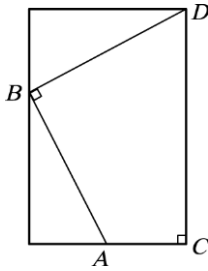


一、單一選擇題：每格 10 分，共 40 分

1. () 如圖， $\angle BAC = \theta$ ， $\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = a$ ， $\overline{BD} = b$ 。下列選項何者可以表示 \overline{CD} ？



- (A) $a \sin \theta + b \cos \theta$ (B) $a \sin \theta - b \cos \theta$ (C) $a \cos \theta - b \sin \theta$ (D) $a \cos \theta + b \sin \theta$ (E) $a \sin \theta + b \tan \theta$ 。

答案：(B)

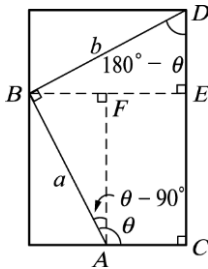
解析：如圖， $\angle BDC = 180^\circ - \theta$

作 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$ ， $\overline{AF} \perp \overline{BE}$

$$\Rightarrow \overline{CD} = \overline{CE} + \overline{ED} = \overline{AF} + \overline{ED}$$

$$= a \cos(\theta - 90^\circ) + b \cos(180^\circ - \theta)$$

$$= a \cos(90^\circ - \theta) - b \cos \theta = a \sin \theta - b \cos \theta$$



故選(B)

2. () $\sin 210^\circ + \tan(-135^\circ) + \tan 225^\circ + \cos(-840^\circ) =$ (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2。【建國中學】

答案：(D)

解析： $\sin 210^\circ = \sin(180^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$

$$\tan(-135^\circ) = \tan(-180^\circ + 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$$

$$\tan 225^\circ = \tan(180^\circ + 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$$

$$\cos(-840^\circ) = \cos[90^\circ \times (-10) + 60^\circ] = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\text{原式為 } -\frac{1}{2} + 1 + 1 - \frac{1}{2} = 1$$

故選(D)

3. () 設 θ 為銳角，則 $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} =$ (A) $\sin \theta$ (B) $\cos \theta$ (C) $\tan \theta$ (D) $\frac{1}{\cos \theta}$ (E) $\frac{2}{\cos \theta}$ 。

答案：(E)

解析： $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\cos^2 \theta + (1 + \sin \theta)^2}{(1 + \sin \theta) \cdot \cos \theta} =$

$$\frac{\cos^2 \theta + 1 + 2\sin \theta + \sin^2 \theta}{(1 + \sin \theta) \cdot \cos \theta}$$

$$= \frac{2 + 2\sin \theta}{(1 + \sin \theta) \cos \theta} = \frac{2}{\cos \theta}$$

故選(E)

4. () 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ， $\overline{BC} = 6$ 公分，則 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12 公分。

答案：(B)

解析：由正弦定理知 $\frac{\overline{BC}}{\sin A} = 2R$

$$\Rightarrow \frac{6}{\sin 30^\circ} = 2R \Rightarrow 12 = 2R$$

$$\therefore R = 6$$

故選(B)

二、填充題：每題 10 分，共 60 分

1. 於 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分別表 $\angle A, \angle B, \angle C$ 之對邊長，且 $(a+b+c)(b+c-a) = bc$ ，則 $\angle A =$ 【嘉義高中】

【嘉義高中】

答案：120

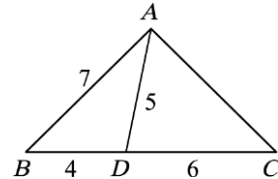
解析： $[(b+c) + a][(b+c) - a] = bc$

$$\Rightarrow (b+c)^2 - a^2 = bc \Rightarrow b^2 + c^2 - a^2 = -bc$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{-bc}{2bc} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \angle A = 120^\circ$$

2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 為 \overline{BC} 上一點，若 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BD} = 4$ ， $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{CD} = 6$ ，則 $\overline{AC} =$ 【



答案：7

解析：設 $\overline{AC} = x$

$$\because \angle ADB + \angle ADC = 180^\circ$$

$$\therefore \cos \angle ADB = -\cos \angle ADC$$

$$\Rightarrow \frac{4^2 + 5^2 - 7^2}{2 \times 5 \times 4} = -\frac{5^2 + 6^2 - x^2}{2 \times 5 \times 6}$$

$$\Rightarrow \frac{-8}{4} = \frac{61 - x^2}{-6} \Rightarrow x^2 = 49 \Rightarrow x = 7$$

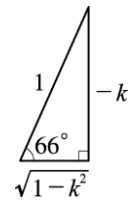
故 $\overline{AC} = 7$

3. 設 $\sin 1014^\circ = k$ ，則 $\tan 246^\circ =$ 【 (以 k 表示) 【臺中女中】

答案： $\frac{-k}{\sqrt{1-k^2}}$

解析： $\sin 1014^\circ = \sin(1080^\circ - 66^\circ) = -\sin 66^\circ = k, k < 0$

$$\tan 246^\circ = \tan(180^\circ + 66^\circ) = \tan 66^\circ = \frac{-k}{\sqrt{1-k^2}}$$



4. 請在空格內填入適當角度：

(1) $\sin 36^\circ = \sin(90^\circ - \text{【 } \text{】}) = \cos \text{【 } \text{】}$ 。

(2) $\cos 23^\circ = \cos(90^\circ - \text{【 } \text{】}) = \sin \text{【 } \text{】}$ 。

答案：(1) 54° ； 54° ；(2) 67° ； 67°

解析：(1) $\sin 36^\circ = \sin(90^\circ - 54^\circ) = \cos 54^\circ$

$$(2) \cos 23^\circ = \cos(90^\circ - 67^\circ) = \sin 67^\circ$$

5. 化簡 $\sqrt{1+2 \sin 75^\circ \times \cos 75^\circ} - \sqrt{1-2 \sin 75^\circ \times \cos 75^\circ} =$ 【
】。【嘉義高中】

答案： $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

解析：
$$\begin{aligned} & \sqrt{1+2 \sin 75^\circ \times \cos 75^\circ} - \sqrt{1-2 \sin 75^\circ \times \cos 75^\circ} \\ &= \sqrt{\sin^2 75^\circ + 2 \sin 75^\circ \cos 75^\circ + \cos^2 75^\circ} - \\ & \sqrt{\sin^2 75^\circ - 2 \sin 75^\circ \cos 75^\circ + \cos^2 75^\circ} \\ &= \sqrt{(\sin 75^\circ + \cos 75^\circ)^2} - \sqrt{(\sin 75^\circ - \cos 75^\circ)^2} \\ &= (\sin 75^\circ + \cos 75^\circ) - (\sin 75^\circ - \cos 75^\circ) \\ &= 2 \cos 75^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

6. 若 $\triangle ABC$ 的三內角比為 $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 4 : 1$ ，求
其對邊 $a : b : c =$ 【
】。【鳳山高中】

答案： $1 : \sqrt{3} : 1$

解析：設 $\angle A = k$ ， $\angle B = 4k$ ， $\angle C = k$ ，則 $\angle A + \angle B + \angle C =$
 $180^\circ \Rightarrow 6k = 180^\circ \Rightarrow k = 30^\circ$
 $\therefore \angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 120^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$
 $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C = \sin 30^\circ : \sin 120^\circ : \sin 30^\circ$

$$= \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{2} = 1 : \sqrt{3} : 1$$