0113　　3-2　　班級　　　　　　姓名

一、單選題 (7 題)

(　　　)1.已知$|\vec{a}|=4$，$|\vec{b}|=5$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-10\sqrt{3}$，設 θ 為 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 之夾角，則 θ 為　(1)60°　(2)120°　(3)135°　(4)30°　(5)150°．

【課本類題】

解答　5

解析　$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\dfrac{-10\sqrt{3}}{4\cdot5}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　$\Rightarrow$　$\theta=150°$

故選(5)．

(　　　)2.設一直線 L 過兩點$(3,-2)$，$(-3,4)$，則原點至 L 之距離為　(1)$\dfrac{1}{2}$　(2)$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(3)$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　(4)1　(5)2．

【課本類題】

解答　2

解析　$m_L=\dfrac{4-(-2)}{-3-3}=-1$

L：$y+2=(-1)(x-3)$　$\Rightarrow$　$x+y-1=0$

$d(O,L)=\left|\dfrac{0+0-1}{\sqrt{2}}\right|=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

故選(2)．

(　　　)3.設二向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=5$，$\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角為$\dfrac{\pi}{3}$，求$|3\vec{a}-\vec{b}|=$　(1)$\sqrt{31}$　(2)31　(3)$\sqrt{15}$　(4)15　(5)5．

【課本類題】

解答　1

解析　利用

$|3\vec{a}-\vec{b}|^2=9|\vec{a}|^2-6|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\dfrac{\pi}{3}+|\vec{b}|^2=36-30+25=31$

$\therefore|3\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{31}$

故選(1)．

(　　　)4.設$\vec{a}$，$\vec{b}$ 之夾角為$\dfrac{\pi}{3}$，且$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=3$，求$|\vec{a}-2\vec{b}|=$　(1)$2\sqrt{5}$　(2)$\sqrt{26}$　(3)$2\sqrt{7}$　(4)$\sqrt{43}$　(5)28．

【課本類題】

解答　3

解析　利用

$|\vec{a}-2\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2-4|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\dfrac{\pi}{3}+4|\vec{b}|^2=4-4\times2\times3\times$

$\therefore|\vec{a}-2\vec{b}|=2\sqrt{7}$

故選(3)．

(　　　)5.設△ABC 之$\angle A=60°$，$\overline{AC}=b$，$\overline{AB}=c$，今在$\overline{BC}$上取一點 D，使得$\overline{BD}=\dfrac{1}{3}\overline{BC}$，令$s=\overline{AD}$，則$s^2$等於　(1)$\dfrac{1}{9}(b^2+4c^2+4bc)$　(2)$\dfrac{1}{9}(b^2+4c^2+2bc)$　(3)$\dfrac{1}{9}(b^2+4c^2-2bc)$　(4)$\dfrac{1}{9}(4b^2+c^2+2bc)$　(5)$\dfrac{1}{9}(4b^2+c^2-2bc)$．

【龍騰自命題】

解答　2

解析　$\because\overline{BD}=\dfrac{1}{3}\overline{BC}$，$\therefore\overrightarrow{AD}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$\Rightarrow s^2=|\overrightarrow{AD}|^2=\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AD}=(\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC})\cdot(\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC})$

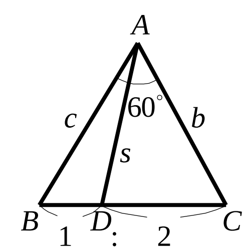
(　　　)6.已知向量$\vec{a}=(4,-2)$，$\vec{b}=(9,3)$，則$\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 之夾角等於　(1)30°　(2)45°　(3)60°　(4)135°　(5)90°．

【課本類題】

$=\dfrac{4}{9}|\overrightarrow{AB}|^2+\dfrac{4}{9}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{9}|\overrightarrow{AC}|^2$

$=\dfrac{4}{9}|\overrightarrow{AB}|^2+\dfrac{4}{9}|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos60°+\dfrac{1}{9}|\overrightarrow{AC}|^2$

$=\dfrac{4}{9}\times c^2+\dfrac{4}{9}\times c\times b\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{9}\times b^2=\dfrac{1}{9}(b^2+4c^2+2bc)$．



解答　2

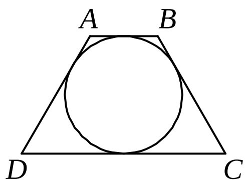
解析　$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\dfrac{36-6}{\sqrt{20}\cdot\sqrt{90}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　$\Rightarrow$

$\theta=\dfrac{\pi}{4}=45°$

故選(2)．

(　　)7.圓外切等腰梯形 $ABCD$，$\overline{AB}=2$，$\overline{CD}=6$，$\overline{AB}//\overline{CD}$，

則 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=$　(1) -12　(2)12　(3) -4　(4) -24　(5) 以上皆非．



【龍騰自命題】

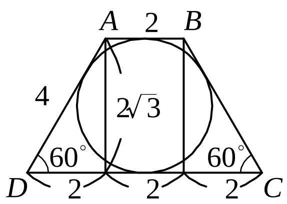
解答　3

解析　$ABCD$ 外切於圓，∴　對邊長的和相等，∴　$\overline{AD}=\overline{BC}=4$，

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC})\cdot(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})=\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{CD}$

$=4\cdot4\cdot\cos60°+4\cdot6\cdot\cos60°+6\cdot4\cdot\cos60°+(-36)=8+12+12-36=-4$，

故選(3)．



二、填充題 (8 格)

1.設點 P 為 $A(5,7)$，$B(-3,-5)$所連線段的中點，求點 P 到直線 L：$4x+3y+3=0$ 之距離為____________．

【課本類題】

解答　2

解析　$\overline{AB}$ 中點 $P(1,1)$

$d(P,L)=\left|\dfrac{4+3+3}{\sqrt{16+9}}\right|=2$．

2.設 $\overrightarrow{a}=(6,2)$，$\overrightarrow{b}=(2,-1)$，試求

(1) $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=$____________．(2) $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 之夾角 $=$____________．

【課本類題】

解答　(1)10;(2)45°

解析　(1) $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=12-2=10$．

(2) $\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}|\cdot|\overrightarrow{b}|}=\dfrac{10}{\sqrt{40}\cdot\sqrt{5}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　∴　$\theta=45°$．

3.求兩直線 $4x-3y-5=0$ 與 $6x+8y-19=0$ 的交角平分線方程式為____________．

【課本類題】

解答　$2x-14y+9=0$ 或 $14x+2y-29=0$

解析　利用 $\left|\dfrac{4x-3y-5}{\sqrt{16+9}}\right|=\left|\dfrac{6x+8y-19}{\sqrt{36+64}}\right|$

$\Rightarrow\ 2(4x-3y-5)=6x+8y-19\ \Rightarrow\ 2x-14y+9=0$

或 $2(4x-3y-5)=-(6x+8y-19)\ \Rightarrow\ 14x+2y-29=0$．

4.求兩平行直線 L_1：$3x-4y+5=0$ 與 L_2：$6x-8y+7=0$ 間之距離為____________．

【課本類題】

解答　$\dfrac{3}{10}$

解析　L_1：$6x-8y+10=0$

L_2：$6x-8y+7=0$

$d(L_1,L_2)=\dfrac{|10-7|}{\sqrt{6^2+(-8)^2}}=\dfrac{3}{10}$．

5.設平行四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB}=8$，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=20$，則 $\overline{BC}$ 之長為____________．

【龍騰自命題】

解答　$2\sqrt{21}$

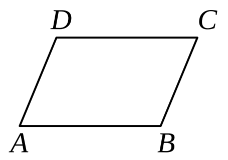
解析

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})\cdot(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})=(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB})\cdot(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})=|\overrightarrow{AD}|^2$

，

$20=|\overrightarrow{AD}|^2-64\ \Rightarrow\ |\overrightarrow{AD}|^2=84$，

$|\overrightarrow{AD}|=2\sqrt{21}$，即 $\overline{BC}=2\sqrt{21}$．



6.兩直線 $3x+4y-1=0$ 與 $5x+12y-3=0$ 所夾銳角的平分線方程式為＿＿＿＿＿＿＿＿．

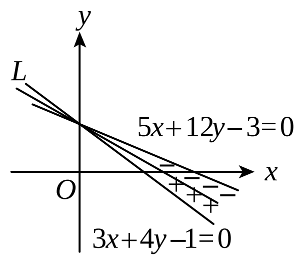
【龍騰自命題】

解答 $16x+28y-7=0$

解析 銳夾角平分線在異號區，

$$\therefore\quad L:\ \frac{3x+4y-1}{5}=-\frac{5x+12y-3}{13}$$

$\Rightarrow\quad 39x+52y-13=-25x-60y+15\quad\Rightarrow\quad 64x+112y-28=0\quad\Rightarrow\quad 16x+28y-7=0$．



7.已知 $|\overrightarrow{a}|=4$，$|\overrightarrow{b}|=5$，$\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 之夾角為 $180°$，求

$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=$＿＿＿＿＿＿＿＿．

【課本類題】

解答 -20

解析 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=|\overrightarrow{a}|\cdot|\overrightarrow{b}|\cdot\cos180°=4\times5\times(-1)=-20$．

8.已知單位向量 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 之夾角為 $\frac{2\pi}{3}$，且 $2\overrightarrow{a}+n\overrightarrow{b}$ 與 $\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}$ 垂直，求 $n=$＿＿＿＿＿＿＿＿．

【課本類題】

解答 $\frac{2}{5}$

解析 $(2\overrightarrow{a}+n\overrightarrow{b})\cdot(\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b})=0\Rightarrow$

$$2|\overrightarrow{a}|^2+(6+n)\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+3n|\overrightarrow{b}|^2=0$$

$$\Rightarrow\quad 2\times1+(6+n)\times1\times1\times(-\frac{1}{2})+3n=0\quad\Rightarrow\quad n=\frac{2}{5}\ .$$