

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

() 1. 設 $a = \sin(\cos 0^\circ)$, $b = \cos(\sin 0^\circ)$, $c = \cos(\sin 90^\circ)$, 則 a 、 b 、 c 之大小順序為 (A) $a > b > c$ (B) $a > c > b$ (C) $c > a > b$ (D) $b > a > c$

解答 D

解析 $a = \sin(\cos 0^\circ) = \sin 1$

$$b = \cos(\sin 0^\circ) = \cos 0 = 1$$

$$c = \cos(\sin 90^\circ) = \cos 1$$

$$\text{又 } \frac{\pi}{4} < 1 \quad \therefore 1 > \sin 1 > \cos 1$$

$$\therefore b > a > c$$

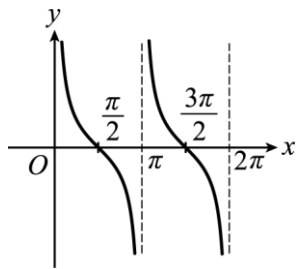
() 2. 試求 $\cos 30^\circ \times \cos 60^\circ + \sin 30^\circ \times \sin 60^\circ$ 之值為 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 1

解答 C

() 3. 下列哪一個三角函數，其圖形在任何一象限內均呈遞減？ (A) $y = \sin x$ (B) $y = \cos x$ (C) $y = \tan x$ (D) $y = \cot x$

解答 D

解析 如圖所示：



$y = \cot x$ 在任何一象限內均呈遞減

() 4. 設一時鐘，長針長 10 公分，問 20 分鐘內其掃過的面積為多少平方公分？ (A) 200 (B) 600 (C) $\frac{200\pi}{3}$ (D) $\frac{100\pi}{3}$

解答 D

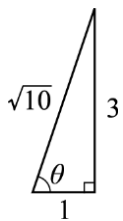
解析 $\frac{20}{60} \times \pi \times 10^2 = \frac{100\pi}{3}$

() 5. 已知 $\cot \theta = \frac{1}{3}$, 則 $\frac{1}{1 + \sin \theta} + \frac{1}{1 - \sin \theta} =$ (A) 30 (B) 20 (C) 15 (D) 12

解答 B

解析 $\frac{1}{1 + \sin \theta} + \frac{1}{1 - \sin \theta} = \frac{2}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)} = \frac{2}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{2}{\cos^2 \theta}$

$$\therefore \cot \theta = \frac{1}{3} \quad \therefore \cos \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{10}}$$



$$\text{故所求} = \frac{2}{\left(\pm \frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2} = 20$$

() 6. 函數 $f(x) = 3\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) - 2$ 之週期為 (A) $\frac{2\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) π (D) 2π

解答 A

解析 $\sin x$ 之週期為 2π , $\sin kx$ 之週期為 $\frac{2\pi}{|k|}$

故 $3\sin(3x + \frac{\pi}{4}) - 2$ 之週期為 $\frac{2\pi}{3}$

() 7. 設 θ 為銳角，且 $\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{3}$ ，則 $\sin\theta \times \cos\theta$ 之值為 (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{2}{9}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{8}{9}$

解答 C

解析 原式 $\Rightarrow (\sin\theta - \cos\theta)^2 = (\frac{1}{3})^2 \Rightarrow 1 - 2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{9}$

$$\Rightarrow 2\sin\theta\cos\theta = \frac{8}{9}$$

$$\therefore \sin\theta \times \cos\theta = \frac{4}{9}$$

() 8. 設 $0 \leq x < 2\pi$ ，則函數 $f(x) = \cos^2 x - 3\sin x + 2$ 之最大值為 (A) 4 (B) 5 (C) 10 (D) 12

解答 B

解析 $f(x) = \cos^2 x - 3\sin x + 2 = 1 - \sin^2 x - 3\sin x + 2 = -(\sin x + \frac{3}{2})^2 + \frac{21}{4}$

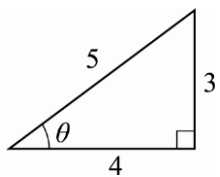
當 $\sin x = -1$ 時： $f(x)$ 有最大值 5

() 9. 若 θ 為一銳角，而且正切函數值為 0.75，試求餘割函數值為多少？ (A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{5}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{3}{5}$

解答 B

解析 \therefore 正切函數值 $\tan\theta = 0.75 = \frac{3}{4}$

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{3}{5} \Rightarrow \text{餘割函數值 } \csc\theta = \frac{5}{3}$$



() 10. $\cos\theta \times \cot(90^\circ - \theta) \times \csc(270^\circ - \theta) - \cot(270^\circ + \theta)$ 之值為 (A) 2 (B) 1 (C) -1 (D) 0

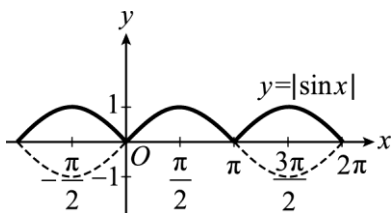
解答 D

解析 原式 $= \cos\theta \times \tan\theta \times (-\sec\theta) - (-\tan\theta) = -\tan\theta + \tan\theta = 0$

() 11. 函數 $f(x) = |\sin x|$ 的週期為 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) $\frac{3}{2}\pi$ (D) 2π

解答 B

解析

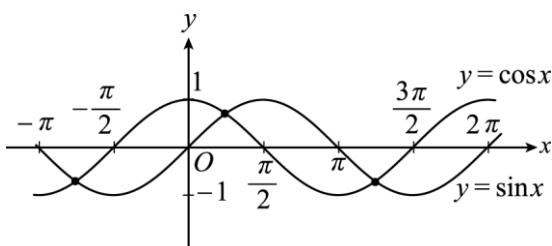


由上圖可看出 $y = |\sin x|$ 的週期為 π

() 12. 設 $-\pi \leq x \leq 2\pi$ ，則 $y = \sin x$ 與 $y = \cos x$ 的圖形共有多少個交點？ (A) 2 個 (B) 3 個 (C) 4 個 (D) 5 個

解答 B

解析



由圖示知： $y = \sin x$ 與 $y = \cos x$ ($-\pi \leq x \leq 2\pi$) 圖形的交點共有 3 個

- () 13. 若 $-\frac{37\pi}{6}$ 之最小正同界角為 α ，最大負同界角為 β ，則 $\alpha + \beta =$ (A) 300° (B) 120° (C) 240° (D) -60°

解答 A

解析 $-\frac{37\pi}{6} = 2\pi \times (-4) + \frac{11\pi}{6} \Rightarrow$ 最小正同界角 $\alpha = \frac{11\pi}{6} = 330^\circ$

又 $330^\circ - 360^\circ = -30^\circ \Rightarrow$ 最大負同界角 $\beta = -30^\circ$

$\therefore \alpha + \beta = 300^\circ$

- () 14. 已知 $\tan \theta = \frac{5}{12}$ ，且 $\sin \theta < 0$ ，則 $\sin \theta - \cos \theta =$ (A) $-\frac{17}{13}$ (B) $-\frac{12}{13}$ (C) $\frac{10}{13}$ (D) $\frac{7}{13}$

解答 D

解析 $\because \tan \theta = \frac{5}{12} > 0$ 且 $\sin \theta < 0 \therefore \theta$ 為第三象限角

且 $\sin \theta = -\frac{5}{13}$ ， $\cos \theta = -\frac{12}{13} \Rightarrow \sin \theta - \cos \theta = \frac{7}{13}$

- () 15. 下列何者正確？ (A) $\sin \frac{17\pi}{3} > 0$ (B) $\cos \frac{17\pi}{3} > 0$ (C) $\tan \frac{17\pi}{6} > 0$ (D) $\sec \frac{17\pi}{6} > 0$

解答 B

解析 $\frac{17\pi}{3} \in$ 第四象限， $\frac{17\pi}{6} \in$ 第二象限

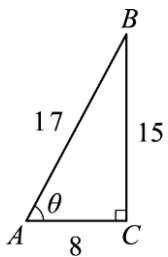
故(A) $\sin \frac{17\pi}{3} < 0$ ，(B) $\cos \frac{17\pi}{3} > 0$ ，(C) $\tan \frac{17\pi}{6} < 0$ ，(D) $\sec \frac{17\pi}{6} < 0$

- () 16. 已知 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，且 $\sec \theta = \frac{17}{8}$ ，則 $\tan \theta - \cot \theta =$ (A) $-\frac{225}{136}$ (B) $\frac{225}{136}$ (C) $\frac{161}{120}$ (D) $-\frac{161}{120}$

解答 C

解析 作直角 $\triangle ABC$ 使 $\angle A = \theta$ ，斜邊 $\overline{AB} = 17$ ， $\angle A$ 的鄰邊 $\overline{AC} = 8$

$\Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$



則 $\tan \theta = \frac{15}{8}$ ， $\cot \theta = \frac{8}{15}$

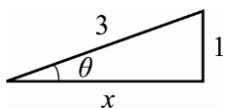
得 $\tan \theta - \cot \theta = \frac{15}{8} - \frac{8}{15} = \frac{161}{120}$

- () 17. 若 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ 且 $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ，則 $2\sin \theta \cos \theta =$ (A) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ (B) $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

解答 B

解析 已知 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ 且 $\sin \theta = \frac{1}{3}$

作圖如下：



得 $x = \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\therefore 2\sin \theta \cos \theta = 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

() 18. 已知 $\cot \theta = 2$ ，則 $\frac{1+\sin \theta}{1+\cos \theta} \cdot \frac{1+\sec \theta}{1+\csc \theta} =$ (A) 4 (B) 2 (C) 1 (D) $\frac{1}{2}$

解答 D

解析 原式 = $\frac{1+\sin \theta}{1+\cos \theta} \cdot \frac{1+\frac{1}{\cos \theta}}{1+\frac{1}{\sin \theta}} = \frac{1+\sin \theta}{1+\cos \theta} \cdot \frac{\cos \theta + 1}{\frac{\sin \theta + 1}{\sin \theta}}$

$$= \frac{1+\sin \theta}{1+\cos \theta} \cdot \frac{\cos \theta + 1}{\cos \theta} \cdot \frac{\sin \theta}{\sin \theta + 1} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta = \frac{1}{\cot \theta} = \frac{1}{2}$$

() 19. $f(x) = 3^{\sin x}$ 的極小值為 (A) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) 1 (D) 3

解答 B

解析 $\because -1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 3^{-1} \leq 3^{\sin x} \leq 3^1 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq f(x) \leq 3$

$$\therefore f(x) \text{ 的極小值為 } \frac{1}{3}$$

() 20. 下列三角函數值何者為非? (A) $\sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\cos 240^\circ = -\frac{1}{2}$ (C) $\tan 330^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ (D) $\sec(-30^\circ) = 2$

解答 D

解析 (A) $\sin 135^\circ = \sin(180^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(B) $\cos 240^\circ = \cos(180^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$

(C) $\tan 330^\circ = \tan(360^\circ - 30^\circ) = -\tan 30^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

(D) $\sec(-30^\circ) = \sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$

() 21. $f(x) = 3\sin x - 2$ 的最大值為 (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0

解答 C

解析 $f(x) \leq 3 \times 1 - 2 = 1$

() 22. 設 $f(x) = |\sin x| + \sin x$ ，則 $f(x)$ 之值域為 (A) $[0, 2]$ (B) $[-2, 2]$ (C) $[-1, 1]$ (D) $[0, 1]$

解答 A

解析 $f(x) = |\sin x| + \sin x$

當 $\sin x \geq 0$: $f(x) = 2\sin x$

當 $\sin x < 0$: $f(x) = 0$

故 $0 \leq f(x) \leq 2$

() 23. 設 $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ，則 $\sqrt{1+\cot^2 \theta} - \sqrt{(1+\csc \theta)^2} + \sqrt{\cos^2 \theta} + \sqrt{(2+\cos \theta)^2} =$ (A) -1 (B) 1 (C) 2 (D) 3

解答 D

解析 原式 = $-\csc \theta - (-1 - \csc \theta) - \cos \theta + (2 + \cos \theta) = 3$

() 24. 化簡 $\tan \frac{\pi}{8} + \tan \frac{3\pi}{8} + \tan \frac{5\pi}{8} + \tan \frac{7\pi}{8} =$ (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) $\sqrt{2}$

解答 A

解析 利用 $\tan(\pi - \theta) = -\tan\theta$

$$\therefore \tan \frac{5\pi}{8} = \tan(\pi - \frac{3\pi}{8}) = -\tan \frac{3\pi}{8}$$

$$\tan \frac{7\pi}{8} = \tan(\pi - \frac{\pi}{8}) = -\tan \frac{\pi}{8}$$

$$\therefore \text{原式} = \tan \frac{\pi}{8} + \tan \frac{3\pi}{8} - \tan \frac{3\pi}{8} - \tan \frac{\pi}{8} = 0$$

() 25. $\sin 1260^\circ + \tan 780^\circ$ 的值为 (A) $-1 + \sqrt{3}$ (B) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{1}{2} + \sqrt{3}$ (D) $\sqrt{3}$

解答 D

解析 原式 $= \sin(360^\circ \times 3 + 180^\circ) + \tan(360^\circ \times 2 + 60^\circ)$
 $= \sin 180^\circ + \tan 60^\circ = 0 + \sqrt{3} = \sqrt{3}$