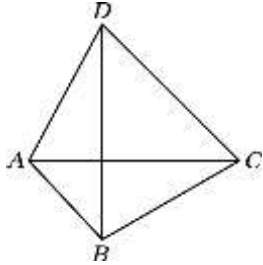


一、填充題

1. 如圖（此為示意圖）， $A, B, C, D$  為平面上的四個點。  
已知  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ， $\overrightarrow{AC}$ 、 $\overrightarrow{BD}$  兩向量等長且互相垂直，則  $\tan \angle BAD =$  【           】。



2. 平面向量  $\vec{u}$  和向量  $\vec{v}$  互相垂直，且  $\vec{u} - \vec{v} = (4, -7)$ 。若  $\vec{u}$  的長度為 6，則  $\vec{v}$  的長度為【           】。
3. 在坐標平面上的  $\triangle ABC$  中， $D$  為  $\overline{AB}$  的中點，且點  $E$  在射線  $\overrightarrow{AC}$  上，滿足  $\overline{AE} = 3\overline{AC}$ 。若向量內積  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 15$ ，則向量內積  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE} =$  【           】。
4. 設  $A(1, 2)$ 、 $B(1, -2)$  為平面上兩定點，點  $P$  為  $x$  軸正向上的一點。若內積  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 5$ ，則點  $P$  之坐標為【           】。
5. 如圖所示，有一船位於甲港口的東方 27 公里北方 8 公里  $A$  處，直朝位於港口的東方 2 公里北方 3 公里  $B$  處的航標駛去，到達航標後即修正航向以便直線駛入港口。則船在航標處的航線修正應該向左轉【           】度。（整數以下四捨五入）



6. 在四邊形  $ABCD$  中， $\angle A = 120^\circ$ ， $\overline{AB} = 1$ ， $\overline{AD} = 2$ ，且  $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$ ，則  $\overline{AC}$  的長度為【           】。
7. 設  $\triangle ABC$  的三邊長為  $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 2\sqrt{13}$ ， $\overline{CA} = 4$ ，且  $H$  為  $\triangle ABC$  的垂心，若  $\overrightarrow{AH} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則數對  $(x, y) =$  【           】。
8. 設  $O$  為坐標平面上的原點， $P$  點坐標為  $(2, 1)$ ，若  $A, B$  分別是正  $x$  軸及正  $y$  軸上的點，使得  $\overrightarrow{PA} \perp \overrightarrow{PB}$ ，則  $\triangle OAB$  面積的最大可能值為【           】。
9. 平面向量  $\vec{u}$  和向量  $\vec{v}$  互相垂直，且  $\vec{u} - \vec{v} = (4, -7)$ 。若  $\vec{u}$  的長度為 6，則  $\vec{v}$  的長度為【           】。
10. 設點  $A(-2, 2)$ ， $B(4, 8)$  為坐標平面上兩點，且點  $C$  在二次函數  $y = \frac{1}{2}x^2$  的圖形上變動。當  $C$  點的  $x$  坐標為【           】時，內積  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  有最小值【           】。

二、計算題

1. 兩向量  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  的夾角為  $60^\circ$ ， $|\vec{a}| = 1$ ， $|\vec{b}| = 2$ ，試求：

(1)  $|\vec{a} + \vec{b}|$ 。

(2)  $|2\vec{a} - \vec{b}|$ 。

解：

2. 已知圓  $C: x^2 + y^2 = r^2$  ( $r > 0$ )，直線  $L: 3x + 4y = 5$ ，試求  $r$  的範圍使圓  $C$  與直線  $L$  有交點。

解：

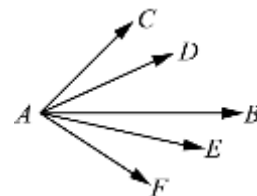
3. 設  $\vec{a} = (4, 3)$ ， $\vec{b} = (1, 2)$ ，試求：

(1)  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  上的正射影。

(2)  $\vec{b}$  在  $\vec{a}$  上的正射影。

解：

4. 如圖，請問向量  $\overrightarrow{AC}$ ， $\overrightarrow{AD}$ ， $\overrightarrow{AE}$ ， $\overrightarrow{AF}$  中，與向量  $\overrightarrow{AB}$  內積的結果，最大與最小分別是哪一個？



解：

5. 設  $\vec{a} = (p, q)$ ， $\vec{b} = (r, s)$ ，已知  $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 4$ ，試求  $pr + qs$  的範圍。

解：