x^2+(\frac{a}{2})^2-2\cdot x\cdot\frac{a}{2}\cos\vartheta$……①

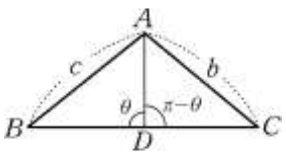
△$ADC$ 中 ⇒ $b^2=x^2+(\frac{a}{2})^2-2\cdot x\cdot\frac{a}{2}\cos(180°-\vartheta)$……②

∵ $\cos\vartheta+\cos(180°-\vartheta)=0$

①＋② ⇒ $c^2+b^2=2x^2+\frac{a^2}{2}-2x\cdot\frac{a}{2}(\cos\vartheta+\cos(180°-\vartheta))$

∴ $c^2+b^2=2x^2+\frac{a^2}{2}$

得證：$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2\overline{AD}^2+\frac{1}{2}\overline{BC}^2$




編號：0103-00148
難易度：難
出處：精選試題
認知歷程向度：了解

5. 已知 $O$ 是原點，點 $A$ 的極坐標為〔3 ,－48°〕，點 $B$ 的直角坐標為 ( 5 cos192° , 5 sin192° )，請計算下列各項的值：
(1) $\overline{AB}$ 。
(2) △$ABO$ 的面積。
(3) △$ABO$ 的外接圓面積。

答案：(1) 7；(2) $\frac{15\sqrt{3}}{4}$ ；(3) $\frac{49}{3}\pi$

編號：0103-00064
難易度：中
出處：各校試題
認知歷程向度：了解