

0925 高毅甲 1-1~1-4 數學 解答 座號：_____ 姓名：_____

一、填充題：每題 10 分、共 100 分

1. $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，若 $\sin A=\frac{2}{3}$ ，則 $\sin B=_____$ 。

答案： $\frac{\sqrt{5}}{3}$

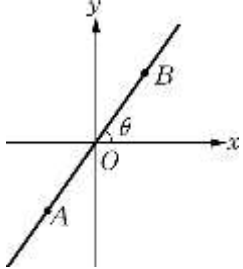
編號：0101-00119

難易度：易

出處：各校試題

認知歷程向度：了解

2. 如附圖，若過原點 O 之直線 AB 與 x 軸正向夾角為 θ ，且 $\overline{OA}=\overline{OB}=3$ ， $\tan \theta=\sqrt{2}$ ，則 A 點坐標為_____。



答案： $(-\sqrt{3}, -\sqrt{6})$

編號：0102-00219

難易度：易

出處：各校試題

認知歷程向度：了解

3. 若 $270^\circ < \theta < 360^\circ$ 且 $6\cos^2 \theta + \sin \theta = 5$ ，則 $\tan \theta = _____$ 。

答案： $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

解析：因為 $6\cos^2 \theta + \sin \theta = 5 \Rightarrow 6(1 - \sin^2 \theta) + \sin \theta = 5$

$\Rightarrow 6\sin^2 \theta - \sin \theta - 1 = 0$

$\Rightarrow \sin \theta = -\frac{1}{3}$ 或 $\frac{1}{2}$ 但 $270^\circ < \theta < 360^\circ$

$\Rightarrow \sin \theta = -\frac{1}{3}$ 所以 $\tan \theta = -\frac{\sqrt{2}}{4}$

編號：0102-00229

難易度：易

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

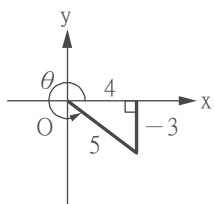
4. 設 $\tan \theta = -\frac{3}{4}$ ，且 $\cos \theta > 0$ ，則 $\frac{4\cos \theta - 1}{3\sin \theta + 5}$ 之值為_____。

答案： $\frac{11}{16}$

解析： $\because \tan \theta = -\frac{3}{4} < 0 \Rightarrow \theta$ 在第二或第四象限

又 $\cos \theta > 0 \Rightarrow \theta$ 在第一或第四象限

故得 θ 在第四象限，如附圖 $\Rightarrow \frac{4\cos \theta - 1}{3\sin \theta + 5} = \frac{4 \cdot \frac{4}{5} - 1}{3 \cdot \frac{-3}{5} + 5} = \frac{11}{16}$



編號：0102-00247

難易度：易

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

5. $\triangle ABC$ 中， a 、 b 、 c 依次表 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊長。 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 7$ ，則 $a : b : c = _____$ 。

答案： $\sqrt{2} : 2 : (\sqrt{3} + 1)$

解析：∵ ∠A : ∠B : ∠C = 2 : 3 : 7 且 ∠A + ∠B + ∠C = 180°

$$\therefore \angle A = \frac{2}{12} \cdot 180^\circ = 30^\circ$$

$$\angle B = \frac{3}{12} \cdot 180^\circ = 45^\circ$$

$$\angle C = \frac{7}{12} \cdot 180^\circ = 105^\circ$$

由正弦定理

$$a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$$

$$= \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} = 2 : 2\sqrt{2} : (\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

$$= \sqrt{2} : 2 : (\sqrt{3} + 1)$$

編號：0103-00242

難易度：易

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

6. 圓內接四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 1$ ， $\overline{BC} = 2$ ， $\overline{CD} = 3$ ， $\overline{DA} = 4$ ，則對角線 \overline{BD} 之長為_____。

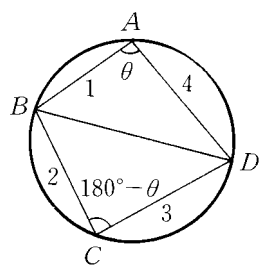
$$\text{答案：} \frac{\sqrt{385}}{5}$$

解析：令 $\angle BAD = \theta$ ，則 $\angle BCD = 180^\circ - \theta$

設 $\overline{BD} = x$ ∵ $\cos \theta + \cos(180^\circ - \theta) = 0$

$$\therefore \frac{1^2 + 4^2 - x^2}{2 \times 1 \times 4} + \frac{4 + 9 - x^2}{2 \times 2 \times 3} = 0 \Rightarrow 3(17 - x^2) + 2(13 - x^2) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{77}{5} \quad \therefore x = \sqrt{\frac{77}{5}} = \frac{\sqrt{385}}{5}$$



編號：0103-00277

難易度：易

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

7. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{CA} = 9$ ，則 \overline{BC} 邊的高為_____。

$$\text{答案：} 3\sqrt{5}$$

編號：0103-00327

難易度：中

出處：各校試題

認知歷程向度：了解

8. 設 $\triangle ABC$ 的三邊長是 9，10，17，其內切圓半徑為 r ，外接圓半徑為 R ，求比值 $\frac{r}{R} =$ _____。

$$\text{答案：} \frac{16}{85}$$

編號：0103-00377

難易度：中

出處：各校試題

認知歷程向度：了解

9. 已知 $\sin 2\theta = -\frac{1}{3}$ ，則 $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$ 之值為_____。

$$\text{答案：} \frac{17}{18}$$

解析： $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2 - 2\sin^2 \theta \cos^2 \theta$

$$= 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9} = \frac{17}{18}$$

編號：0104-00260

難易度：易

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

10. $\sin \alpha$ ， $\cos \alpha$ 為方程式 $x^2 - ax + 2a = 0$ 之二根，則：

(1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\cos^2 \frac{\alpha}{2} (\cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2})^2 + \sin^2 \frac{\alpha}{2} (\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：(1) $2 - \sqrt{5}$ ；(2) $5 - 2\sqrt{5}$

解析：(1) $\begin{cases} \sin \alpha + \cos \alpha = a \\ \sin \alpha \cos \alpha = 2a \end{cases}$ ， $a^2 = 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha$ ， $a^2 = 1 + 4a \Rightarrow a^2 - 4a - 1 = 0$

$\Rightarrow a = 2 - \sqrt{5} (\because |a| \leq \frac{1}{4})$

(2) $\cos^2 \frac{\alpha}{2} (\cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2})^2 + \sin^2 \frac{\alpha}{2} (\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2})^2$

$= \frac{1}{2} (1 + \cos \alpha) (1 + \sin \alpha) + \frac{1}{2} (1 - \cos \alpha) (1 - \sin \alpha) = 1 + \sin \alpha \cos \alpha = 1 + 2a = 1 + 2(2 - \sqrt{5}) = 5 - 2\sqrt{5}$

編號：0104-00477

難易度：難

出處：精選試題

認知歷程向度：了解