

高毅甲 0923 數學 1-1~1-4 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題：每格 10 分、共 30 分

- () 1. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \sqrt{3} - 1$ ， $\overline{BC} = \sqrt{2}$ ， $\overline{CA} = 2$ ，則下列何者正確？
(A) $\angle A = 45^\circ$ (B) $\angle A = 30^\circ$ (C) $\angle A = 135^\circ$ (D) $\angle C = 30^\circ$ (E) $\angle C = 135^\circ$

答案：(B)

編號：0103-00175

難易度：易

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

- () 2. $\sqrt{1 - \sin 100^\circ}$ 等於
(A) $\sin 50^\circ - \cos 50^\circ$ (B) $\sin 50^\circ + \cos 50^\circ$ (C) $-\sin 50^\circ + \cos 50^\circ$ (D) $-\sin 50^\circ - \cos 50^\circ$ (E) $\sqrt{2} \cos 50^\circ$

答案：(A)

解析： $1 - \sin 100^\circ = \sin^2 50^\circ + \cos^2 50^\circ - 2 \sin 50^\circ \cos 50^\circ$
 $= (\sin 50^\circ - \cos 50^\circ)^2$

$\therefore \sqrt{1 - \sin 100^\circ} = \sin 50^\circ - \cos 50^\circ$

編號：0104-00218

難易度：中

出處：高中 107(含上學期)之前題庫新增試題

認知歷程向度：了解

- () 3. 試問共有幾個角度 θ 滿足 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ ，且 $\cos(3\theta - 60^\circ)$ ， $\cos 3\theta$ ， $\cos(3\theta + 60^\circ)$ 依序成一等差數列？
(A) 1 個 (B) 2 個 (C) 3 個 (D) 4 個 (E) 5 個

答案：(C)

解析： $\because \cos(3\theta - 60^\circ)$ ， $\cos(3\theta)$ ， $\cos(3\theta + 60^\circ)$ 成等差

$\therefore \cos(3\theta - 60^\circ) + \cos(3\theta + 60^\circ) = 2 \cdot \cos 3\theta$

$\Rightarrow (\cos 3\theta \cos 60^\circ + \sin 3\theta \sin 60^\circ) + (\cos 3\theta \cos 60^\circ - \sin 3\theta \sin 60^\circ) = 2 \cos 3\theta$

$\Rightarrow \cos 3\theta = 2 \cos 3\theta \therefore \cos 3\theta = 0$

$\because 0^\circ < \theta < 180^\circ \therefore 0^\circ < 3\theta < 540^\circ$

$\therefore 3\theta = 90^\circ$ 或 270° 或 $450^\circ \therefore \theta = 30^\circ$ 或 90° 或 150° ，共 3 個

故選(C)。

編號：0104-00226

難易度：中

出處：107 年高中學測

認知歷程向度：了解

二、多重選擇題：每格 10 分、共 30 分

- () 1. 若 $f(x) = \frac{3}{\sin^2 x + \sin x + 1}$ ， $x \in \mathbb{R}$ ，且 $f(x)$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則
(A) 最小值不存在 (B) 最大值不存在 (C) $M=4$ (D) $M=3$ (E) $m=1$

答案：(C)(E)

解析：令 $g(x) = \sin^2 x + \sin x + 1 = (\sin x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$

$\because -1 \leq \sin x \leq 1$

$\frac{3}{4} \leq g(x) \leq 3 \Rightarrow \frac{3}{3} \leq \frac{3}{g(x)} \leq \frac{3}{\frac{3}{4}} \Rightarrow 1 \leq f(x) \leq 4$ ，

故 $M=4$ ， $m=1$

故選(C)(E)

編號：0102-00389

難易度：中

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

- () 2. $\triangle ABC$ 三邊長為 5、6、7， R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑， r 為 $\triangle ABC$ 內切圓半徑，則下列何者正確？
(A) $\triangle ABC$ 面積 $= 3\sqrt{6}$ (B) $R = \frac{35}{24}\sqrt{6}$ (C) $R = \frac{35}{48}\sqrt{6}$ (D) $r = \frac{2}{3}\sqrt{6}$ (E) $r = \frac{\sqrt{6}}{3}$

答案：(B)(D)

解析： $\triangle ABC$ 面積 $=\sqrt{9\cdot 4\cdot 3\cdot 2}=6\sqrt{6}$

$$\because \Delta = \frac{abc}{4R} \quad \therefore 6\sqrt{6} = \frac{5\cdot 6\cdot 7}{4R}, R = \frac{35}{24}\sqrt{6}$$

$$\text{又 } 6\sqrt{6} = r\cdot 9 \Rightarrow r = \frac{2\sqrt{6}}{3}, \text{選(B)(D)}$$

編號：0103-00431

難易度：中

出處：高中 107(含上學期)之前題庫新增試題

認知歷程向度：了解

() 3. 已知 $\tan \theta = -\frac{3}{4}$ 且 $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ，則下列何者正確？

$$(A) \tan 2\theta = \frac{24}{7} \quad (B) \sin 2\theta = -\frac{24}{25} \quad (C) \cos 2\theta = \frac{7}{25} \quad (D) \sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{\sqrt{10}} \quad (E) \cos \frac{\theta}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

答案：(B)(C)

$$\text{解析：}\because \tan \theta = -\frac{3}{4} \text{ 且 } 90^\circ < \theta < 180^\circ \quad \therefore \cos \theta = -\frac{4}{5}, \sin \theta = \frac{3}{5}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan \theta}{1-\tan^2 \theta} = -\frac{24}{7}, \sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta = -\frac{24}{25},$$

$$\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1 = \frac{7}{25}$$

$$\because 45^\circ < \frac{\theta}{2} < 90^\circ \quad \therefore \sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos \theta}{2}} = \frac{3}{\sqrt{10}}, \cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos \theta}{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

編號：0104-00514

難易度：中

出處：高中 107(含上學期)之前題庫新增試題

認知歷程向度：了解

三、填充題：每題 10 分、共 40 分

1. $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC}=14$ ， $\overline{CA}=10$ ， $\overline{AB}=6$ ，求 $\angle ABC$ 角平分線段長_____。

答案： $3\sqrt{7}$

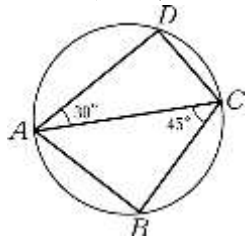
編號：0103-00302

難易度：中

出處：各校試題

認知歷程向度：了解

2. 如附圖，圓內接四邊形 $ABCD$ 中 $\angle CAD=30^\circ$ ， $\angle ACB=45^\circ$ ， $\overline{CD}=\sqrt{6}$ ，則 $\overline{AB}=\underline{\hspace{2cm}}$ 。



答案： $2\sqrt{3}$

解析： $\triangle ABC$ 與 $\triangle ACD$ 外接圓相同

$$\therefore \frac{\overline{AB}}{\sin 45^\circ} = 2R = \frac{\overline{CD}}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} \cdot \overline{CD} = 2\sqrt{3}$$

編號：0103-00354

難易度：中

出處：精選試題

認知歷程向度：了解

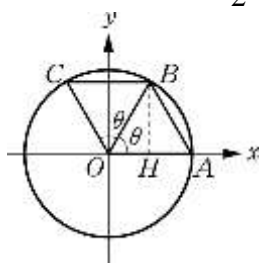
3. 坐標平面上，以原點 O 為圓心的圓上有三個相異點 $A(1, 0)$ ， B ， C ，且 $\overline{AB}=\overline{BC}$ 。已知銳角三角形 OAB 的面積為 $\frac{3}{10}$ ，則 $\triangle OAC$ 的面積為_____。(化為最簡分數)

答案： $\frac{12}{25}$

解析：設由 B 作 x 軸的垂線，垂足為 H ，由題意得知 $\triangle OAB$ 的面積為 $\frac{3}{10} = \frac{1}{2} \overline{BH} \times \overline{OA}$

$$\therefore \overline{BH} = \frac{3}{5} = \sin \theta \quad \therefore \cos \theta = \frac{4}{5}$$

又 $\triangle OAC$ 面積為 $\frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{OC} \sin 2\theta = \sin\theta \times \cos\theta = \frac{12}{25}$ 。



編號：0104-00407

難易度：中

出處：97年高中學測

認知歷程向度：了解

4. 等腰直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， \overline{AD} 平分 $\angle BAC$ 交 \overline{BC} 於 D ，若 $\overline{AC}=1$ ，則：

(1) $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；(2) $\tan 22.5^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：(1) $\sqrt{2}-1$ ；(2) $\sqrt{2}-1$

(1) \because 等腰直角三角形 $\therefore \overline{CA} = \overline{CB} = 1$

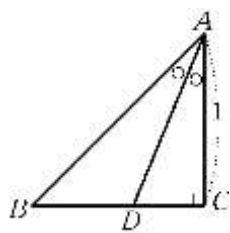
又 \overline{AD} 為 $\angle BAC$ 的平分線

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \overline{BD} = \sqrt{2} \overline{CD},$$

$$\overline{BD} + \overline{DC} = 1 \Rightarrow \overline{CD} = \frac{1}{\sqrt{2}+1} \times 1 = \sqrt{2}-1$$

(2) $\angle CAD = 22.5^\circ$

$$\therefore \tan 22.5^\circ = \frac{\sqrt{2}-1}{1} = \sqrt{2}-1$$



解析：

編號：0101-00226

難易度：中

出處：精選試題

認知歷程向度：了解