

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

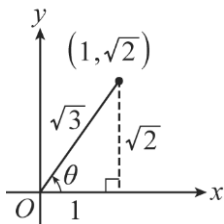
- () 1. 設 θ 為銳角, 若 $\tan \theta = \sqrt{2}$, 試求 $\sqrt{3} \sin \theta + \sqrt{6} \cos \theta = ?$
 (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{3}$

【097 年歷屆試題.】

解答 C

解析 $\because \theta$ 為銳角, 且 $\tan \theta = \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{1}$

如圖所示:



\therefore

$$\sqrt{3} \sin \theta + \sqrt{6} \cos \theta = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

- () 2. $f(x) = 5 + 3 \tan(x + \frac{\pi}{7})$ 之週期為 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 4π
 (D) 2π

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 週期為 $\frac{\pi}{1} = \pi$

- () 3. 試求 $y = \sin(\frac{2}{3}x + \frac{\pi}{6})$ 的週期為 (A) 2π (B) 3π
 (C) $\frac{2}{3}\pi$ (D) $\frac{5}{6}\pi$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 週期為 $\frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3\pi$

- () 4. 設 $\sec \theta > 0$ 且 $\tan \theta < 0$, 則角 θ 是第幾象限角? (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\because \sec \theta > 0$ 且 $\tan \theta < 0 \therefore \theta$ 為第四象限角

θ	I	II	III	IV
$\sec \theta$	> 0	< 0	< 0	> 0
$\tan \theta$	> 0	< 0	> 0	< 0

- () 5. 試求 $-\frac{19}{3}\pi$ 之最大負同界角為 (A) $-\frac{2}{3}\pi$ (B) $-\frac{5}{3}\pi$

- (C) $-\frac{\pi}{3}$ (D) $-\frac{4}{3}\pi$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $-\frac{19}{3}\pi + 2\pi \times 3 = -\frac{\pi}{3}$

- () 6. 設 $\tan \theta = 3$, 則 $\frac{2 \sin \theta - 3 \cos \theta}{3 \sin \theta - 2 \cos \theta}$ 的值為 (A) $\frac{7}{3}$ (B) $-\frac{7}{3}$
 (C) $\frac{3}{7}$ (D) $-\frac{3}{7}$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $\tan \theta = 3 = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \therefore \sin \theta = 3 \cos \theta$

$$\frac{2 \sin \theta - 3 \cos \theta}{3 \sin \theta - 2 \cos \theta} = \frac{2 \times 3 \cos \theta - 3 \cos \theta}{3 \times 3 \cos \theta - 2 \cos \theta} = \frac{3 \cos \theta}{7 \cos \theta} = \frac{3}{7}$$

- () 7. 設 $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$, 若 $f(x) = \cos^2 x - \sin x + 1$ 之最大、最小值分別為 M 及 m , 則 $M + 2m =$ (A) $\frac{9}{4}$ (B) $\frac{7}{4}$ (C) 2 (D) 1

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $f(x) = \cos^2 x - \sin x + 1 = 1 - \sin^2 x - \sin x + 1$

$$= 2 - (\sin x + \frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4}$$

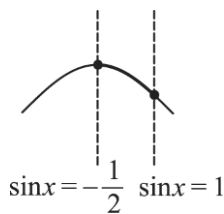
$$\therefore \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1$$

(如圖所示)

(1) $\sin x = -\frac{1}{2}$ 時, $M = \frac{9}{4}$

(2) $\sin x = 1$ 時, $m = 0$

$$\therefore M + 2m = \frac{9}{4}$$



- () 8. 設 $f(n) = \sin^n \theta + \cos^n \theta$, 則 $2f(6) - 3f(4) =$ (A) -1 (B) -2 (C) 0 (D) 1

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $2f(6) - 3f(4) = 2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) - 3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$
 $= 2(1 - 3 \sin^2 \theta \cos^2 \theta) - 3(1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta) = -1$

- () 9. 設 $a = \sin 1$, $b = \sin 2$, $c = \sin 3$, 則 a, b, c 大小順序為

(A) $b > a > c$ (B) $a > b > c$ (C) $b > c > a$ (D) $c > b > a$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $a = \sin 1 = \sin 57^\circ$

$b = \sin 2 = \sin 114^\circ = \sin(180^\circ - 66^\circ) = \sin 66^\circ$

$c = \sin 3 = \sin 171^\circ = \sin(180^\circ - 9^\circ) = \sin 9^\circ$

$\therefore b > a > c$

() 10. 設 $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$, 則 $\cos^2 \theta + \cos^4 \theta =$ (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1 \quad \therefore \sin \theta = 1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$

$\therefore \cos^2 \theta + \cos^4 \theta = \cos^2 \theta(1 + \cos^2 \theta) = \sin \theta(1 + \sin \theta) =$

1

() 11. 已知 $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$, $\sec \theta = \frac{5}{3}$, 則 $\frac{\sin \theta}{1 - \tan \theta} + \frac{\cos \theta}{1 - \cot \theta} =$

(A) 1 (B) 0 (C) -1 (D) 2

【龍騰自命題.】

解答 B

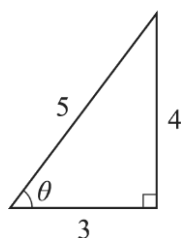
解析 $\therefore \frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$

$\therefore \tan \theta < 0, \cot \theta < 0, \sin \theta < 0, \cos \theta > 0$, 又 $\sec \theta = \frac{5}{3}$

$\therefore \tan \theta = -\frac{4}{3}, \cot \theta = -\frac{3}{4}, \sin \theta = -\frac{4}{5}, \cos \theta = \frac{3}{5}$

\therefore

$$\frac{\sin \theta}{1 - \tan \theta} + \frac{\cos \theta}{1 - \cot \theta} = \frac{-\frac{4}{5}}{1 + \frac{4}{3}} + \frac{\frac{3}{5}}{1 + \frac{3}{4}} = -\frac{4}{5} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = 0$$



() 12. 設 $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$, 若 x 的方程式 $x^2 - (\tan \theta + \cot \theta)x + 1 =$

0 有一根為 $2 - \sqrt{3}$, 則 $\sin \theta + \cos \theta =$ (A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $-\frac{\sqrt{6}}{2}$ (D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$, 令另一根為 α

$\alpha + 2 - \sqrt{3} = \tan \theta + \cot \theta$

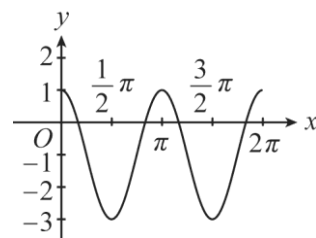
$$\alpha \times (2 - \sqrt{3}) = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore \tan \theta + \cot \theta = 4 = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$\therefore (\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + 2 \cos \theta \sin \theta = 1 + 2 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \sin \theta + \cos \theta = -\frac{\sqrt{6}}{2}$$

() 13. 下圖為哪個函數圖形的一部分?



(A) $y = 2\cos 2x - 1$ (B) $y = 2\cos 2x - 2$ (C) $y = 2\sin 2x - 1$ (D) $y = 2\sin 2x - 2$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 圖形不過原點 \Rightarrow 由 $y = \cos x$ 平移

週期為 $\pi \Rightarrow y = \cos 2x$

$$\text{振幅} \frac{1 - (-3)}{2} = 2 \Rightarrow y = 2\cos 2x$$

y 的範圍為 $-3 \leq y \leq 1 \Rightarrow -2 \leq 2\cos 2x \leq 2 \Rightarrow -3 \leq 2\cos 2x - 1 \leq 1$

$\therefore y = 2\cos 2x - 1$

() 14. 直角坐標上, 點 $(4, \cos 4)$ 在哪一個象限內? (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

【隨堂測驗.】

解答 D

解析 $\therefore \pi < 4 < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos 4 < 0$

$\therefore (4, \cos 4) \in \text{IV}$

() 15. 設 $y = \cos x$, 下列何者是 y 的正確範圍?

(A) $-1 < y < 1$ (B) $-1 \leq y \leq 1$ (C) $y < -1$ 或 $y > 1$

(D) $y \leq -1$ 或 $y \geq 1$

【隨堂測驗.】

解答 B

解析 由 $y = \cos x$ 之函數圖形可知。

() 16. $\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ + \tan^2 70^\circ - \sec^2 70^\circ =$ (A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) $\frac{2}{3}$ (E) -1

【課本練習題-自我評量.】

解答 A

解析 原式 $= (\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ) + (\tan^2 70^\circ - \sec^2 70^\circ) = 1 + (-1) = 0$

() 17. 若 $\cos\theta = \frac{1}{3}$ 且 $\sin\theta < 0$ ，則 $\tan\theta =$ (A) $2\sqrt{2}$

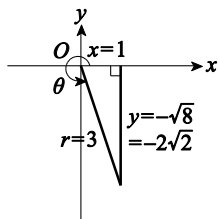
(B) $-2\sqrt{2}$ (C) 2 (D) -2

【隨堂測驗.】

解答 B

解析 $\begin{cases} \cos\theta = \frac{1}{3} > 0 \\ \sin\theta < 0 \end{cases} \Rightarrow \theta$ 在第四象限

$$\therefore \tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-2\sqrt{2}}{1} = -2\sqrt{2}$$



() 18. 若 $0 \leq \theta < 2\pi$ 且 $\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，則 $\theta =$ (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{5}{3}\pi$ (D) $\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{7}{4}\pi$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\because \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 且 $0 \leq \theta < 2\pi \therefore \theta$ 為第一象限角

或第四象限角

$$\text{故 } \theta = \frac{\pi}{4} \text{ 或 } \frac{7}{4}\pi$$

() 19. 求 $-120^\circ =$ (A) $-\frac{3}{\pi}$ (B) $-\frac{3}{2\pi}$ (C) $-\frac{2}{3}\pi$ (D) $-\frac{\pi}{3}$

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 $-120^\circ = -120^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = -\frac{2}{3}\pi$

() 20. 若角 θ 之終邊上有一點 $P(\sin 510^\circ, \sec 1305^\circ)$ ，則 $\cos\theta$

$=$ (A) $\frac{1}{3}$ (B) $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (C) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $P(\sin 510^\circ, \sec 1305^\circ) = P(\sin 150^\circ, \sec 225^\circ) = P(\frac{1}{2}, -\sqrt{2})$

$$r = \overline{OP} = \sqrt{\frac{1}{4} + 2} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}$$

() 21. 下列何值不等於 $\sin 40^\circ$? (A) $\cos 40^\circ$ (B) $\cos 50^\circ$

(C) $\cos(-50^\circ)$ (D) $\sin 140^\circ$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $\cos 40^\circ = \sin 50^\circ \neq \sin 40^\circ$

() 22. 設 $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ ， θ 其中一個同界角之度數恰為 θ 的

10 倍，則 $\theta =$ (A) 110° 或 150° (B) 120° 或 160°

(C) 130° 或 170° (D) 140° 或 180°

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 $10\theta - \theta = 9\theta$ 為 360° 的倍數

又 $810^\circ \leq 9\theta \leq 1620^\circ$

$\therefore 9\theta = 1080^\circ$ 或 1440°

$\Rightarrow \theta = 120^\circ$ 或 160°

() 23. 設 $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ，則下列敘述何者正確?

(A) $\sin\theta \cos\theta = \frac{1}{4}$ (B) $\tan\theta + \cot\theta = 4$

(C) $\sin^3\theta + \cos^3\theta = \frac{7\sqrt{5}}{16}$ (D) $\sin\theta - \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 (A) $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$

$$\Rightarrow \sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow 1 + 2\sin\theta\cos\theta = \frac{5}{4} \Rightarrow \sin\theta\cos\theta = \frac{1}{8}$$

$$(B) \tan\theta + \cot\theta = \frac{1}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{1}{\frac{1}{8}} = 8$$

(C) $\sin^3\theta + \cos^3\theta$

$$= (\sin\theta + \cos\theta)(\sin^2\theta - \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{2} \times \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{7\sqrt{5}}{16}$$

(D) $(\sin\theta - \cos\theta)^2 = \sin^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta$

$$= 1 - 2 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \sin\theta - \cos\theta = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

() 24. 若 $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ，且 $\tan\theta = -\sqrt{3}$ ，則 $\theta =$ (A) -60°

(B) -30° (C) 30° (D) 60° 或 -60°

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 已知 $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 且 $\tan\theta = -\sqrt{3} \Rightarrow \theta$ 為第四象限角，故 $\theta = -60^\circ$

() 25. 設 $270^\circ < \theta < 360^\circ$ ，試化簡

$$|\sin\theta + 2| + |\sin\theta - 1| + |\sec\theta - 1| + |\sec\theta + 3| =$$

(A) $2\sec\theta+5$ (B) $2\sec\theta-5$ (C) $2\sin\theta+5$

(D) $2\sin\theta-5$

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 $\because 270^\circ < \theta < 360^\circ$

$\Rightarrow -1 < \sin\theta < 0, \sec\theta > 1$

\therefore 所求

$= (\sin\theta + 2) + (1 - \sin\theta) + (\sec\theta - 1) + (\sec\theta + 3)$

$= 2\sec\theta + 5$