高毅甲 0913　數學1-1 1-2 1-3 題目卷(詳解)　　年　　班　座號：　　姓名：

一、單一選擇題：每題 10 分，共 50 分

1. (　)令 $a=\cos 215^\circ$，試問下列哪一個選項是對的？（A）$a=-1$（B）$-1<a\leqq-\frac{1}{2}$（C）$-\frac{1}{2}<a\leqq 0$（D）$0<a\leqq\frac{1}{2}$（E）$\frac{1}{2}<a\leqq 1$。【新竹女中】

答案：(B)

解析：$a=\cos 215^\circ=-\cos 35^\circ \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}=\cos 30^\circ>\cos 35^\circ>\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2}<-\cos 35^\circ<-\frac{\sqrt{2}}{2}<-\frac{1}{2}$，故選(B)

2. (　)若 θ 滿足 $\sin\theta<0$ 且 $\cos\theta>0$，則 $P(\tan\theta, 1-\sin\theta)$ 在何象限？（A）第一象限（B）第二象限（C）第三象限（D）第四象限。【北一女中】

答案：(B)

解析：$\sin\theta<0$，$\cos\theta>0$

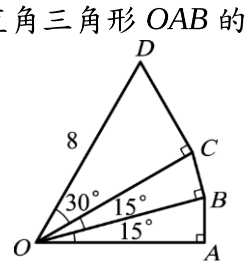
$\Rightarrow\theta$ 在第四象限

$\therefore \tan\theta<0$，$1-\sin\theta>0$

$\therefore P(\tan\theta, 1-\sin\theta)$ 在第二象限

故選(B)

3. (　)如圖是由三個直角三角形堆疊而成的圖形，且 $\overline{OD}=8$。問：直角三角形 OAB 的高 $\overline{AB}$ 為何？



（A）1（B）$\sqrt{6}-\sqrt{2}$（C）$\sqrt{7}-1$（D）$\sqrt{3}$（E）2。

答案：(D)

解析：$\overline{OC}=\overline{OD}\cdot\cos 30^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

$\overline{OB}=\overline{OC}\cdot\cos 15^\circ=4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}=\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

$\overline{AB}=\overline{OB}\cdot\sin 15^\circ=\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{2})\times\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}=\sqrt{3}$

故選(D)

4. (　)在 $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=5\overline{AC}$，$P$ 在 $\overline{BC}$ 上，但異於 B，C 兩點。設 $\triangle ABP$ 與 $\triangle ACP$ 之外接圓半徑分別為 R 與 R'，則 $\frac{R'}{R}=$（A）$\frac{1}{5}$（B）$\frac{1}{4}$（C）$\frac{1}{3}$（D）$\frac{2}{5}$（E）$\frac{1}{2}$。【高雄中學】

答案：(A)

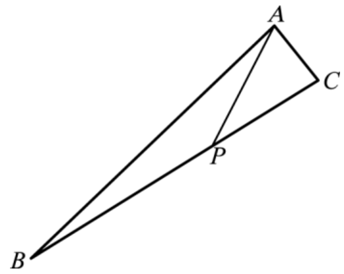
解析：在 $\triangle ABP$ 中，$\overline{AB}=2R\sin\angle APB$

在 $\triangle ACP$ 中，$\overline{AC}=2R'\sin\angle APC$

$\because \sin\angle APB=\sin(180^\circ-\angle APC)=\sin\angle APC$

$\therefore \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{2R\sin\angle APB}{2R'\sin\angle APC}=\frac{R}{R'}=\frac{5}{1}$

即 $\frac{R'}{R}=\frac{1}{5}$



故選(A)

5. (　)試求 $\frac{\sin 30^\circ+\cos 45^\circ}{\sin 30^\circ-\cos 45^\circ}$ 之值為（A）$-3-2\sqrt{2}$（B）$2\sqrt{2}$（C）$3+2\sqrt{2}$（D）-1（E）$-2\sqrt{2}$。

答案：(A)

解析：$\frac{\sin 30^\circ+\cos 45^\circ}{\sin 30^\circ-\cos 45^\circ}$

$=\frac{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}=\frac{(1+\sqrt{2})^2}{-1}$

$=-(3+2\sqrt{2})=-3-2\sqrt{2}$

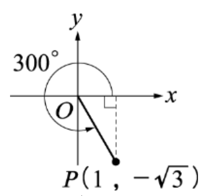
故選(A)

二、填充題：每題 10 分，共 50 分

1. (1) $\sin 300^\circ=$【　　　　】。
(2) $\cos 300^\circ=$【　　　　】。
(3) $\tan 300^\circ=$【　　　　】。

答案：(1) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$；(2) $\frac{1}{2}$；(3) $-\sqrt{3}$

解析：



如圖，300° 的終邊 $\overrightarrow{OP}$ 在第四象限

在 300° 的終邊上取一點 $P(1, -\sqrt{3})$

$r=\overline{OP}=2$

故(1) $\sin 300^\circ=\frac{y}{r}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\cos 300^\circ=\frac{x}{r}=\frac{1}{2}$

(3) $\tan 300^\circ=\frac{y}{x}=-\sqrt{3}$

2. 在坐標平面上，點 $P(\tan 7777^\circ, \cos(-2019^\circ))$ 落在第【　　　　】象限。

答案：四

解析：$\because 7777^\circ=360^\circ\times 21+217^\circ$，$2019^\circ=360^\circ\times 5+219^\circ$

$\tan 7777^\circ=\tan(360^\circ\times 21+217^\circ)=\tan 217^\circ>0$

$\cos(-2019^\circ)=\cos 2019^\circ$

$=\cos(360^\circ\times 5+219^\circ)$

$=\cos 219^\circ<0$

$\therefore P$ 在第四象限

3. 設 $\tan\theta=-\dfrac{4}{3}$ 且 $\cos\theta\tan\theta<0$，則 $\dfrac{4\cos\theta+1}{3\sin\theta+5}$ 之值為

【　　　　】。

答案：$\dfrac{17}{13}$

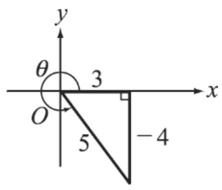
解析：$\because \tan\theta=-\dfrac{4}{3}<0\Rightarrow\theta$ 在第二或第四象限

又 $\cos\theta\tan\theta<0\Rightarrow\cos\theta\cdot\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}<0$

$\Rightarrow\sin\theta<0\Rightarrow\theta$ 在第三或第四象限

故得 θ 在第四象限

如圖



$$\Rightarrow\frac{4\cos\theta+1}{3\sin\theta+5}=\frac{4\cdot\frac{3}{5}+1}{3\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)+5}=\frac{17}{13}$$

4. 試求下列各式之值：

(1) $\sin(270^\circ+\theta)\times\cos(180^\circ+\theta)+\cos(90^\circ+\theta)\times\sin(-\theta)=$【　　　　】。

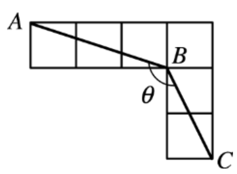
(2) $\dfrac{\sin(90^\circ+\theta)\times\tan(180^\circ+\theta)}{\cos(90^\circ-\theta)}+\dfrac{\tan(-\theta)\times\sin(90^\circ-\theta)}{\cos(90^\circ-\theta)}=$【　　　　】。

答案：(1) 1；(2) 0

解析：(1) 原式為 $(-\cos\theta)(-\cos\theta)+(-\sin\theta)(-\sin\theta)=\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$

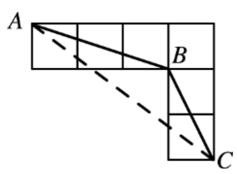
(2) 原式為 $\dfrac{(\cos\theta)(\tan\theta)}{\sin\theta}+\dfrac{(-\tan\theta)(\cos\theta)}{\sin\theta}=1-1=0$

5. 如圖，每一小方格皆為正方形，求 $\cos\theta$ 之值為【　　　　】。



答案：$\dfrac{-\sqrt{2}}{2}$

解析：



連接 $\overline{AC}$，則 $\overline{AC}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

又 $\overline{AB}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，$\overline{BC}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

$$\Rightarrow\cos\theta=\frac{\overline{AB}^2+\overline{BC}^2-\overline{AC}^2}{2\cdot\overline{AB}\cdot\overline{BC}}=\frac{(\sqrt{10})^2+(\sqrt{5})^2-5^2}{2\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}}$$

$$=\frac{10+5-25}{2\cdot5\cdot\sqrt{2}}=\frac{-10}{10\sqrt{2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{-\sqrt{2}}{2}$$