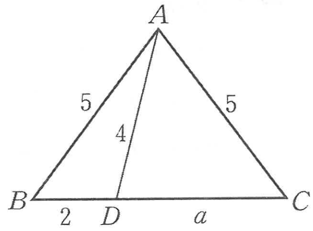
5. $\triangle ABC$ 中，$\angle B=25°$，$\angle C=20°$，$\overline{BC}=6$，則$\triangle ABC$之外接圓面積為__$18\pi$__。( 10 分 )

解：$\angle A=180°-\angle B-\angle C=180°-25°-20°=135°$

$$\frac{a}{\sin A}=2R\Rightarrow\frac{6}{\sin 135°}=2R\Rightarrow R=\frac{6}{2\sin 135°}=3\sqrt{2}$$

$\Rightarrow \triangle ABC$ 外接圓面積$=\pi R^2=18\pi$

6. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，$D$ 為 $\overline{BC}$ 上一點，且 $\overline{AB}=\overline{AC}=5$，$\overline{AD}=4$，$\overline{BD}=2$，$\overline{DC}=a$，則 $a=$__$\frac{9}{2}$__。( 15 分 )




解：$\triangle ABD$ 與$\triangle ABC$ 中，

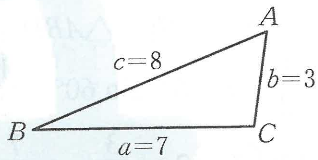
由餘弦定理知

$$\cos B=\frac{5^2+2^2-4^2}{2\times5\times2}=\frac{5^2+(a+2)^2-5^2}{2\times5\times(a+2)}$$

$$\Rightarrow\frac{13}{20}=\frac{(a+2)^2}{10(a+2)}\Rightarrow\frac{13}{2}=a+2\quad(\because a+2>0)$$

$$\therefore a=\frac{9}{2}$$

7. $\triangle ABC$ 中，已知三邊長 $a=7$，$b=3$，$c=8$，則：




(1) $\triangle ABC$ 面積=__$6\sqrt{3}$__。 ( 10 分 )

(2) $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為__$\frac{7}{3}\sqrt{3}$__。( 10 分 )

解：(1) $s=\dfrac{7+3+8}{2}=9$

利用海龍公式：$\triangle ABC$ 面積$=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}=\sqrt{9\times2\times6\times1}=6\sqrt{3}$

(2) $\triangle ABC$ 面積$=\dfrac{1}{2}bc\sin A\Rightarrow 6\sqrt{3}=\dfrac{1}{2}\times3\times8\cdot\sin A\Rightarrow\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

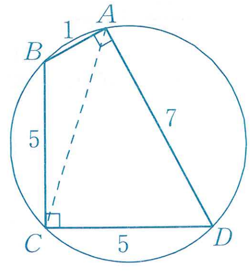
由正弦定理知 $2R=\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{14}{\sqrt{3}}=\dfrac{14\sqrt{3}}{3}\quad\therefore R=\dfrac{7}{3}\sqrt{3}$

8. 四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=1$，$\overline{BC}=5$，$\overline{CD}=5$，$\overline{DA}=7$，且$\angle DAB=\angle BCD=\dfrac{\pi}{2}$，則對角線$\overline{AC}$長為__$4\sqrt{2}$__。( 化為最簡根式 ) ( 15 分 )

解：$\because \angle DAB+\angle BCD=\pi$

$\therefore A$，$B$，$C$，$D$ 四點共圓

設 $\overline{AC}=x$，$\angle B=\theta$，則$\angle ADC=\pi-\theta$




$$\therefore\cos\theta=\frac{5^2+1^2-x^2}{2\times5\times1}，\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta=\frac{5^2+7^2-x^2}{2\times5\times7}$$

$$\therefore\frac{26-x^2}{10}=-\frac{74-x^2}{70}\Rightarrow x^2=32，x=\pm\sqrt{32}\ (\text{負不合})$$

$$\therefore x=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$$