

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

() 1. 試求 $\frac{\sin \frac{5\pi}{6} + \tan(-\frac{3\pi}{4})}{\cos \frac{2\pi}{3} + \cot \frac{7\pi}{4}}$ 之值為 (A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) -2

【課本練習題-自我評量.】

解答 A

解析 $\sin \frac{5\pi}{6} = \sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

$\tan(-\frac{3\pi}{4}) = \tan(-135^\circ) = \tan 225^\circ = \tan(180^\circ + 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$

$\cos \frac{2\pi}{3} = \cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$

$\cot \frac{7\pi}{4} = \cot 315^\circ = \cot(360^\circ - 45^\circ) = -\cot 45^\circ = -1$

\therefore 原式 = $\frac{\frac{1}{2} + 1}{(-\frac{1}{2}) + (-1)} = -1$

() 2. 試求 $-\frac{11}{6}\pi$ 在第幾象限? (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四

【龍騰自命題.】

解答 A

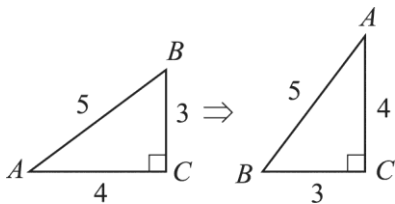
() 3. 直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 若 $\cos A = \frac{4}{5}$, 則 $\sin B =$ (A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{3}$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 如圖所示 $\therefore \cos A = \frac{4}{5} \therefore$ 令 $\overline{AB} = 5$,

$\overline{AC} = 4$, 則 $\overline{BC} = 3 \therefore \sin B = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{4}{5}$



() 4. 設 $\sec \theta > 0$ 且 $\tan \theta < 0$, 則角 θ 是第幾象限角? (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\therefore \sec \theta > 0$ 且 $\tan \theta < 0 \therefore \theta$ 為第四象限角

| θ | I | II | III | IV |
|---------------|-----|-----|-----|-----|
| $\sec \theta$ | > 0 | < 0 | < 0 | > 0 |
| $\tan \theta$ | > 0 | < 0 | > 0 | < 0 |

() 5. 若 θ 為第二象限角, 則 (A) $\sin \theta \times \tan \theta > 0$ (B) $\cot \theta < 0$ (C) $\cos \theta \times \sin \theta > 0$ (D) $\csc \theta < 0$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\therefore \theta$ 為第二象限角 $\therefore \sin \theta > 0, \csc \theta > 0$

故(A) $\sin \theta \times \tan \theta < 0$ (B) $\cot \theta < 0$ (C) $\cos \theta \times \sin \theta < 0$ (D) $\csc \theta > 0$

- () 6. 設 $f(\theta) = 2\sin^2\theta - 3\cos\theta + 1$ 的極大值為 M ，極小值為 m ，則 $M + m =$ (A) $\frac{33}{8}$ (B) $\frac{27}{8}$ (C) $\frac{17}{8}$ (D) $\frac{13}{8}$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $f(\theta) = 2\sin^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 2(1 - \cos^2\theta) - 3\cos\theta + 1$

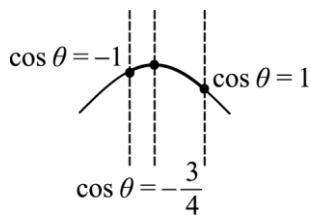
$$= -2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 3 = -2\left(\cos\theta + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{33}{8}$$

$$-1 \leq \cos\theta \leq 1$$

當 $\cos\theta = -\frac{3}{4}$ 時，有極大值 $M = \frac{33}{8}$

當 $\cos\theta = 1$ 時，有極小值 $m = -2$

$$\text{故 } M + m = \frac{33}{8} + (-2) = \frac{17}{8}$$



- () 7. 設 $f(x) = \sin^2x - \sin x + 3$ ，則 $f(x)$ 之最小值為 (A) 3 (B) $\frac{11}{4}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) 2

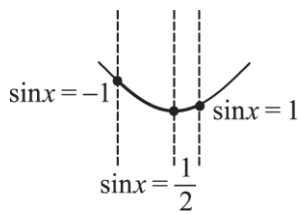
【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $f(x) = \sin^2x - \sin x + 3 = \left(\sin x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4}$

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

當 $\sin x = \frac{1}{2}$ 時，有最小值 $\frac{11}{4}$



- () 8. 設 $\tan\theta = 3$ ，則 $\frac{2\sin\theta - 3\cos\theta}{3\sin\theta - 2\cos\theta}$ 的值為 (A) $\frac{7}{3}$ (B) $-\frac{7}{3}$ (C) $\frac{3}{7}$ (D) $-\frac{3}{7}$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $\tan\theta = 3 = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \quad \therefore \sin\theta = 3\cos\theta$

$$\frac{2\sin\theta - 3\cos\theta}{3\sin\theta - 2\cos\theta} = \frac{2 \times 3\cos\theta - 3\cos\theta}{3 \times 3\cos\theta - 2\cos\theta} = \frac{3\cos\theta}{7\cos\theta} = \frac{3}{7}$$

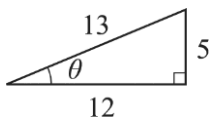
- () 9. $\tan\theta = -\frac{5}{12}$ 且 $\sin\theta > 0$ ，則 $\cos\theta =$ (A) $\frac{12}{13}$ (B) $\frac{5}{13}$ (C) $-\frac{5}{13}$ (D) $-\frac{12}{13}$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\therefore \tan\theta = -\frac{5}{12}$ 且 $\sin\theta > 0 \quad \therefore \theta$ 為第二象限角

$$\text{故 } \cos\theta < 0 \quad \therefore \cos\theta = -\frac{12}{13}$$



() 10. 設 $f(n) = \sin^n \theta + \cos^n \theta$, 則 $2f(6) - 3f(4) =$ (A) -1 (B) -2 (C) 0 (D) 1

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $2f(6) - 3f(4) = 2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) - 3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$
 $= 2(1 - 3\sin^2 \theta \cos^2 \theta) - 3(1 - 2\sin^2 \theta \cos^2 \theta) = -1$

() 11. 若 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, 且 $\cot \theta = \frac{4}{3}$, 求 $\frac{3\cos \theta}{2\sin \theta + \cos \theta} =$ (A) $\frac{6}{5}$ (B) $\frac{9}{11}$ (C) $\frac{9}{5}$ (D) $\frac{6}{11}$

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 $\because \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{4}{3}$

$$\therefore \frac{3\cos \theta}{2\sin \theta + \cos \theta} = \frac{3 \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta}}{2 + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}} = \frac{3 \times \left(\frac{4}{3}\right)}{2 + \frac{4}{3}} = \frac{4}{\frac{10}{3}} = \frac{6}{5}$$

() 12. 下列何組不為同界角? (A) $300^\circ, -60^\circ$ (B) $700^\circ, 20^\circ$ (C) $-3565^\circ, 35^\circ$ (D) $2, 2 - 2\pi$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\theta_1 - \theta_2 = 360^\circ \times n \quad n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \theta_1, \theta_2$ 為同界角
 $700^\circ - 20^\circ = 680^\circ \neq 360^\circ \times n \quad n \in \mathbb{Z} \quad \therefore$ 不為同界角

() 13. 設 $45^\circ < \theta < 90^\circ$, 則點 $P(\cos \theta - \tan \theta, \cos^2 \theta - 1)$ 在坐標平面上哪一個象限? (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四

【龍騰自命題.】

解答 C

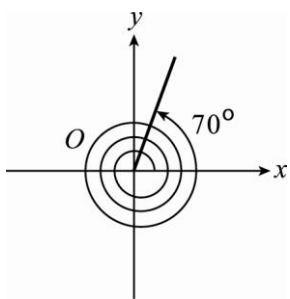
解析 $\because 45^\circ < \theta < 90^\circ$
 $\Rightarrow \tan \theta > \tan 45^\circ = 1 > \cos \theta \quad \therefore \cos \theta - \tan \theta < 0$
 又 $-1 < \cos \theta < 1$
 $\Rightarrow \cos^2 \theta < 1 \quad \therefore \cos^2 \theta - 1 < 0$, 故點 P 在第三象限

() 14. 1150° 之最小正同界角為 (A) 70° (B) 60° (C) 50° (D) 40°

【隨堂測驗.】

解答 A

解析



以圖形解題 $1150^\circ = 360^\circ \times 3 + 70^\circ$

() 15. $\cos A \cot(90^\circ - A) \csc(270^\circ - A) - \cot(270^\circ + A) =$ (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $\cos A \times \cot(90^\circ - A) \times \csc(270^\circ - A) - \cot(270^\circ + A)$
 $= \cos A \times \tan A \times (-\sec A) - (-\tan A) = -\tan A + \tan A = 0$

() 16. 求 $\sin 90^\circ - \cos 180^\circ - \csc 270^\circ - \tan 0^\circ =$ (A) 3 (B) 2 (C) -1 (D) -2

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 $\sin 90^\circ - \cos 180^\circ - \csc 270^\circ - \tan 0^\circ = 1 - (-1) - (-1) - 0 = 3$

() 17. 下列何者正確? (A) $\sin 1 > \sin 1^\circ$ (B) $\sin 1 = \sin 1^\circ$ (C) $\sin 1 < \sin 1^\circ$ (D) $\sin 1 = \sin 90^\circ$

【龍騰自命題.】

解答 A

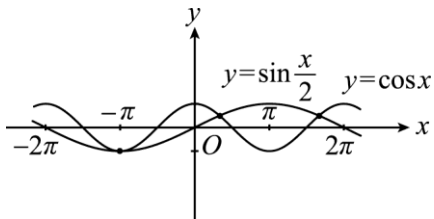
解析 1 (弧度) $\approx 57.3^\circ$ 位於第一象限 $\Rightarrow \sin 1 > \sin 1^\circ$

() 18. 設 $-\pi \leq x \leq 2\pi$, 則 $y = \sin \frac{x}{2}$ 與 $y = \cos x$ 的圖形交點個數為何? (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 由圖示知: 在 $-\pi \leq x \leq 2\pi$, 交點有 3 個



() 19. 半徑為 6 的扇形區域, 其面積為 3π , 則此扇形的周長為 (A) π (B) $12 + \pi$ (C) $6 + \pi$ (D) 2π

【課本練習題-自我評量.】

解答 B

解析 $A = \frac{1}{2}r^2\theta \Rightarrow 3\pi = \frac{1}{2} \times 6^2 \times \theta \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$

\therefore 周長 $= 2r + r\theta = 2 \times 6 + 6 \times \frac{\pi}{6} = 12 + \pi$

() 20. 試求函數 $y = 2 - \sin x$ 的最小值為 (A) 2 (B) -2 (C) 1 (D) 0

【隨堂測驗.】

解答 C

解析 $-1 \leq \sin x \leq 1$

$\Rightarrow 1 \geq -\sin x \geq -1 \Rightarrow 3 \geq 2 - \sin x \geq 1$

故最小值為 1

() 21. 若 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{6}{5}$, 且 $\sin \theta \cos \theta = \frac{q}{p}$ (其中 p, q 為互質整數, $q > 0$), 試求 $p + q$ 之值為 (A) 61 (B) 51 (C) 31 (D) 11

【課本練習題-自我評量.】

解答 D

解析 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{6}{5}$

$\Rightarrow (\sin \theta + \cos \theta)^2 = \left(\frac{6}{5}\right)^2$

$\Rightarrow 1 + 2\sin \theta \cos \theta = \frac{36}{25}$

$\Rightarrow \sin \theta \cos \theta = \frac{11}{50} = \frac{q}{p}$

$\therefore p = 50, q = 11$

$\Rightarrow p + q = 50 + 11 = 61$

() 22. 若 $f(x) = \sec^2 \frac{x}{2} + \csc^2 \frac{x}{2}$ 的週期為 P , 求 P 之值為 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) π^2

【105 年歷屆試題.】

解答 B

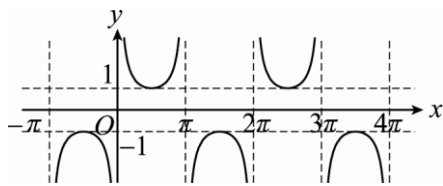
解析

$$f(x) = \sec^2 \frac{x}{2} + \csc^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} + \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2}} = \frac{\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2}}$$

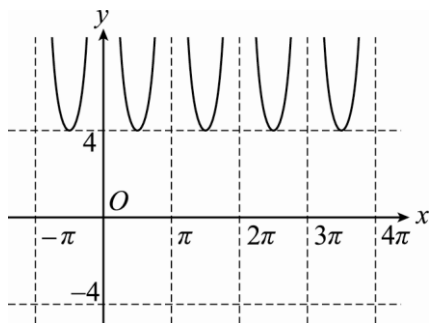
$$= \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2}} = \left(\frac{1}{\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} \right)^2 = \left(\frac{2}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} \right)^2 = \left(\frac{2}{\sin x} \right)^2$$

$$= (2 \csc x)^2 = 4 \csc^2 x$$

而 $y = \csc x$ 的圖形如下：



則 $y = 4 \csc^2 x$ 的圖形如下：



故 $f(x)$ 的週期 $P = \pi$

- () 23. 若 $a = \sin 20^\circ$, $b = \sin 110^\circ$, $c = \sin 200^\circ$, 則 a 、 b 、 c 三者大小順序為何? (A) $a > b > c$ (B) $c > b > a$ (C) $b > a > c$ (D) $c > a > b$

【隨堂講義補充題.】

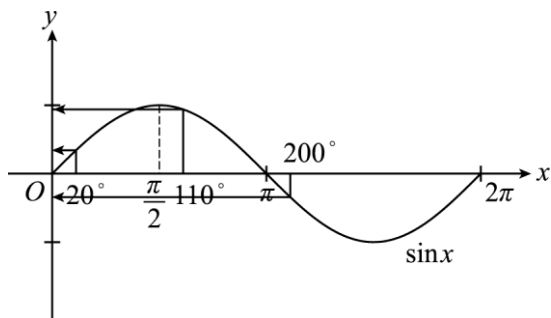
解答

C

解析

比較同為一三角函數，故直接由 $\sin x$ 圖形觀察

由圖示可知：



$$\sin 110^\circ > \sin 20^\circ > 0 > \sin 200^\circ$$

$$\Rightarrow b > a > c$$

- () 24. 下列何者無意義? (A) $\sin \frac{5}{2}\pi$ (B) $\cos \frac{5}{2}\pi$ (C) $\sec \frac{5}{2}\pi$ (D) $\csc \frac{5}{2}\pi$

【龍騰自命題.】

解答

C

- () 25. 若 $0 \leq x < 2\pi$, 函數 $f(x) = -\cos^2 x - \cos x$ 之最大值為 M , 最小值為 m , 則 $M + m$ 之值為何? (A) $\frac{9}{4}$ (B) $\frac{5}{4}$ (C) $-\frac{3}{4}$ (D) $-\frac{7}{4}$

【隨堂講義補充題.】

解答

D

解析

$$f(x) = -\cos^2 x - \cos x = -\left(\cos^2 x + \cos x + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{4} = -\left(\cos x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$$

當 $\cos x = -\frac{1}{2}$ 時, $f(x)$ 有最大值 $M = \frac{1}{4}$

當 $\cos x = 1$ 時, $f(x)$ 有最小值 $m = -2$

故 $M + m = \frac{1}{4} + (-2) = -\frac{7}{4}$