

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

() 1. 下列何者為 -480° 的最小正同界角? (A) 120° (B) 300° (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{4\pi}{3}$

解答 D

解析 $-480^\circ + 360^\circ \times 2 = 240^\circ = \frac{4}{3}\pi$

() 2. 設 θ 為銳角, 則 $\frac{\cos(-\theta)}{\sin(360^\circ + \theta)} + \frac{\tan(180^\circ + \theta)}{\cot(270^\circ + \theta)} - \frac{\sin(270^\circ - \theta)}{\cos(90^\circ + \theta)} =$ (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

解答 B

解析 原式 $= \frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{\tan\theta}{-\tan\theta} - \frac{-\cos\theta}{-\sin\theta} = \cot\theta - 1 - \cot\theta = -1$

() 3. $\theta = 10$ 的最小正同界角為 (A) $10 - 3\pi$ (B) $10 - 2\pi$ (C) $10 - \pi$ (D) $4\pi - 10$

解答 B

解析 $\because 2\pi < 10 < 4\pi \Rightarrow 10 = 2\pi + (10 - 2\pi)$

且 $0 < 10 - 2\pi < 2\pi$

$\therefore \theta = 10$ 的最小正同界角為 $10 - 2\pi$

() 4. 下列哪一個不為 $\frac{23\pi}{4}$ 之同界角? (A) 1755° (B) $-\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{47\pi}{4}$ (D) $-\frac{23\pi}{4}$

解答 D

解析 若 θ 為 $\frac{23\pi}{4}$ 之同界角 $\Rightarrow \theta = \frac{23\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

故(D)不為 $\frac{23\pi}{4}$ 之同界角

() 5. $\tan\theta = -\frac{1}{2}$, 則 $\frac{5\sin\theta + 8\cos\theta}{15\cos\theta - 7\sin\theta} =$ (A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{7}{3}$ (C) $\frac{11}{6}$ (D) 以上皆非

解答 D

解析 原式 $= \frac{5\tan\theta + 8}{15 - 7\tan\theta} = \frac{5 \times (-\frac{1}{2}) + 8}{15 - 7 \times (-\frac{1}{2})} = \frac{\frac{11}{2}}{\frac{37}{2}} = \frac{11}{37}$

() 6. 設一時鐘, 長針長 10 公分, 問 20 分鐘內其掃過的面積為多少平方公分? (A) 200 (B) 600 (C) $\frac{200\pi}{3}$ (D) $\frac{100\pi}{3}$

解答 D

解析 $\frac{20}{60} \times \pi \times 10^2 = \frac{100\pi}{3}$

() 7. 化簡 $(1 + \tan\theta + \sec\theta)(1 + \tan\theta - \sec\theta) =$ (A) $\tan\theta$ (B) $\cot\theta$ (C) $2\tan\theta$ (D) $2\cot\theta$

解答 C

解析 原式 $= (1 + \tan\theta)^2 - (\sec\theta)^2 = 1 + 2\tan\theta + \tan^2\theta - \sec^2\theta = 1 + 2\tan\theta + (-1)$
 $= 2\tan\theta$

() 8. π° (A) 小於 90° (B) 大於 90° (C) 在 90° 與 180° 中間 (D) 等於 180°

解答 A

解析 $\pi^\circ \approx 3.14^\circ < 90^\circ$

() 9. 半徑為 6 的圓上, 弧長 12π 所對的圓心角 $\theta =$ (A) π (B) 2π (C) 3π (D) 4π

解答 B

() 10. 試比較 $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ 、 $\theta_2 = 180$ 、 $\theta_3 = 180^\circ$ 、 $\theta_4 = (\frac{\pi}{2})^\circ$ 的大小? (A) $\theta_1 > \theta_2 > \theta_3 > \theta_4$ (B) $\theta_3 > \theta_1 = \theta_2 > \theta_4$ (C) $\theta_2 > \theta_3 = \theta_1 > \theta_4$ (D) $\theta_2 > \theta_3$

$$> \theta_1 > \theta_4$$

解答 D

解析 $\theta_1 = \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 90^\circ$, $\theta_2 = 180 = 180 \times \frac{180^\circ}{\pi} \doteq 10318.47^\circ$, $\theta_3 = 180^\circ$,

$$\theta_4 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^\circ \doteq 1.57^\circ$$

$$\Rightarrow 10318.47^\circ > 180^\circ > 90^\circ > 1.57^\circ$$

$$\therefore \theta_2 > \theta_3 > \theta_1 > \theta_4$$

() 11. 已知 $\theta = 60$ 弧度, 則 θ 為第幾象限角? (A)一 (B)二 (C)三 (D)四

解答 C

解析 $\therefore 1 \text{ 弧度} \doteq 57.3^\circ$

$$\text{又 } \theta = 60 \text{ 弧度} \doteq 57.3^\circ \times 60 = 3438^\circ = 9 \times 360^\circ + 198^\circ$$

$$\text{但 } 180^\circ < 198^\circ < 270^\circ$$

$$\therefore \theta = 60 \text{ 弧度為第三象限角}$$

() 12. 當 x 由 $\frac{\pi}{2}$ 增加到 π 時, 函數 $y = \sin x$ 值的增減情形為 (A)由-1 遞增至 0 (B)由 0 遞增至 1 (C)由 1 遞減至 0 (D)由 0 遞減至-1

解答 C

() 13. 設 $\sin \theta \cos \theta = \frac{2}{9}$, 且 $0^\circ < \theta < 90^\circ$, 試求 $\tan \theta + \cot \theta$ 之值= (A) $\frac{2}{9}$ (B) $\frac{9}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{2}$

解答 B

解析 $\tan \theta + \cot \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{9}{2}$

() 14. 下列何者為三角函數 $y = 3\sin(2\theta + \frac{\pi}{4})$ 的週期? (A) $\frac{2\pi}{3}$ (B) $\frac{3\pi}{2}$ (C) π (D) 2π

解答 C

解析 由作圖可得其圖形

$$\text{即為將 } y = \sin \theta \text{ 左移 } \frac{\pi}{4} \text{ 單位}$$

$$\text{沿 } y \text{ 軸伸長 } 3 \text{ 倍, 再沿 } x \text{ 軸壓縮 } \frac{1}{2} \text{ 倍}$$

$$\text{故週期為 } \frac{2\pi}{2} = \pi$$

() 15. 若 $\frac{x}{\csc^2 \theta} + \frac{x}{\sec^2 \theta} = \frac{2\pi}{5}$, 則 $x =$ (A) $\frac{3\pi}{2}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) $\frac{2\pi}{5}$ (D) $\frac{5\pi}{2}$

解答 C

解析 原式 $= x \left(\frac{1}{\csc^2 \theta} + \frac{1}{\sec^2 \theta} \right) = \frac{2\pi}{5} \Rightarrow x(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = \frac{2\pi}{5}$

$$\therefore x = \frac{2\pi}{5}$$

() 16. 下列各角度何者為 30° 的同界角? (A) 390° (B) 330° (C) 210° (D) 150°

解答 A

解析 (A) $390^\circ - 30^\circ = 360^\circ$ 是同界角

$$(B) 330^\circ - 30^\circ = 300^\circ \neq 360^\circ \times n, n \text{ 為整數}$$

$$(C) 210^\circ - 30^\circ = 180^\circ \neq 360^\circ \times n, n \text{ 為整數}$$

$$(D) 150^\circ - 30^\circ = 120^\circ \neq 360^\circ \times n, n \text{ 為整數}$$

故選(A)

() 17. $\frac{\sin 330^\circ + \tan(-135^\circ)}{\cos 120^\circ + \cot 135^\circ}$ 之值為 (A) $\frac{1}{3}$ (B) 3 (C) -3 (D) $-\frac{1}{3}$

解答 D

解析 原式 = $\frac{-\frac{1}{2} + 1}{-\frac{1}{2} - 1} = -\frac{1}{3}$

() 18. 已知 θ 為銳角，且 $\sin\theta > \cos\theta$ 。若 $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{17}}{3}$ ，則 $\sin\theta - \cos\theta =$ (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{2}{9}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{4}{9}$

解答 C

解析 $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = \left(\frac{\sqrt{17}}{3}\right)^2$

$$\Rightarrow 1 + 2\sin\theta\cos\theta = \frac{17}{9} \Rightarrow 2\sin\theta\cos\theta = \frac{8}{9}$$

$$\text{又} (\sin\theta - \cos\theta)^2 = 1 - 2\sin\theta\cos\theta = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \sin\theta - \cos\theta = \pm \frac{1}{3} \quad (\text{負不合, } \because \sin\theta > \cos\theta)$$

$$\therefore \sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{3}$$

() 19. 設 t 是任意實數，若 $x = \frac{1 - \sin^2 t}{1 + \sin^2 t}$ 、 $y = \frac{2\sin t}{1 + \sin^2 t}$ ，則 $x^2 + y^2$ 之值等於下列何者？ (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

解答 B

解析 $x^2 + y^2 = \left(\frac{1 - \sin^2 t}{1 + \sin^2 t}\right)^2 + \left(\frac{2\sin t}{1 + \sin^2 t}\right)^2$

$$= \frac{1 - 2\sin^2 t + \sin^4 t + 4\sin^2 t}{(1 + \sin^2 t)^2}$$

$$= \frac{1 + 2\sin^2 t + \sin^4 t}{(1 + \sin^2 t)^2}$$

$$= \frac{(1 + \sin^2 t)^2}{(1 + \sin^2 t)^2} = 1$$

() 20. 設 $\tan\theta = -5$ 且 $\sin\theta > 0$ ，則 θ 之終邊在第幾象限？ (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四

解答 B

() 21. 在半徑為 3 的圓中，有一弧長為 6 的扇形，則此扇形面積 A 為 (A) 9 (B) 12 (C) 18 (D) 16

解答 A

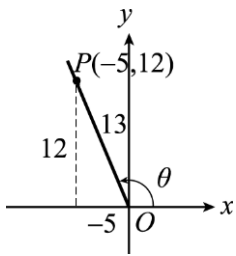
解析 $A = \frac{rS}{2} = \frac{3 \times 6}{2} = 9$

() 22. 設點 $P(-5, 12)$ 為角 θ 終邊上的一個點，則下列何者不正確？ (A) $\sin\theta = \frac{12}{13}$ (B) $\cos\theta = -\frac{5}{13}$ (C) $\cot\theta = -\frac{5}{12}$ (D) $\sec\theta = \frac{13}{5}$

解答 D

解析 $\because P(-5, 12) \Rightarrow x = -5, y = 12 \Rightarrow r = \sqrt{(-5)^2 + (12)^2} = 13$

如圖所示：

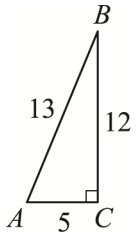


則 $\sin\theta = \frac{12}{13}$, $\cos\theta = -\frac{5}{13}$, $\cot\theta = -\frac{5}{12}$, $\sec\theta = -\frac{13}{5}$

- () 23. $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 若 $\cos A = \frac{5}{13}$, 則 $\sin B =$ (A) $\frac{12}{13}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{13}{12}$ (D) $\frac{5}{13}$

解答 D

解析



$\because \cos A = \frac{5}{13}$

$\therefore \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13}$

- () 24. 求 $\sin \frac{\pi}{6} \times \cos \frac{\pi}{4} \times \tan \frac{\pi}{3} \times \cot \frac{\pi}{3} \times \sec \frac{\pi}{4} \times \csc \frac{\pi}{6} =$ (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

解答 B

解析 原式 $= \left(\sin \frac{\pi}{6} \times \csc \frac{\pi}{6} \right) \times \left(\cos \frac{\pi}{4} \times \sec \frac{\pi}{4} \right) \times \left(\tan \frac{\pi}{3} \times \cot \frac{\pi}{3} \right) = 1 \times 1 \times 1 = 1$

- () 25. 試求 $\tan(-2745^\circ)$ 之值為 (A) $\sqrt{3}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (C) -1 (D) 1

解答 C

解析 $\tan(-2745^\circ) = -\tan 2745^\circ = -\tan(360^\circ \times 7 + 225^\circ) = -\tan 225^\circ = -\tan(180^\circ + 45^\circ)$
 $= -\tan 45^\circ = -1$