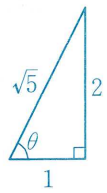
6. 已知 $\tan\theta=2$（設 θ 為銳角），試求下列之值：

(1) $\dfrac{3\sin\theta+\cos\theta}{\cos\theta-5\sin\theta}=$ $\dfrac{-7}{9}$ 。（10 分）

(2) $2\sin^2\theta+3\sin\theta\cos\theta-\cos^2\theta=$ $\dfrac{13}{5}$ 。（10 分）

解：$\because \tan\theta=2$，θ 為銳角　$\therefore \sin\theta=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$，$\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$



(1) $\dfrac{3\sin\theta+\cos\theta}{\cos\theta-5\sin\theta}=\dfrac{3\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{\sqrt{5}}-5\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}}=\dfrac{6+1}{1-10}=\dfrac{-7}{9}$。

(2) $2\sin^2\theta+3\sin\theta\cos\theta-\cos^2\theta=2\cdot(\dfrac{2}{\sqrt{5}})^2+3\cdot\dfrac{2}{\sqrt{5}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{5}}-(\dfrac{1}{\sqrt{5}})^2$

$=2\cdot\dfrac{4}{5}+3\cdot\dfrac{2}{5}-\dfrac{1}{5}$

$=\dfrac{13}{5}$

7. 設 θ 為銳角，且 $\sin\theta\cdot\cos\theta=\dfrac{7}{18}$，試求：

(1) $\sin\theta+\cos\theta=$ $\dfrac{4}{3}$ 。（7 分）

(2) $\sin\theta-\cos\theta=$ $\pm\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ 。（7 分）

(3) $\sin^3\theta+\cos^3\theta=$ $\dfrac{22}{27}$ 。（6 分）

解：(1) $(\sin\theta+\cos\theta)^2=1+2\sin\theta\cdot\cos\theta=1+2\times\dfrac{7}{18}=\dfrac{16}{9}$

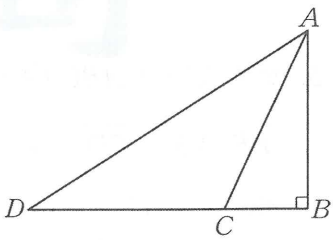
又 θ 為銳角　$\therefore \sin\theta+\cos\theta=\dfrac{4}{3}$

(2) $(\sin\theta-\cos\theta)^2=1-2\sin\theta\cdot\cos\theta=1-2\times\dfrac{7}{18}=\dfrac{2}{9}$　$\therefore \sin\theta-\cos\theta=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

(3) $\sin^3\theta+\cos^3\theta=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta-\sin\theta\cdot\cos\theta+\cos^2\theta)$

$=\dfrac{4}{3}\times(1-\dfrac{7}{18})=\dfrac{4}{3}\times\dfrac{11}{18}=\dfrac{22}{27}$

8. 如圖，$\angle B=90°$，$\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=12:5:13$，$\overline{CA}=\overline{DC}$，且 D，C，B 共線。若令 $\angle ACB=\theta$，求 $\tan\dfrac{\theta}{2}$ 之值為 $\dfrac{2}{3}$ 。（10 分）



解：由右圖知，

$\tan\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{DB}}=\dfrac{12}{13+5}=\dfrac{12}{18}=\dfrac{2}{3}$