

1. 設 $\vec{a}=(2,1)$, $\vec{b}=(-1,3)$, 求:

(1) 以 \vec{a} , \vec{b} 為兩鄰邊的平行四邊形面積為 7。 (10分)

(2) 以 $\vec{a}-\vec{b}$, $3\vec{b}$ 為兩鄰邊的平行四邊形面積為 21。 (10分)

解: (1) $\left| \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \right| = |6 - (-1)| = 7$

(2) $\vec{a}-\vec{b}=(2,1)-(-1,3)=(3,-2)$, $3\vec{b}=(-3,9)$

$\therefore \left| \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 9 \end{vmatrix} \right| = |27 - 6| = 21$

2. 若 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 2$, 則 $\begin{vmatrix} 2a+3b & 5a-b \\ 2c+3d & 5c-d \end{vmatrix}$ 之值為 -34。 (10分)

解: $\begin{vmatrix} 2a+3b & 5a-b \\ 2c+3d & 5c-d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 17a & 5a-b \\ 17c & 5c-d \end{vmatrix} = 17 \times \begin{vmatrix} a & 5a-b \\ c & 5c-d \end{vmatrix} = 17 \times \begin{vmatrix} a & -b \\ c & -d \end{vmatrix}$

$\begin{matrix} \xrightarrow{\times 3} & & \xrightarrow{\times (-5)} \end{matrix}$

$= -17 \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -34$

3. 設 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -4$, $\begin{vmatrix} a & b \\ e & f \end{vmatrix} = 5$, 求 $\begin{vmatrix} c+3e & d+3f \\ 4a & 4b \end{vmatrix} =$ -44。 (10分)

解: $\begin{vmatrix} c+3e & d+3f \\ 4a & 4b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c & d \\ 4a & 4b \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3e & 3f \\ 4a & 4b \end{vmatrix}$

$= -4 \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} - 12 \begin{vmatrix} a & b \\ e & f \end{vmatrix}$

$= -4 \times (-4) - 12 \times 5$

$= 16 - 60$

$= -44$

4. 設 $k \in \mathbb{R}$, 若方程組 $\begin{cases} x+4y=kx \\ 2x+3y=ky \end{cases}$ 除了 $(0,0)$ 外還有其他解, 則 $k =$ -1 或 5。 (10分)

解: 若方程組 $\begin{cases} (1-k)x+4y=0 \\ 2x+(3-k)y=0 \end{cases}$ 除了 $(0,0)$ 外, 尚有其他解 $\Rightarrow \begin{vmatrix} 1-k & 4 \\ 2 & 3-k \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow k^2 - 4k + 3 - 8 = 0 \Rightarrow k^2 - 4k - 5 = 0 \Rightarrow (k-5)(k+1) = 0$

$\Rightarrow k = 5$ 或 -1