直線方程式 0906 班級　　　　姓名　　　　座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　) 1.設拋物線 $x^2-2x-4y+1=0$ 之頂點為 V 且與直線 $L：y=1$ 相交於 A、B 二點，則△ABV 之面積為何？ (A)1 (B)2 (C)4 (D)8

【101 年歷屆試題.】

解答 B

解析 拋物線 $x^2-2x-4y+1=0$

$\Rightarrow\ -4y=-x^2+2x-1\ \xRightarrow{\div(-4)}\ y=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}$

頂點 $V(-\dfrac{-\frac{1}{2}}{2\times\frac{1}{4}},\dfrac{4\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}-(-\frac{1}{2})^2}{4\times\frac{1}{4}})=(1,0)$

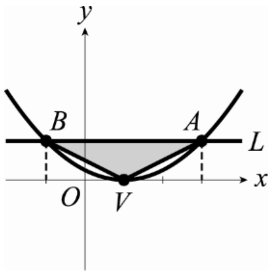
令 $y=1$，代入拋物線 $x^2-2x-4y+1=0$

$\Rightarrow\ x^2-2x-4\times1+1=0\ \Rightarrow\ x^2-2x-3=0$

$\Rightarrow\ (x-3)(x+1)=0\ \Rightarrow\ x=3$ 或 -1

取 $A(3,1)$、$B(-1,1)$，則 $\overline{AB}=3-(-1)=4$，頂點 $V(1,0)$ 到 L：$y=1$ 的距離為 1

$\triangle ABV$ 的面積 $=\frac{1}{2}\times\underbrace{4}_{底\overline{AB}}\times\underbrace{1}_{高}=2$



(　　) 2.設 $A(-1,-2)$、$B(-2,1)$、$C(0,0)$，則過 C 且平行 $\overline{AB}$ 之直線方程式為 (A)$3x+y+5=0$ (B)$3x+y=0$ (C)$x+3y=0$ (D)$3x=y$ (E)$x=3y$

【課本練習題-自我評量.】

解答 B

解析 直線 AB 的斜率 $=\dfrac{1-(-2)}{-2-(-1)}=-3$

平行於直線 AB 的斜率 $=-3$

由點斜式得所求直線為 $y-0=-3(x-0)\ \Rightarrow\ 3x+y=0$

(　　) 3.若 $f(x)=-8$，則 $f(0)+f(8)+f(-8)=$ (A)0 (B)16 (C)-24 (D)8

【龍騰自命題.】

解答 C

(　　) 4.若 $x+4y=a-1$ 與 $ax-8y=b$ 的圖形表示同一直線，則 $a+b=$ (A)8 (B)-8 (C)-2 (D)6 (E)4

【課本練習題-自我評量.】

解答 E

解析 ∵ $\begin{cases}x+4y=a-1\\ax-8y=b\end{cases}$ 的圖形表示同一直線

∴ $\dfrac{1}{a}=\dfrac{4}{-8}=\dfrac{a-1}{b}$ 解之，得 $a=-2$、$b=6$

故 $a+b=-2+6=4$

(　　) 5.設 $P(-2,4)$ 與 $Q(2,-2)$，若直線 $L：ax+3y+b=0$ 為 $\overline{PQ}$ 的垂直平分線，求 $a+b$ 之值為何？ (A)$-\frac{15}{2}$ (B)-5 (C)-1 (D)$\frac{3}{2}$

【101 年歷屆試題.】

解答 B

解析 $\overline{PQ}$ 的中點 $M(\dfrac{-2+2}{2},\dfrac{4+(-2)}{2})=(0,1)$

直線 PQ 的斜率 $m_{PQ}=\dfrac{4-(-2)}{-2-2}=-\dfrac{3}{2}$　直線 L 的斜率 $m=-\dfrac{a}{3}$

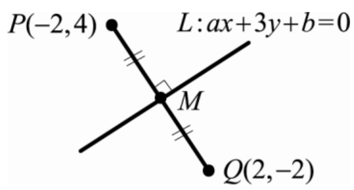
∵ $\overline{PQ}\perp L$　∴ $m_{PQ}\times m=-1\ \Rightarrow\ -\frac{3}{2}\times(-\frac{a}{3})=-1$

$\Rightarrow\ a=-2$

則直線 $L：-2x+3y+b=0$

∵ $M(0,1)$在直線 L 上　∴ $-2\times0+3\times1+b=0\ \Rightarrow\ b=-3$

故 $a+b=-2+(-3)=-5$



(　　) 6.下列哪一組聯立方程組無解？ (A)$\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$ (B)$\begin{cases}x-y=0\\x+y=0\end{cases}$ (C)$\begin{cases}x+y=1\\y+x+3=0\end{cases}$ (D)$\begin{cases}2x-y=7\\y-2x+7=0\end{cases}$ (E)$\begin{cases}3x+2y=1\\\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1\end{cases}$

【課本練習題-自我評量.】

解答 C

解析 ∵ (C)$\begin{cases}x+y=1\\y+x+3=0\end{cases}$ 的係數關係為 $\frac{1}{1}=\frac{1}{1}\neq\frac{-1}{3}$　∴ 聯立方程組無解

(　　) 7.設 $A(-1,1)$、$B(2,1)$、$C(-1,3)$、$P(x,y)$，若 $\overline{AP}=\overline{BP}=\overline{CP}$，則 $x+y=$ (A)$\frac{3}{2}$ (B)$\frac{5}{2}$ (C)$\frac{7}{2}$ (D)$\frac{9}{2}$

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 $\begin{cases}\overline{AP}=\overline{BP}\\\overline{AP}=\overline{CP}\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{(x-(-1))^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2}\\\sqrt{(x-(-1))^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x-(-1))^2+(y-3)^2}\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}(x+1)^2+(y-1)^2=(x-2)^2+(y-1)^2\\(x+1)^2+(y-1)^2=(x+1)^2+(y-3)^2\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}(x+1)^2=(x-2)^2\\(y-1)^2=(y-3)^2\end{cases}\ \Rightarrow\ \begin{cases}x^2+2x+1=x^2-4x+4\\y^2-2y+1=y^2-6y+9\end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{2} \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow \quad x+y=\dfrac{5}{2}$$

(　　)8.已知 $P(a,1)$、$Q(-1,b)$ 為平面上兩點。若 P 為直線 $L:3x-4y=2$ 上一點，且直線 $\overleftrightarrow{PQ}$ 與直線 L 垂直，則 $a+b=$　(A) 7　(B) 9　(C) 11　(D) 13

【104 年歷屆試題.】

解答　A

解析　$\because$ $P(a,1)$ 為 $L:3x-4y=2$ 上一點

$\therefore$ $3\times a-4\times 1=2$

$\Rightarrow$ $a=2$，則 $P(2,1)$

直線 $\overleftrightarrow{PQ}$ 的斜率 $m_{PQ}=\dfrac{1-b}{2-(-1)}=\dfrac{1-b}{3}$

直線 L 的斜率 $m=-\dfrac{3}{-4}=\dfrac{3}{4}$

$\because$ $\overleftrightarrow{PQ}\perp L$

$\therefore$ $m_{PQ}\times m=-1$

$\Rightarrow$ $\dfrac{1-b}{3}\times\dfrac{3}{4}=-1$

$\Rightarrow$ $b=5$

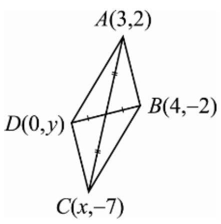
故 $a+b=2+5=7$

(　　)9.設平行四邊形 $ABCD$ 中，$A(3,2)$、$B(4,-2)$、$C(x,-7)$、$D(0,y)$，則 $x+y=$　(A) -2　(B) -1　(C) 1　(D) 2

【隨堂講義補充題.】

解答　A

解析



$\because$ $\overline{AC}$ 中點 $=\overline{BD}$ 中點

$\therefore$ $\left(\dfrac{3+x}{2},\dfrac{2+(-7)}{2}\right)=\left(\dfrac{4+0}{2},\dfrac{-2+y}{2}\right)$

$$\begin{cases} \dfrac{3+x}{2}=\dfrac{4}{2} \\ \dfrac{-5}{2}=\dfrac{-2+y}{2} \end{cases} \Rightarrow \quad x=1,\ y=-3$$

$\therefore$ $x+y=-2$

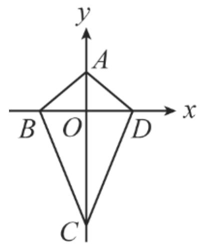
(　　)10.一平行四邊形之三頂點為$(-3,2)$，$(5,-4)$，$(4,1)$，則其第四個頂點必定為　(A)$(-2,-3)$　(B)$(12,-5)$　(C)$(-4,7)$　(D)$(-2,-3)$或$(12,-5)$或$(-4,7)$

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　因未說明三點之相關位置，故第四個頂點坐標有三種可能

(　　)11.如圖所示，坐標平面上一鳶形 $ABCD$，且 $\overline{AB}=\overline{AD}=2$、$\overline{BC}=\overline{CD}=4$、$\overline{AC}=5$。令 $m_{\overline{AB}}$、$m_{\overline{BC}}$、$m_{\overline{CD}}$、$m_{\overline{DA}}$ 分別表直線 AB、BC、CD、DA 之斜率。試問以下敘述何者為<u>非</u>？



(A)此四數值中以 $m_{\overline{CD}}$ 為最大　(B)此四數值中以 $m_{\overline{BC}}$ 為最小

(C) $m_{\overline{BC}}=-m_{\overline{CD}}$　(D) $m_{\overline{AB}}\times m_{\overline{BC}}=-1$

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　由圖可以判斷 $m_{\overline{CD}}>m_{\overline{AB}}>m_{\overline{DA}}>m_{\overline{BC}}$ 且 $|m_{\overline{AB}}|=|m_{\overline{DA}}|$、$|m_{\overline{BC}}|=|m_{\overline{CD}}|$

$\because$ $\overline{AB}=\overline{AD}=2$、$\overline{BC}=\overline{CD}=4$ 為鳶形

$\therefore$ $\overline{AB}$ 與 $\overline{BC}$ 不可能互相垂直　$\Rightarrow$　$m_{\overline{AB}}\times m_{\overline{BC}}\neq -1$

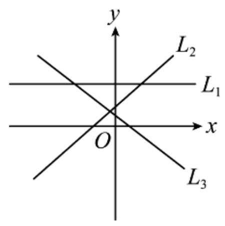
(　　) 12.過 $A(0,-3)$、$B(3,6)$之直線斜率為(A) -3(B)3(C)1(D)$\dfrac{1}{3}$

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　$m_{\overleftrightarrow{AB}}=\dfrac{6-(-3)}{3-0}=3$

(　　) 13.如圖，三直線 L_1、L_2、L_3 的斜率 m_1、m_2、m_3 之大小關係為



(A) $m_1>m_2>m_3$　(B) $m_2>m_1>m_3$　(C) $m_3>m_1>m_2$

(D) $m_3>m_2>m_1$

【隨堂講義補充題.】

解答　B

解析　$\because$　$m_1=0$，$m_2>0$，$m_3<0$

$\therefore$　$m_2>m_1>m_3$

(　　) 14.設過點(2,3)作一直線方程式為 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$（$a<0$，$b>0$），此直線與坐標軸相交，圍成一個面積為 3 的三角形，則 $a+2b$ 之值等於

(A) $-2+2\sqrt{5}$　(B) $-3+2\sqrt{5}$　(C) $-4+2\sqrt{5}$

(D) $-5+2\sqrt{5}$

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　如圖所示：

$L:\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ 之 x 截距為 a，y 截距為 b

則 L 與兩坐標軸所圍成之三角形面積為 $\dfrac{1}{2}|ab|=3$

又 $a<0$，$b>0$　$\Rightarrow$　$ab=-6\cdots$①

$\because$　L 過點(2,3)　$\Rightarrow$　$\dfrac{2}{a}+\dfrac{3}{b}=1$

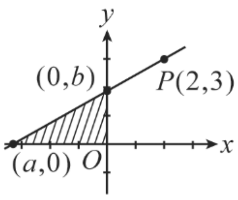
$\Rightarrow\ 3a+2b=ab\ \Rightarrow\ 3a+2b=-6\cdots②$

由①知：$b=-\dfrac{6}{a}\cdots③$

③代入②得 $3a-\dfrac{12}{a}=-6$

$\Rightarrow\ a^2+2a-4=0\ \Rightarrow\ a=-1-\sqrt{5}$（$\because\ a<0$）

由②知：$a+2b=-6-2a=-6-2(-1-\sqrt{5})=-4+2\sqrt{5}$



(　　) 15.直線 $L:\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$（$a>0$，$b<0$）過點(3,2)，若 L 與兩坐標軸所圍成之三角形面積為 4，則 $2a-3b=$ (A)24 (B)20 (C)18 (D)16

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 L 與兩坐標軸所圍成之三角形面積為 $\dfrac{1}{2}|ab|=4$

又 $a>0$，$b<0\ \Rightarrow\ ab=-8\cdots①$

L 經過點 $(3,2)\ \Rightarrow\ \dfrac{3}{a}+\dfrac{2}{b}=1\ \Rightarrow\ 2a+3b=ab$

$\Rightarrow\ 2a+3b=-8\cdots②$

由①得：$b=-\dfrac{8}{a}\cdots③$代入②

$2a-\dfrac{24}{a}=-8\ \Rightarrow\ a=2$，$-6$（$-6$ 不合）

$a=2$ 代入②得 $b=-4\quad\therefore\ 2a-3b=16$

(　　) 16.$f(x)=-8$，則 $f(0)+f(-3)=$ (A)-16 (B)-3 (C)8 (D)0 (E)16

【課本練習題-自我評量.】

解答 A

解析 $f(0)+f(-3)=(-8)+(-8)=-16$

(　　) 17.設 $A(2,-3)$、$B(-4,8)$，若 $P(x,y)$在 $\overline{AB}$ 的延長線上，且 $\overline{AP}:\overline{BP}=5:3$，則外分點 P 的坐標為 (A)$(\dfrac{2}{5},\dfrac{7}{5})$ (B)$(-\dfrac{2}{5},\dfrac{7}{5})$ (C)$(\dfrac{9}{8},\dfrac{13}{8})$ (D)$(-\dfrac{3}{2},\dfrac{5}{2})$ (E)$(-13,\dfrac{49}{2})$

【課本練習題-自我評量.】

解答 E

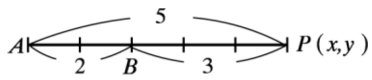
解析 $\because\ \overline{AP}:\overline{BP}=5:3\ \Rightarrow\ \overline{AB}:\overline{BP}=2:3$

設 $P(x,y)$

$-4=\dfrac{3\times2+2\times x}{2+3}\ \Rightarrow\ x=-13$

$8=\dfrac{3\times(-3)+2\times y}{2+3}\ \Rightarrow\ y=\dfrac{49}{2}$

$\therefore\ P(-13,\dfrac{49}{2})$



(　　) 18.設方程組 $\begin{cases}2x-3y+a=0\\4x+by+1=0\end{cases}$ 為矛盾方程組，則下列選項何者正確？ (A)$a\neq\dfrac{1}{2}$，$b=-6$ (B)$a=\dfrac{1}{2}$，$b\neq-6$ (C)$a\neq\dfrac{1}{2}$，$b\neq-6$ (D)$a=\dfrac{1}{2}$，$b=-6$

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 $\dfrac{2}{4}=\dfrac{-3}{b}\neq\dfrac{a}{1}\ \Rightarrow\ a\neq\dfrac{1}{2}$，$b=-6$

(　　) 19.已知平行四邊形的兩邊在直線 $2x+3y-7=0$ 與 $x-3y+4=0$ 上，一頂點為(1,1)，則另兩邊所在直線方程式分別為 (A)$2x+3y+5=0$ 與 $x-3y+2=0$ (B)$2x+3y-5=0$ 與 $x-3y-2=0$ (C)$2x+3y+5=0$ 與 $x-3y-2=0$ (D)$2x+3y-5=0$ 與 $x-3y+2=0$

【龍騰自命題.】

解答 D

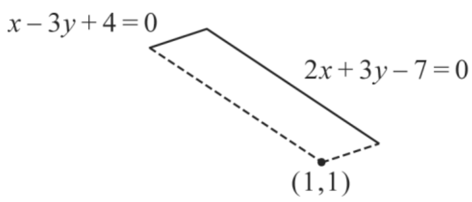
解析 此平行四邊形的另外兩邊為

(1)過點(1,1)平行 $2x+3y-7=0$

$\Rightarrow\ 2x+3y\xrightarrow{(1,1)}2\times1+3\times1\ \Rightarrow\ 2x+3y-5=0$

(2)過點(1,1)平行 $x-3y+4=0$

$\Rightarrow\ x-3y\xrightarrow{(1,1)}1-3\ \Rightarrow\ x-3y+2=0$



(　　) 20.設 $A(-6,8)$、$B(9,-13)$，若 $P(x,y)$在 $\overline{AB}$ 的延長線上，且 $\overline{AP}:\overline{BP}=2:5$，則外分點 P 的坐標為 (A)$(\dfrac{11}{7},-\dfrac{4}{7})$ (B)$(-\dfrac{11}{7},\dfrac{4}{7})$ (C)$(-\dfrac{4}{3},-\dfrac{7}{3})$ (D)$(-16,-20)$ (E)$(-16,22)$

【課本練習題-自我評量.】

解答 E

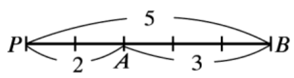
解析 $\because\ \overline{AP}:\overline{BP}=2:5\ \Rightarrow\ \overline{PA}:\overline{AB}=2:3$

設 $P(x,y)$

$-6=\dfrac{3\times x+2\times9}{2+3}\ \Rightarrow\ x=-16$

$8=\dfrac{3\times y+2\times(-13)}{2+3}\ \Rightarrow\ y=22$

$\therefore\ P(-16,22)$



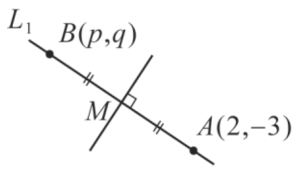
(　　) 21.點 $A(2,-3)$關於直線 $3x-2y+1=0$ 之對稱點坐標為 $B(p,q)$，則 (A)$2p+3q=0$ (B)$3p+2q=0$ (C)$p+4q=0$ (D)$p^2+q=5$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 利用：設點 A 關於直線 L 之對稱點為 B

則 L 為 $\overline{AB}$ 之垂直平分線



$L:3x-2y+1=0$

設 L_1 過 $A(2,-3)$ 且垂直 $3x-2y+1=0$

則 L_1 方程式為 $2x+3y+k=0$　$(2,-3)$ 代入　$\Rightarrow$　$4-9+k=0$　$\Rightarrow$

$k=5$

即 $L_1:2x+3y+5=0$　由 $\begin{cases}3x-2y+1=0\\2x+3y+5=0\end{cases}$　解得兩直線交點 M 坐

標 $(x,y)=(-1,-1)$

$\because B(p,q)$ 為 $A(2,-3)$ 關於直線 $3x-2y+1=0$ 之對稱點

$\Rightarrow$　$M(-1,-1)$ 為 $\overline{AB}$ 之中點　$\Rightarrow$　$-1=\dfrac{p+2}{2}$，$-1=\dfrac{q-3}{2}$

$\Rightarrow$　$p=-4$，$q=1$　　$\therefore$　$p+4q=0$

(　　)22.垂直於直線 $2y+x=5$，且與其相交於 x 軸之直線方程式為　(A)$y+2x+10=0$　(B)$y-2x+10=0$　(C)$2y-x-10=0$　(D)$2y-x+10=0$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $2y+x=5$ 與 x 軸 $(y=0)$ 的交點為 $(5,0)$

設垂直於 $2y+x=5$ 的直線為 $y-2x+k=0$，$(5,0)$ 代入　$\Rightarrow$　$k=10$

$\therefore$　直線方程式為 $y-2x+10=0$

(　　)23.設 $A(2,1)$、$B(3,4)$，則 $\overline{AB}$ 的直線方程式為　(A)$3x-y-5=0$　(B)$3x+y-7=0$　(C)$x-3y+1=0$　(D)$x+3y-5=0$

【龍騰自命題.】

解答 A

(　　)24.若 $L:\dfrac{x}{4}-\dfrac{y}{3}=1$，則 L 的斜率為(A)$\dfrac{3}{4}$　(B)$\dfrac{4}{3}$　(C)$-\dfrac{3}{4}$　(D)$-\dfrac{4}{3}$

【龍騰自命題.】

解答 A

(　　)25.平行於 $2x-3y-5=0$，且通過點 $(5,2)$ 的直線方程式為　(A)$2x-3y-4=0$　(B)$3x+2y-19=0$　(C)$2x-3y+4=0$　(D)$3x-2y-6=0$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 設所求直線為 $2x-3y+k=0$，且通過 $(5,2)$

$\Rightarrow$　$2\times5-3\times2+k=0$　得 $k=-4$

故所求直線為 $2x-3y-4=0$