

## 一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

( ) 1.  $\sum_{n=1}^3 (2n-1)2^n =$  (A) 50 (B) 52 (C) 54 (D) 56

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析  $\sum_{n=1}^3 (2n-1)2^n = (2 \times 1 - 1) \times 2^1 + (2 \times 2 - 1) \times 2^2 + (2 \times 3 - 1) \times 2^3 = 54$

( ) 2.  $\log_{0.1} 1 + \log_{10} 0.1 + \log_{0.1} 10 =$  (A) 0 (B) -2 (C) 2 (D) 3 (E) -3

【課本練習題-自我評量.】

解答 B

解析  $\log_{0.1} 1 + \log_{10} 0.1 + \log_{0.1} 10 = 0 + \log_{10} 10^{-1} + \log_{\frac{1}{10}} 10 = 0 + (-1) + (-1) = -2$

( ) 3. 等差級數  $3+7+\dots+47$  的和為 (A) 300 (B) 330 (C) 360 (D) 390

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析  $a_1 = 3, d = 7 - 3 = 4$ , 設  $a_n = 47$

$$3 + (n-1) \times 4 = 47 \Rightarrow n = 12$$

$$\therefore \text{所求} = \frac{(3+47) \times 12}{2} = 300$$

( ) 4. 求  $\log_{10}[\log_5(\log_3 243)] =$  (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

【龍騰自命題.】

解答 A

( ) 5. 若  $a = \log_5 9, b = \log_5 10, c = \log_5 11$ , 則其大小順序為 (A)  $a > b > c$  (B)  $b > a > c$  (C)  $c > b > a$  (D)  $a > c > b$

【龍騰自命題.】

解答 C

( ) 6. 有一等比數列, 第 2 項是 6, 第 5 項是 48, 則第 10 項為 (A) 1536 (B) 1024 (C) 768 (D) 512

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析  $\begin{cases} a_2 = 6 \\ a_5 = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 r = 6 \dots \textcircled{1} \\ a_1 r^4 = 48 \dots \textcircled{2} \end{cases}$

$$\textcircled{2} \div \textcircled{1} \quad r^3 = 8 \Rightarrow r = 2 \Rightarrow a_1 = 3$$

$$\therefore a_{10} = a_1 r^9 = 3 \times 2^9 = 1536$$

( ) 7. 級數  $(1^2 - 2^2) + (3^2 - 4^2) + (5^2 - 6^2) + \dots + (49^2 - 50^2)$  之和為 (A) -1275 (B) -2499 (C) -2401 (D) -1325

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 原式  $= -3 - 7 - 11 - \dots - 99 = \frac{[-3 + (-99)] \times 25}{2} = -1275$

( ) 8. 設一等比數列之公比為  $r$ , 若其前  $n$  項和為  $S_n$ , 已知  $S_{10} = 5, S_{20} = 15$ , 則  $S_{40} =$  (A) 75 (B) 20 (C) 30 (D) 25

【龍騰自命題.】

解答 A

解析  $\therefore S_{10} = \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} = 5, S_{20} = \frac{a(r^{20} - 1)}{r - 1} = 15$

$$\therefore \frac{r^{20} - 1}{r^{10} - 1} = 3 \Rightarrow r^{10} + 1 = 3 \Rightarrow r^{10} = 2$$

$$\because \frac{a}{r-1} = 5 \quad \therefore S_{40} = \frac{a(r^{40}-1)}{r-1} = 5 \times (2^4 - 1) = 75$$

( ) 9. 滿足  $0 \leq \log_2[\log_2(\log_2 x)] \leq 1$  之整數  $x$  共有 (A)10 個 (B)11 個 (C)12 個 (D)13 個

【龍騰自命題.】

**解答** D

**解析** 由  $0 \leq \log_2[\log_2(\log_2 x)]$ , 知  $\log_2(\log_2 x) \geq 1 \quad \therefore \log_2 x \geq 2, x \geq 4$

又由  $\log_2[\log_2(\log_2 x)] \leq 1$ , 知  $\log_2(\log_2 x) \leq 2 \quad \therefore \log_2 x \leq 4, x \leq 16$

故  $4 \leq x \leq 16$ , 共 13 個

( ) 10. 設  $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$ , 則  $\sum_{n=2}^{10} f(n)$  的值为 (A) $\frac{10}{11}$  (B) $\frac{36}{55}$  (C) $\frac{72}{55}$  (D)全部皆非

【龍騰自命題.】

**解答** B

$$f(x) = \frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right)$$

$$\text{故 } \sum_{n=2}^{10} f(n) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{10} - \frac{1}{11} \right) = \frac{36}{55}$$

( ) 11. 若兩等差級數, 前  $n$  項和之比為  $(3n+1) : (7n-1)$ , 則兩數列第 7 項之比為 (A)11 : 24 (B)13 : 27 (C)3 : 7 (D)4 : 9

【龍騰自命題.】

**解答** D

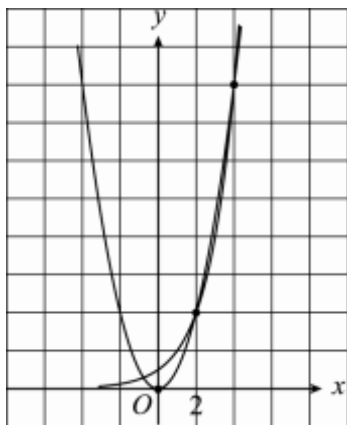
$$\text{解析 } \because a_7 : b_7 = 13a_7 : 13b_7 = S_{13} : S'_{13} = [3(13)+1] : [7(13)-1] = 4 : 9$$

( ) 12. 問  $y = 2^x$  與  $y = x^2$  兩圖形共有幾個交點? (A)0 個 (B)1 個 (C)2 個 (D)3 個

【龍騰自命題.】

**解答** D

**解析**  $y = 2^x$  與  $y = x^2$  兩圖形如下圖



故  $y = 2^x$  與  $y = x^2$  兩圖形共有 3 個交點

( ) 13. 設  $a = \log_{11} 12$ ,  $b = \log_{13} 12$ ,  $c = \log_{\frac{1}{11}} 12$ ,  $d = \log_{\frac{1}{13}} 12$ , 則下列敘述何者正確? (A) $d < c < b < a$  (B) $d < c < a < b$  (C) $c < d < a < b$

(D) $c < d < b < a$

【龍騰自命題.】

**解答** D

$$\text{解析 } \because a = \log_{11} 12 > \log_{11} 11 = 1, b = \log_{13} 12 < \log_{13} 13 = 1$$

$$c = -\log_{11} 12 = -a < -1, d = -\log_{13} 12 = -b > -1$$

而  $a, b > 0$  和  $c, d < 0 \quad \therefore c < d < b < a$

( ) 14. 設  $\alpha, \beta$  為實數且  $m > 1$ , 若  $f(x) = m^x$  且  $f(\alpha) = 10, f(\beta) = 20$ , 則  $f(\alpha + \beta) =$  (A)200 (B)30 (C) $10^{20}$  (D) $20^{10}$

【龍騰自命題.】

**解答** A

**解析**  $\because f(x) = m^x$  且  $f(\alpha) = 10, f(\beta) = 20 \therefore m^\alpha = 10, m^\beta = 20$

故  $f(\alpha + \beta) = m^{\alpha + \beta} = m^\alpha \times m^\beta = 10 \times 20 = 200$

- ( ) 15. 設  $a > 1$ , 則下列有關  $y = a^x$  與  $y = a^{-x}$  圖形的敘述, 何者錯誤? (A) 兩個圖形均在  $x$  軸上方 (B) 兩個圖形以  $x$  軸為對稱軸 (C) 兩個圖形的交點為  $(0, 1)$  (D)  $y = a^x$  為增函數

【龍騰自命題.】

**解答** B

- ( ) 16. 設  $\log_{10} x = \frac{1}{4}$ , 則  $\log_{10}(100x) =$  (A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{5}{4}$  (C)  $\frac{9}{4}$  (D)  $\frac{13}{4}$

【龍騰自命題.】

**解答** C

**解析**  $\log_{10}(100x) = \log_{10} 100 + \log_{10} x = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$

- ( ) 17.  $\log_{25} 125 =$  (A)  $\frac{3}{2}$  (B) 2 (C)  $\frac{2}{3}$  (D) 5

【龍騰自命題.】

**解答** A

- ( ) 18.  $\sum_{k=1}^9 \frac{1}{k(k+1)} =$  (A)  $\frac{1}{99}$  (B)  $\frac{1}{10}$  (C)  $\frac{9}{10}$  (D)  $\frac{11}{10}$

【龍騰自命題.】

**解答** C

**解析**  $\sum_{k=1}^9 \frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^9 \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \left( 1 - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \dots + \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$

- ( ) 19.  $\sum_{k=1}^{20} (5k + 7) =$  (A) 1050 (B) 1150 (C) 1160 (D) 1190

【龍騰自命題.】

**解答** D

- ( ) 20. 不等式  $(0.2)^{x^2 - 2x - 5} < 0.008$  的解為 (A)  $-4 < x < 2$  (B)  $-2 < x < 4$  (C)  $x < -4$  或  $x > 2$  (D)  $x < -2$  或  $x > 4$

【隨堂講義補充題.】

**解答** D

**解析**  $(0.2)^{x^2 - 2x - 5} < 0.008 = (0.2)^3$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 5 > 3 \Rightarrow (x - 4)(x + 2) > 0$$

$$\Rightarrow x < -2 \text{ 或 } x > 4$$

- ( ) 21. 化簡  $\log_4 9 \times \log_3 8 =$  (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

【隨堂講義補充題.】

**解答** A

**解析** 令  $x > 0$  且  $x \neq 1$

$$\log_4 9 \times \log_3 8 = \frac{\log_x 9}{\log_x 4} \times \frac{\log_x 8}{\log_x 3} = \frac{\log_x 8}{\log_x 4} \times \frac{\log_x 9}{\log_x 3} = \frac{3 \log_x 2}{2 \log_x 2} \times \frac{2 \log_x 3}{\log_x 3} = \frac{3}{2} \times 2 = 3$$

- ( ) 22.  $y = \log_a x$  的圖形通過  $(4, 1)$ 、 $(16, b)$ 、 $\left( c, -\frac{1}{2} \right)$  三點, 則  $a + b + c =$  (A) 6 (B)  $\frac{13}{2}$  (C) 7 (D)  $\frac{15}{2}$

【隨堂講義補充題.】

**解答** B

**解析**  $(4, 1)$ 、 $(16, b)$ 、 $\left( c, -\frac{1}{2} \right)$  代入  $y = \log_a x$

$$\begin{cases} \log_a 4 = 1 \cdots \textcircled{1} \\ \log_a 16 = b \cdots \textcircled{2} \\ \log_a c = -\frac{1}{2} \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

由①知  $a=4$

代入②  $b = \log_4 16 = \log_4 4^2 = 2$

代入③  $\log_4 c = -\frac{1}{2} \Rightarrow c = 4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$

$$\therefore a+b+c = 4+2+\frac{1}{2} = \frac{13}{2}$$

- ( ) 23. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三個數均為正實數，且已知  $a+c=36$ ，若  $a$ 、 $b$ 、 $12$  三數成等差數列，且  $2$ 、 $b$ 、 $c$  三數成等比數列，則下列敘述何者有誤？ (A)  $b+c=32$  (B)  $a+b=12$  (C)  $b^2=2c$  (D)  $2b=a+12$

【103 年歷屆試題】

**解答** A

**解析**  $\because a$ 、 $b$ 、 $12$  為等差數列  $\therefore b = \frac{a+12}{2}$

$\Rightarrow 2b = a+12$  (選項(D))  $\Rightarrow a = 2b-12 \cdots \textcircled{1}$

$\because 2$ 、 $b$ 、 $c$  為等比數列  $\therefore b^2 = 2c$  (選項(C))  $\Rightarrow c = \frac{1}{2}b^2 \cdots \textcircled{2}$

把  $a = 2b-12$ ， $c = \frac{1}{2}b^2$  代入  $a+c=36$

$$\text{則 } (2b-12) + \frac{1}{2}b^2 = 36 \xrightarrow{\times 2} 4b-24+b^2=72 \Rightarrow b^2+4b-96=0$$

$$\Rightarrow (b-8)(b+12)=0 \Rightarrow b=8 \text{ 或 } -12$$

而  $b$  為正實數，故  $b=8$

把  $b=8$  代入①與②，則  $a=2 \times 8-12=4$ ， $c=\frac{1}{2} \times 8^2=32$

$$\text{(A) } b+c=8+32=40$$

$$\text{(B) } a+b=4+8=12$$

故選(A)

- ( ) 24. 方程式  $\log_{2x-3}(x-3)^2=1$  的解為 (A) 6 (B) 2 (C) 2 或 6 (D) -2 或 -6

【隨堂講義補充題】

**解答** A

**解析**  $\log_{2x-3}(x-3)^2=1 \Rightarrow (2x-3)^1=(x-3)^2$

$$\Rightarrow x^2-8x+12=0 \Rightarrow x=2 \text{ 或 } 6$$

但  $2x-3 > 0$ ， $2x-3 \neq 1$  且  $(x-3)^2 > 0$

$$\therefore x=6$$

- ( ) 25. 已知  $\log x = 2.3456$ ，則  $x$  的整數部分為幾位數？ (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3

【隨堂講義補充題】

**解答** D

**解析**  $\because \log x$  的首數為 2

$\therefore x$  的整數部分為 3 位數