0110 高毅甲乙 3-3 面積與二階行列式

姓名　　　　　　　　　　　座號

一、單選題 (6 題 每題 5 分 共 30 分)

(　　) 1.若聯立方程式 $\begin{cases} ax-(2a-1)y+1=0 \\ 3x-(4a-1)y+6a=3 \end{cases}$ 有無限多組解，則 $a=$

(1)1　(2)2　(3)$\frac{3}{4}$　(4)1 或 $\frac{3}{4}$ ．

【課本類題】

解答　1

解析　∵ 有無限多組解 ∴ $\Rightarrow \frac{a}{3}=\frac{2a-1}{4a-1}=\frac{1}{6a-3}$

交叉相乘 $\Rightarrow$ $3(2a-1)a=3$ $\Rightarrow$ $(2a+1)(a-1)=0$

$\Rightarrow$ $a=-\frac{1}{2}$，$a=1$（因為三個比例皆要符合 $\Rightarrow$ 代回檢查）

$\Rightarrow$ $a=-\frac{1}{2}$ 不合 ∴ $a=1$ 故選(1)．

(　　) 2.$a\in$R，方程組 $\begin{cases} 6x+(a-2)y-7a+17=0 \\ (a+5)x-2y+8a+24=0 \end{cases}$ 有無限多解，在所有解(x, y)中 $4x^2+y^2$ 的最小值為? (1) 24　(2) 32　(3) 40　(4) 64　(5) 128．【龍騰自命題】

解答　2

解析　方程組有無限多解

$$\Rightarrow \frac{6}{a+5}=\frac{a-2}{-2}=\frac{-7a+17}{8a+24}\Rightarrow$$

$$\begin{cases} (a+5)(a-2)=-12 \\ (a-2)(8a+24)=-2(-7a+17) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2+3a+2=0 \\ 4a^2-3a-7=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a+1)(a+2)=0 \\ (4a-7)(a+1)=0 \end{cases}，\therefore a=-1，$$

此時，方程組為 $\begin{cases} 6x-3y+24=0 \\ 4x-2y+16=0 \end{cases}$，其解為 $\begin{cases} x=t \\ y=2t+8 \end{cases}$，$t\in$ □ ，

$\therefore 4x^2+y^2=4t^2+(2t+8)^2=8(t+2)^2+32$，所以最小值$=32$．

(　　) 3.設 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=-35$，則下列敘述何者為真?　(1) $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}=35$　(2) $\begin{vmatrix} -a & b \\ c & -d \end{vmatrix}=35$ (3) $\begin{vmatrix} \frac{1}{5}a & b \\ c & \frac{1}{5}d \end{vmatrix}=-7$ (4) $\begin{vmatrix} a & b+\frac{1}{5}a \\ c & d+\frac{1}{5}c \end{vmatrix}=-7$ (5) $\begin{vmatrix} a & a+\frac{1}{5}b \\ c & c+\frac{1}{5}d \end{vmatrix}=-7$ ．

【課本類題】

解答　5

解析　(1)╳：行列互換其值不變

(2)╳：$\begin{vmatrix} -a & b \\ c & -d \end{vmatrix}=ad-bc=-35$

(3)╳：原式$=\frac{1}{25}ad-bc$

(4)╳：$\begin{vmatrix} a & b+\frac{1}{5}a \\ c & d+\frac{1}{5}c \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=-35$

$\times(-\frac{1}{5})$

(5)○：原式$=\begin{vmatrix} a & \frac{1}{5}b \\ c & \frac{1}{5}d \end{vmatrix}=\frac{1}{5}\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=-7$

故選(5)．

(　　) 4.x，y 之聯立方程式 $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ 恰一組解$(x, y)=(2, -3)$，則 $\begin{cases} 3b_1x-2a_1y=6c_1 \\ 3b_2x-2a_2y=6c_2 \end{cases}$ 之解為　(1)$(\frac{1}{3}, -\frac{1}{2})$　(2)$(2, -3)$　(3)$(-3, -6)$　(4)$(-6, -6)$　(5)$(12, -18)$．

【龍騰自命題】

解答　4

解析　$x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}=2$，$y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}=-3$，

$$\begin{cases} 3b_1x-2a_1y=6c_1 \\ 3b_2x-2a_2y=6c_2 \end{cases}$$

$$x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix} 6c_1 & -2a_1 \\ 6c_2 & -2a_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3b_1 & -2a_1 \\ 3b_2 & -2a_2 \end{vmatrix}}=\frac{6\cdot2\cdot\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{3\cdot2\cdot\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}=2\cdot(-3)=-6，$$

$$y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix} 3b_1 & 6c_1 \\ 3b_2 & 6c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3b_1 & -2a_1 \\ 3b_2 & -2a_2 \end{vmatrix}}=\frac{3\cdot(-6)\cdot\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{3\cdot2\cdot\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}=(-3)\cdot2=-6，$$

∴ $(x, y)=(-6, -6)$．故選(4)．

[另解]

$3b_1x-2a_1y=6c_1$ $\Rightarrow$ $a_1(-2y)+b_1(3x)=6c_1$，

$a_1(\frac{-2y}{6})+b_1(\frac{3x}{6})=c_1$，

$-\frac{2y}{6}=2$ $\Rightarrow$ $y=-6$，$\frac{3x}{6}=-3$ $\Rightarrow$ $x=-6$，

∴ $(x, y)=(-6, -6)$．故選(4)．

(　　) 5.設 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=-5$，則 $\begin{vmatrix} 3a-2b & 4b \\ 3c-2d & 4d \end{vmatrix}$ 的值為　(1) -120　(2) -60　(3)30　(4)60　(5)120．

【龍騰自命題】

解答　2

解析

$$\begin{vmatrix} 3a-2b & 4b \\ 3c-2d & 4d \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 3a & 4b \\ 3c & 4d \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} -2b & 4b \\ -2d & 4d \end{vmatrix}=3\cdot4\cdot\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=12\cdot(-5)=-6$$

故選(2)．

(　　　)6.△ABC 之三頂點為 $A(2,-3)$，$B(3,1)$，$C(-4,3)$，則△ABC 的面積為　(1)9　(2)12　(3)14　(4)15　(5)18．【龍騰自命題】

解答　4

解析　$\overrightarrow{AB}=(1,4)$，$\overrightarrow{AC}=(-6,6)$，

△ABC 面積 $=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}1 & 4\\ -6 & 6\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}|6+24|=15$

故選(4)．

二、多選題 (4 題 每題 5 分 共 20 分)

(　　　)1.關於二階行列式，選出正確的選項：　(1) $\begin{vmatrix}23 & 45\\ 67 & 89\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}23 & 67\\ 45 & 89\end{vmatrix}$　(2) $\begin{vmatrix}3a & 3b\\ 3c & 3d\end{vmatrix}=3\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}$　(3) $\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}c & d\\ a & b\end{vmatrix}=0$　(4) $\begin{vmatrix}3a & 5a\\ 3c & 5c\end{vmatrix}=0$　(5) $\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a+10b & b\\ c+10d & d\end{vmatrix}$

【課本例習題】

解答　1345

解析　(1)行列互調，其值相等．

(2) $\begin{vmatrix}3a & 3b\\ 3c & 3d\end{vmatrix}=3\cdot 3\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}\neq 3\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}$．

(3) $\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}c & d\\ a & b\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=0$．

(4)因為兩行成比例，所以其值為 0．

(5) $\begin{vmatrix}a+10b & b\\ c+10d & d\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a+10b-10b & b\\ c+10d-10d & d\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}$．

故(1)(3)(4)(5)為正確選項．

(　　　)2.下列何者選項恆正確?　(1) $\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}b & a\\ d & c\end{vmatrix}$　(2) $\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a & b\\ c+99a & d+99b\end{vmatrix}$　(3) $\begin{vmatrix}a+kc & b+kd\\ c & d\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}b+ka & a\\ d+kc & c\end{vmatrix}$　(4) $\begin{vmatrix}a+kc & b+kd\\ c & d\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}e+ka & f+kb\\ a & b\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}a & b\\ e-c & f-d\end{vmatrix}$　(5)若 $0°\leq\theta\leq 180°$，且 $\begin{vmatrix}\sin\theta & \cos\theta\\ \cos\theta & \sin\theta\end{vmatrix}=1$，則 $\theta=45°$．

【新突破講義】

解答　234

解析　(1)╳：$\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}b & a\\ d & c\end{vmatrix}$

(2)○：$\begin{vmatrix}a & b\\ c+99a & d+99b\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}$

(3)○：$\begin{vmatrix}a+kc & b+kd\\ c & d\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}$；

$-\begin{vmatrix}b+ka & a\\ d+kc & c\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}b & a\\ d & c\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}$

(4)○：

$\begin{vmatrix}a+kc & b+kd\\ c & d\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}e+ka & f+kb\\ a & b\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}e & f\\ a & b\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a\\ -e\end{vmatrix}$

$=\begin{vmatrix}a & b\\ c-e & d-f\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}a & b\\ e-c & f-d\end{vmatrix}$

(5)╳：$\begin{vmatrix}\sin\theta & \cos\theta\\ \cos\theta & \sin\theta\end{vmatrix}=1$　$\Rightarrow$　$\sin^2\theta-\cos^2\theta=1$　$\Rightarrow$　$\cos^2\theta-\sin^2\theta=-1$　$\Rightarrow$　$\cos 2\theta=-1$　$\Rightarrow$　$2\theta=180°$　$\Rightarrow$　$\theta=90°$

故選(2)(3)(4)．

(　　　)3.二元一次方程組 $\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\ a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$，令 $\Delta=\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}$，$\Delta_x=\begin{vmatrix}c_1 & b_1\\ c_2 & b_2\end{vmatrix}$，$\Delta_y=\begin{vmatrix}a_1 & c_1\\ a_2 & c_2\end{vmatrix}$．則下列哪些選項表示方程組有解?　(1)$\Delta\neq 0$　(2)$\Delta=0$　(3)$\Delta=0$ 且 $\Delta_x\neq 0$　(4)$\Delta_x=\Delta_y=0$　(5)$\Delta=\Delta_x=\Delta_y=0$．

【新突破講義】

解答　145

解析　方程組有解　$\Rightarrow$　恰有一解或無限多解

(1)恰有一解　$\Leftrightarrow$　$\Delta\neq 0$

(2)無限多解　$\Leftrightarrow$　$\Delta=\Delta_x=\Delta_y=0$

故選(1)(4)(5)．

(　　　)4.方程組 $\begin{cases}a_1x+b_1y+c_1=0\\ a_2x+b_2y+c_2=0\end{cases}$，判斷下列命題何者正確?　(1)若 $\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}\neq 0$，則方程組必有解　(2)若 $c_1=c_2=0$，則方程組必有解　(3)若 $\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}=0$，則方程組必有無限多解　(4)若 $\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}=0$ 且 $c_1=c_2=0$，則方程組必有無限多解　(5)若 $\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}=0$ 且 $c_1\neq 0$，$c_2\neq 0$，則方程組無解．

【龍騰自命題】

解答　124

解析　$\because\begin{cases}a_1x+b_1y=-c_1\\ a_2x+b_2y=-c_2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}x=\begin{vmatrix}-c_1 & b_1\\ -c_2 & b_2\end{vmatrix}\\ \begin{vmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}y=\begin{vmatrix}a_1 & -c_1\\ a_2 & -c_2\end{vmatrix}\end{cases}$．

(1)當 $\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}\neq 0\Rightarrow$ 方程組恰有一解．　(2)當 $c_1=c_2=0$ 時 $\Rightarrow\begin{cases}a_1x+b_1y=0\\ a_2x+b_2y=0\end{cases}$ 必有一解(0,0)．

(3)當$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=0$時$\Rightarrow\begin{vmatrix} -c_1 & b_1 \\ -c_2 & b_2 \end{vmatrix}$，$\begin{vmatrix} a_1 & -c_1 \\ a_2 & -c_2 \end{vmatrix}$有一不為 0，則無解．

(4)當$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=0$且$c_1=c_2=0$時$\Rightarrow\begin{vmatrix} -c_1 & b_1 \\ -c_2 & b_2 \end{vmatrix}$與$\begin{vmatrix} a_1 & -c_1 \\ a_2 & -c_2 \end{vmatrix}$均為 0，∴無限多解．

(5)當$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=0$且$c_1$，$c_2$均不為 0 時$\Rightarrow\begin{vmatrix} -c_1 & b_1 \\ -c_2 & b_2 \end{vmatrix}$與$\begin{vmatrix} a_1 & -c_1 \\ a_2 & -c_2 \end{vmatrix}$是否為 0，無法確定．

三、填充題 (10 題 每題 5 分 共 50 分)

1.設 x，y，z 皆為實數，且 $xyz\neq 0$，若$\dfrac{3x+2z}{4}=\dfrac{3y+z}{5}=\dfrac{5x+y-z}{6}$，求$(2x-y+z)^2+8(2x-y+z)-5$的最小值__________．

【龍騰自命題】

解答 -21

解析 $\begin{cases}\dfrac{3x+2z}{4}=\dfrac{3y+z}{5}\\ \dfrac{3x+2z}{4}=\dfrac{5x+y-z}{6}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5x-4y+2z=0\\ x+2y-8z=0\end{cases}\Rightarrow x:y:z$

$=2:3:1$，

令 $x=2t$，$y=3t$，$z=t$（$t\neq 0$），代入

$(2x-y+z)^2+8(2x-y+z)-5=4t^2+16t-5=4(t+2)^2-21$，

最小值為 -21．

2.$\begin{cases}\dfrac{2}{3x-y}-\dfrac{4}{2x+y}=1\\ \dfrac{5}{3x-y}+\dfrac{8}{2x+y}=7\end{cases}$之解$(x,y)=$__________．

【龍騰自命題】

解答 $(1,2)$

解析 令$\dfrac{1}{3x-y}=A$，$\dfrac{1}{2x+y}=B$，則$\begin{cases}2A-4B=1\\ 5A+8B=7\end{cases}$，∴ $A=1$，$B=\dfrac{1}{4}$，

得$\begin{cases}3x-y=1\\ 2x+y=4\end{cases}$

$\Rightarrow x=1$，$y=2$，即所求$(x,y)=(1,2)$．

3.坐標平面上有一個平行四邊形 $ABCD$，其中點 A 的坐標為$(2,1)$，點 B 的坐標為$(8,2)$，點 C 在第一象限且知其 x 坐標為 12．若平行四邊形 $ABCD$ 的面積等於 38 平方單位，則點 D 的坐標為__________．

【99 學測】

解答 $(6,8)$

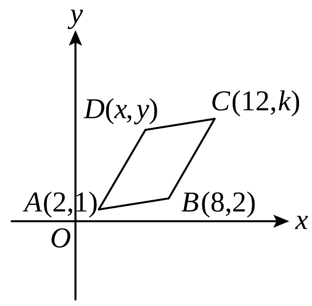
解析 $\overrightarrow{AB}=(6,1)$，$\overrightarrow{AC}=(10,k-1)$，

平行四邊形面積$=\left|\begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 10 & k-1 \end{vmatrix}\right|=38\Rightarrow|6k-16|=38\Rightarrow k=9$

或$k=-\dfrac{11}{3}$（不合），

$\overline{AC}$中點即為$\overline{BD}$中點，故

$(\dfrac{14}{2},\dfrac{10}{2})=(\dfrac{x+8}{2},\dfrac{y+2}{2})\Rightarrow(x,y)=(6,8)$．



4.聯立方程式$\begin{cases}2x+5y=kx\\ 3x+4y=ky\end{cases}$中，

(1)$k=6$時之解$(x,y)=$__________．

(2)若除了 $x=0$，$y=0$ 外還有其他解時，$k=$__________．

(3)若有 $x>0$，$y>0$ 之解時，$k=$__________．

【課本類題】

解答 (1)$(0,0)$;(2)7 或 -1;(3)7

解析 (1)$k=6$，原式 $\Rightarrow\begin{cases}4x-5y=0\\ 3x-2y=0\end{cases}$，其解$(x,y)=(0,0)$．

(2)原式 $\Rightarrow\begin{cases}(2-k)x+5y=0\\ 3x+(4-k)y=0\end{cases}$

$\Delta=\begin{vmatrix} 2-k & 5 \\ 3 & 4-k \end{vmatrix}=(2-k)(4-k)-15=k^2-6k-7=(k-7)(k+1)$

$\Delta=0$，即 $k=7$ 或 $k=-1$．

(3)$k=7$代入得$\begin{cases}5x-5y=0\\ 3x-3y=0\end{cases}$有 $x>0$，$y>0$ 之解．

5.甲、乙兩人同解聯立方程式$\begin{cases}2x-ay=3\\ bx+y=7\end{cases}$，若甲看錯 a 得解(x,y)為$(2,-1)$，乙看錯 b 得解(x,y)為$(1,-1)$，則：

(1)數對$(a,b)=$__________；(2)正確解(x,y)為__________．

【龍騰自命題】

解答 (1)$(1,4)$;(2)$(\dfrac{5}{3},\dfrac{1}{3})$

解析 (1)$\begin{cases}2x-ay=3\cdots①\\ bx+y=7\cdots②\end{cases}$

$(2,-1)$代入②式：$2b-1=7\Rightarrow b=4$，

$(1,-1)$代入①式：$2+a=3\Rightarrow a=1$，

∴ $(a,b)=(1,4)$．

(2)解$\begin{cases}2x-y=3\\ 4x+y=7\end{cases}\Rightarrow x=\dfrac{5}{3}$，$y=\dfrac{1}{3}$，

∴ 正確的解為$(\dfrac{5}{3},\dfrac{1}{3})$．

6.利用克拉瑪公式解$\begin{cases}2x-3y+4=0\\ 3x+4y-5=0\end{cases}$，得$(x,y)=$__________．

【龍騰自命題】

解答 $(-\frac{1}{17},\frac{22}{17})$

解析 $\begin{cases}2x-3y=-4\\3x+4y=5\end{cases}$

$\Delta=\begin{vmatrix}2&-3\\3&4\end{vmatrix}=8+9=17$，$\Delta_x=\begin{vmatrix}-4&-3\\5&4\end{vmatrix}=-16+15=-1$，

$\Delta_y=\begin{vmatrix}2&-4\\3&5\end{vmatrix}=10-(-12)=22$，

$x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=-\frac{1}{17}$，$y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{22}{17}$，

$\therefore\quad (x,y)=(-\frac{1}{17},\frac{22}{17})$．

7.聯立方程式$\begin{cases}3x-2y=9a\\4x+y=5a+3\end{cases}$的解滿足方程式 $5x+4y=4a$，則

(1)$a=$＿＿＿＿＿＿；(2)解$(x,y)=$＿＿＿＿＿＿．

【龍騰自命題】

解答 (1)2;(2)$(4,-3)$

解析 $\begin{cases}3x-2y=9a\cdots①\\4x+y=5a+3\cdots②\end{cases}$

②×2＋①：$11x=19a+6\quad\Rightarrow\quad x=\frac{19}{11}a+\frac{6}{11}\cdots③$，

②×3－①×4：$11y=-21a+9\quad\Rightarrow\quad y=\frac{-21}{11}a+\frac{9}{11}\cdots④$，

③④代入 $5x+4y=4a$ 中，

得$\frac{95}{11}a+\frac{30}{11}-\frac{84}{11}a+\frac{36}{11}=4a$，$a+6=4a\quad\Rightarrow\quad a=2$，

$\therefore$ 得 $x=4$，$y=-3$，

$\therefore\quad (x,y)=(4,-3)$．

[另解]

解$\begin{cases}3x-2y=9a\cdots①\\5x+4y=4a\cdots②\end{cases}$

①×2＋②：$11x=22a\quad\Rightarrow\quad x=2a$，代入①，得 $y=-\frac{3}{2}a$，

x，y 之值代入 $4x+y=5a+3$，$8a-\frac{3}{2}a=5a+3\quad\Rightarrow\quad a=2$，

$x=4$，$y=-3$，$\therefore\quad (x,y)=(4,-3)$．

8.設$\Delta=\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}$，若$\begin{vmatrix}3a+2c&3b+2d\\-2a+3c&-2b+3d\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}3c&d\\6a&2b\end{vmatrix}=21$，求 $\Delta=$

＿＿＿＿＿＿．

【龍騰自命題】

解答 3

解析 原式 $\Rightarrow$

$\begin{vmatrix}3a+2c&3b+2d\\-2a&-2b\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}3a+2c&3b+2d\\3c&3d\end{vmatrix}+6\begin{vmatrix}c&d\\a&b\end{vmatrix}=21$

$\Rightarrow\quad\begin{vmatrix}2c&2d\\-2a&-2b\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}3a&3b\\3c&3d\end{vmatrix}-6\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}=21\quad\Rightarrow$

$4\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}+9\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}-6\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}=21$

$\Rightarrow\quad 7\Delta=21\quad\Rightarrow\quad\Delta=3$．

9.已知$\begin{cases}6x+3y=xy\\2x-5y=3xy\end{cases}$，求聯立方程式的解$(x,y)=$＿＿＿＿＿＿．

【龍騰自命題】

解答 $(-\frac{9}{4},\frac{18}{7})$ 或$(0,0)$

解析 (1)$x=0$，$y=0$ 代入原式成立，$\therefore\quad(0,0)$為一解，

(2)$x\neq0$，$y\neq0\quad\Rightarrow\quad\begin{cases}\frac{6}{y}+\frac{3}{x}=1\cdots①\\\frac{2}{y}-\frac{5}{x}=3\cdots②\end{cases}$

①－②×3：$\frac{18}{x}=-8\quad\Rightarrow\quad x=-\frac{9}{4}$，

①×5＋②×3：$\frac{36}{y}=14\quad\Rightarrow\quad y=\frac{18}{7}$，

$\therefore\quad (x,y)=(-\frac{9}{4},\frac{18}{7})$ 或$(0,0)$．

10.設 α，β 為方程組$\begin{vmatrix}2x&x+2\\x-5&5\end{vmatrix}=0$之二根，則

$\begin{vmatrix}\alpha&\beta\\-\beta&\alpha\end{vmatrix}=$＿＿＿＿＿＿．

【龍騰自命題】

解答 189

解析 $\begin{vmatrix}2x&x+2\\x-5&5\end{vmatrix}=0\Rightarrow 10x-(x-5)(x+2)=0\Rightarrow x^2-13x-10=0$，$\therefore\alpha+\beta=13$，$\alpha\beta=-10$，

$\begin{vmatrix}\alpha&\beta\\-\beta&\alpha\end{vmatrix}=\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=13^2-2\times(-10)=189$．