高毅甲乙 1-1 0903 數學科 解析卷(簡)　年　班　座號：　姓名：

一、 單一選擇題：每格 7 分，共 21 分

1.答案：(E)

解析：$2\cos\theta-1=2k\cos\theta+k$

$\Rightarrow \cos\theta\,(2-2k)=k+1 \Rightarrow \cos\theta=\dfrac{1+k}{2-2k}$

$\because 0^\circ<\theta<90^\circ \quad \therefore 0<\cos\theta<1$

$\Rightarrow 0<\dfrac{1+k}{2-2k}<1 \Rightarrow \begin{cases}\dfrac{1+k}{2-2k}>0 \cdots\cdots\cdots\cdots ① \\ \dfrac{1+k}{2-2k}<1 \cdots\cdots\cdots\cdots ②\end{cases}$

由①得 $(1+k)(2-2k)>0$

$\Rightarrow (k+1)(k-1)<0$

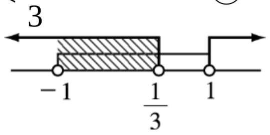
$\Rightarrow -1<k<1 \cdots\cdots\cdots\cdots ③$

由②得 $\dfrac{1+k}{2-2k}-1<0$

$\Rightarrow \dfrac{3k-1}{2-2k}<0$

$\Rightarrow (3k-1)(k-1)>0$

$\Rightarrow k>1$ 或 $k<\dfrac{1}{3} \cdots\cdots\cdots\cdots ④$



由③、④得 $-1<k<\dfrac{1}{3}$

故選(E)

2.答案：(C)

解析：$\angle PQA=\theta$，$\angle PQR=90^\circ \Rightarrow \angle BQR=90^\circ-\theta$

又 $\angle BQR+\angle QRB=90^\circ \Rightarrow \angle QRB=\theta$

考慮△PQA，$\cos\theta=\dfrac{\overline{QA}}{\overline{PQ}} \Rightarrow \overline{PQ}=\dfrac{x}{\cos\theta}$

考慮△QBR，$\sin\theta=\dfrac{\overline{QB}}{\overline{QR}} \Rightarrow \overline{QR}=\dfrac{y}{\sin\theta}$

$\Rightarrow PQRS$ 面積 $=\overline{PQ}\times\overline{QR}=\dfrac{x}{\cos\theta}\times\dfrac{y}{\sin\theta}=\dfrac{xy}{\sin\theta\cos\theta}$

故選(C)

3.答案：(B)

解析：$f(6)=\sin^6\theta+\cos^6\theta=(\sin^2\theta+\cos^2\theta)^3-3\sin^2\theta\cos^2\theta(\sin^2\theta+\cos^2\theta)=1-3\sin^2\theta\cos^2\theta$

$f(4)=\sin^4\theta+\cos^4\theta=(\sin^2\theta+\cos^2\theta)^2-2\sin^2\theta\cos^2\theta=1-2\sin^2\theta\cos^2\theta$

$f(2)=\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

$2f(6)-3f(4)+6f(2)=2(1-3\sin^2\theta\cos^2\theta)-3(1-2\sin^2\theta\cos^2\theta)+6=5$

故選(B)

二、 多重選擇題：每格 8 分，共 16 分

1.答案：(A)(C)(D)

解析：(A)○：3.1416 是有限小數，當然是有理數

(B)╳：$\sqrt{3}$ 是無理數

(C)○：$\log_{10}\sqrt{5}+\log_{10}\sqrt{2}=\log_{10}(\sqrt{5}\times\sqrt{2})=\log_{10}\sqrt{10}=\dfrac{1}{2}$（有理數）

(D)○：$\dfrac{\sin15^\circ}{\cos15^\circ}+\dfrac{\cos15^\circ}{\sin15^\circ}=\tan15^\circ+\dfrac{1}{\tan15^\circ}=2-\sqrt{3}+\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}=4$（有理數）

(E)╳：$x-1$ 與 $x+1$ 均非 x^3-2x^2+x-1 的因式，所以方程式無有理根，唯一實根是無理數

故選(A)(C)(D)

2.答案：(A)(D)(E)

解析：(A)○：sin 在第一象限遞增，故 $\sin70^\circ>\sin50^\circ$

(B)╳：cos 在第一象限遞減，故 $\cos70^\circ<\cos50^\circ$

(C)╳：$\cos20^\circ=\cos(90^\circ-70^\circ)=\sin70^\circ$，又 sin 在第一象限遞增，故 $\sin20^\circ<\sin70^\circ$

$\Rightarrow \sin20^\circ<\cos20^\circ$

(D)○：$\cos60^\circ=\dfrac{1}{2}$，又 cos 在第一象限遞減，故 $\cos50^\circ>\cos60^\circ=\dfrac{1}{2}$

(E)○：$\sin60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，又 sin 在第一象限遞增，故 $\sin85^\circ>\sin60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

故選(A)(D)(E)

三、 填充題：每格 7 分，共 63 分

1.答案：$\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

解析：$\cos\alpha=\tan\alpha$

$\Rightarrow \cos\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \cos^2\alpha=\sin\alpha$

$\Rightarrow 1-\sin^2\alpha=\sin\alpha \Rightarrow \sin^2\alpha+\sin\alpha-1=0$

$\Rightarrow \sin\alpha=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

$\because 0^\circ<\alpha<90^\circ \quad \therefore 0<\sin\alpha<1$

$\Rightarrow \sin\alpha=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

2.答案：$\dfrac{11}{7}$

解析：$\tan\alpha+\tan\beta=\dfrac{\overline{AP}}{\overline{AD}}+\dfrac{\overline{BP}}{\overline{BC}}=\dfrac{\overline{AP}+\overline{BP}}{7}=\dfrac{\overline{AB}}{7}=\dfrac{11}{7}$

3.答案：(1) $\sqrt{1-a^2}$；(2) $\dfrac{a}{\sqrt{1-a^2}}$

解析：(1) $\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-a^2$

$\Rightarrow \cos\theta=\pm\sqrt{1-a^2}$（負不合）

(2) $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{a}{\sqrt{1-a^2}}$

4.答案：(1) 1；(2) 3

解析：$\because \tan\theta=\dfrac{2}{3}$，$\theta$ 為銳角　$\therefore \sin\theta=\dfrac{2}{\sqrt{13}}$，$\cos\theta=\dfrac{3}{\sqrt{13}}$

（1）$\dfrac{3\sin\theta+\cos\theta}{5\cos\theta-3\sin\theta}=\dfrac{3\cdot\dfrac{2}{\sqrt{13}}+\dfrac{3}{\sqrt{13}}}{5\cdot\dfrac{3}{\sqrt{13}}-3\cdot\dfrac{2}{\sqrt{13}}}=\dfrac{9}{9}=1$

〈另解〉

$$\frac{3\sin\theta+\cos\theta}{5\cos\theta-3\sin\theta}=\frac{\dfrac{3\sin\theta}{\cos\theta}+\dfrac{\cos\theta}{\cos\theta}}{\dfrac{5\cos\theta}{\cos\theta}-\dfrac{3\sin\theta}{\cos\theta}}=\frac{3\tan\theta+1}{5-3\tan\theta}$$

$$=\frac{3\cdot\dfrac{2}{3}+1}{5-3\cdot\dfrac{2}{3}}=\frac{3}{3}=1$$

（2）$3\sin^2\theta+6\sin\theta\cos\theta-\cos^2\theta$

$$=3\cdot\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right)^2+6\cdot\frac{2}{\sqrt{13}}\cdot\frac{3}{\sqrt{13}}-\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right)^2$$

$$=3\cdot\frac{4}{13}+6\cdot\frac{6}{13}-\frac{9}{13}=\frac{39}{13}=3$$

5.答案：（1）$<$；（2）$>$；（3）$>$

解析：（1）$\cos\theta$ 在 $0^\circ<\theta<90^\circ$ 時遞減，

所以 $\cos63^\circ<\cos12^\circ$

（2）$\cos\theta$ 在 $0^\circ<\theta<90^\circ$ 時遞減，

所以 $\cos32^\circ>\cos58^\circ=\sin32^\circ$

（3）$\sin\theta$ 在 $0^\circ<\theta<90^\circ$ 時遞增，

所以 $\sin80^\circ>\sin60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$