

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

- ( ) 1. 通過  $A(3, -4)$ 、 $B(3, 7)$  兩點的直線方程式為 (A)  $x = 3$   
 (B)  $y = 11$  (C)  $x + y + 1 = 0$  (D)  $3x - y - 2 = 0$  (E)  $x = y$

【課本練習題-自我評量.】

解答 A

解析  $\because A(3, -4)$ 、 $B(3, 7)$  兩點的  $x$  坐標相同  $\therefore$  直線  $AB$  的方程式為  $x = 3$

- ( ) 2. 設  $A(2, -3)$ 、 $B(4, 1)$ ，則  $|\overrightarrow{AB}| =$  (A)  $\sqrt{10}$  (B)  $\sqrt{5}$   
 (C)  $2\sqrt{5}$  (D)  $2\sqrt{10}$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析  $\because \overrightarrow{AB} = (4 - 2, 1 + 3) = (2, 4)$   $\therefore$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$\therefore$  選(C)

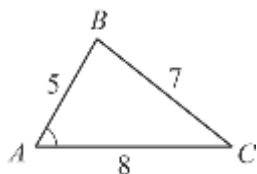
- ( ) 3. 已知  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{AC} = 8$ ，則下列各內積中，何者為最大？ (A)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  (B)  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$   
 (C)  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$  (D)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$

【093 年歷屆試題.】

解答 C

解析  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2}{2\overline{AC} \times \overline{AB}}$   
 $\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \cos A = \overline{AB} \times \overline{AC} \times \frac{\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2}{2\overline{AC} \times \overline{AB}}$

$$= \frac{1}{2}(\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2) = \frac{1}{2}(8^2 + 5^2 - 7^2) = 20$$



$$\text{同理 } \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} = \frac{1}{2}(\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - \overline{AC}^2) = \frac{1}{2}(5^2 + 7^2 - 8^2) = 5$$

$$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}(\overline{BC}^2 + \overline{AC}^2 - \overline{AB}^2) = \frac{1}{2}(7^2 + 8^2 - 5^2) = 44$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = (-\overrightarrow{BA}) \cdot \overrightarrow{BC} = -(\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}) = -5$$

$\therefore \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$  為最大

- ( ) 4. 設方程式  $x^2 + bx + c = 0$  有一根為 2，則  $b$ 、 $c$  之關係為  
 (A)  $2b + c + 4 = 0$  (B)  $2b - c - 4 = 0$  (C)  $2b + c - 4 = 0$

$$(D) b + 2c + 4 = 0$$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 把 2 代入方程式，則  $4 + 2b + c = 0 \Rightarrow 2b + c + 4 = 0$

- ( ) 5. 若  $z = 2 + i$ ，則  $|z - \frac{1}{z}| =$  (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【龍騰自命題.】

解答 B

解析

$$|z - \frac{1}{z}| = |2 + i - \frac{1}{2 + i}| = |2 + i - \frac{2 - i}{5}| = |\frac{8}{5} + \frac{6}{5}i| = \sqrt{(\frac{8}{5})^2 + (\frac{6}{5})^2} = 2$$

- ( ) 6. 將  $-\frac{2}{\pi}$  化為六十分制為 (A)  $-\frac{360^\circ}{\pi^2}$  (B)  $-\frac{1}{90^\circ}$  (C)  $-360^\circ$  (D) 2

【龍騰自命題.】

解答 A

解析  $-\frac{2}{\pi} \times \frac{180^\circ}{\pi} = -\frac{360^\circ}{\pi^2}$

- ( ) 7. 下列哪一點與原點在直線  $L: 2x + 5y - 10 = 0$  之同側？  
 (A)  $(-1, 3)$  (B)  $(6, -1)$  (C)  $(4, 1)$  (D)  $(1, 2)$

【龍騰自命題.】

解答 B

- ( ) 8. 設  $\frac{3x^3 + 2x^2 + 1}{(x + 2)^4} = \frac{a}{x + 2} + \frac{b}{(x + 2)^2} + \frac{c}{(x + 2)^3} + \frac{d}{(x + 2)^4}$ ，  
 則  $a + b + c + d$  之值為 (A)  $-2$  (B)  $-3$  (C) 0 (D) 1

【龍騰自命題.】

解答 C

解析  $\frac{3x^3 + 2x^2 + 1}{(x + 2)^4} = \frac{a}{x + 2} + \frac{b}{(x + 2)^2} + \frac{c}{(x + 2)^3} + \frac{d}{(x + 2)^4}$   
 $= \frac{ax^3 + (6a + b)x^2 + (12a + 4b + c)x + (8a + 4b + 2c + d)}{(x + 2)^4}$

$$\text{故 } \begin{cases} a = 3 \\ 6a + b = 2 \\ 12a + 4b + c = 0 \\ 8a + 4b + 2c + d = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -16 \\ c = 28 \\ d = -15 \end{cases} \text{ 則 } a + b + c + d = 0$$

- ( ) 9. 若  $\theta$  為第二象限角，則 (A)  $\sin\theta \times \tan\theta > 0$  (B)  $\cot\theta < 0$   
 (C)  $\cos\theta \times \sin\theta > 0$  (D)  $\csc\theta < 0$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析  $\because \theta$  為第二象限角  $\therefore \sin\theta > 0, \csc\theta > 0$   
 故(A)  $\sin\theta \times \tan\theta < 0$  (B)  $\cot\theta < 0$  (C)  $\cos\theta \times \sin\theta < 0$   
 (D)  $\csc\theta > 0$

- ( ) 10. 設  $i = \sqrt{-1}$ ，若  $z = \frac{2 + 3i^{13}}{2i^{15} - i^{20}}$ ，則  $z$  的共軛複數為

(A)  $\frac{8}{5} + \frac{i}{5}$  (B)  $-\frac{8}{5} - \frac{i}{5}$  (C)  $-\frac{8}{5} + \frac{i}{5}$  (D)  $\frac{8}{5} - \frac{i}{5}$

【龍騰自命題.】

**解答** B

**解析**  $z = \frac{2+3i^{13}}{2i^{15}-i^{20}} = \frac{2+3i}{-2i-1}$

$\frac{-}{z} = \frac{\overline{2+3i}}{\overline{-2i-1}} = \frac{2-3i}{2i-1} = \frac{(2-3i)(2i+1)}{(2i-1)(2i+1)} = \frac{8+i}{-5} = -\frac{8}{5} - \frac{i}{5}$

( ) 11. 設  $(x^3+x^2-4)(2x^2+5x-1) = ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f$ , 則  $(a+e) \times c$  等於 (A)0 (B)1 (C)-72 (D)36

【龍騰自命題.】

**解答** C

( ) 12. 設  $f(x) = x^4 - 3ax^2 + bx + 4$  有  $x+1$  及  $x-2$  的因式, 則數

對  $(a, b) =$  (A)  $(\frac{5}{3}, -1)$  (B)  $(-\frac{5}{3}, -1)$  (C)  $(\frac{5}{3}, 0)$

(D)  $(-\frac{5}{3}, 0)$

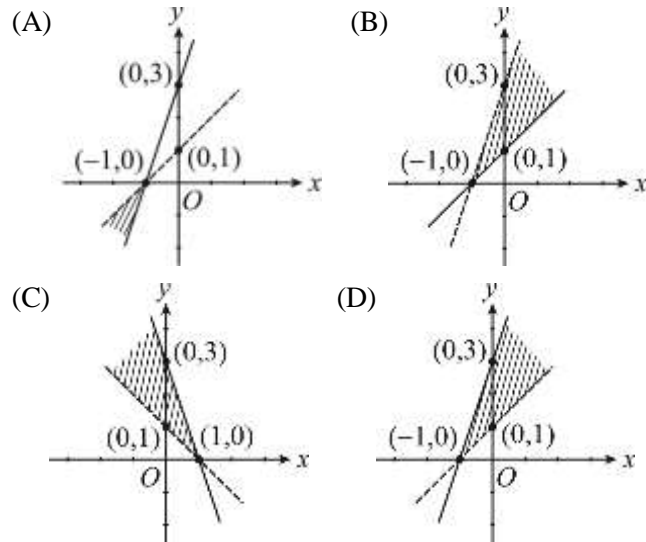
【隨堂講義補充題.】

**解答** C

**解析**  $\begin{cases} f(-1)=0 \\ f(2)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3a-b=-5 \\ -12a+2b=-20 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{5}{3}, b=0$

$\therefore (a, b) = (\frac{5}{3}, 0)$

( ) 13. 下列何者為聯立不等式  $\begin{cases} 3x-y+3 \geq 0 \\ y > x+1 \end{cases}$  之圖形?



【隨堂講義補充題.】

**解答** D

**解析**  $3x-y+3 \geq 0 \Rightarrow$  實線且為  $3x-y+3=0$  的右側  
 $y > x+1 \Rightarrow x+1-y < 0 \Rightarrow$  虛線且為  $x+1-y=0$  的左側  
 故選(D)

( ) 14. 行列式  $\begin{vmatrix} 5 & 0 & -4 \\ 3 & 4 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$  之值 = (A)76 (B)74 (C)54 (D)52

【龍騰自命題.】

**解答** B

**解析**

$\begin{vmatrix} 5 & 0 & -4 \\ 3 & 4 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 5 \times 4 \times 3 + 0 \times (-2) \times 1 + 3 \times (-4) \times 1 - 4 \times (-4) \times 1 - 0 \times 3 \times 3$

$= 60 - 12 + 16 + 10 = 74$

( ) 15. 使  $z^2 = -3 + 4i$  之複數  $z$  為 (A)  $1+2i, -1-2i$  (B)  $1+3i, -1-3i$  (C)  $1+\sqrt{2}i, -1-\sqrt{2}i$  (D)  $2+\sqrt{2}i, -2-\sqrt{2}i$

【龍騰自命題.】

**解答** A

**解析** 設  $z = a + bi$

$\therefore z^2 = -3 + 4i \quad \therefore (a+bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi = -3 + 4i$

即  $\begin{cases} a^2 - b^2 = -3 \\ 2ab = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \end{cases} \quad \therefore z = 1 + 2i \text{ 或 } -1 - 2i$

( ) 16. 已知  $i = \sqrt{-1}$ ,  $a$  為複數, 若二次方程式  $x^2 - ax - 4 + 7i = 0$  有一根為  $2-i$ , 則另一根為何? (A)  $2-3i$  (B)  $-3+2i$  (C)  $2+i$  (D)  $2+3i$

【092年歷屆試題.】

**解答** B

**解析** 設另一根為  $\alpha$ , 則  $\alpha(2-i) = -4 + 7i$

$\Rightarrow \alpha = \frac{-4+7i}{2-i} = \frac{(-4+7i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{-15+10i}{5} = -3+2i$

$\therefore$  另一根為  $-3+2i$

《註》本題並非實係數二次方程式, 故兩根不一定共軛存在

( ) 17. 設  $\omega$  為  $x^3 = 1$  之一虛根, 則下列各式何者錯誤? (A)  $\omega^3 = 1$  (B)  $1 + \omega + \omega^2 = 0$  (C)  $(1 + 2\omega + 2\omega^2)^{10} = 1$  (D)  $(1 + \omega)(1 + \omega^2) = 0$

【龍騰自命題.】

**解答** D

**解析** (A)  $\omega$  是  $x^3 = 1$  之虛根  $\Rightarrow$  把  $\omega$  代入方程式得  $\omega^3 = 1$

(B)  $x^3 = 1 \Rightarrow x^3 - 1 = 0 \Rightarrow (x-1)(x^2+x+1) = 0$

$\therefore \omega$  是  $x^2+x+1=0$  之根  $\Rightarrow \omega^2 + \omega + 1 = 0$

(C)  $(1 + 2\omega + 2\omega^2)^{10} = [1 + 2(\omega + \omega^2)]^{10} = [1 + 2(-1)]^{10} = (-1)^{10} = 1$

(D)  $(1 + \omega)(1 + \omega^2) = (-\omega^2)(-\omega) = \omega^3 = 1 \neq 0$

( ) 18. 化簡  $\frac{x-4}{\sqrt{x}-2} =$  (A)  $x-2$  (B)  $x+2$  (C)  $\sqrt{x}-2$

(D)  $\sqrt{x}+2$

【龍騰自命題.】

**解答** D

( ) 19. 設  $a > 0, b > 0$ , 則  $(a+2b)(\frac{1}{a} + \frac{2}{b})$  的最小值為 (A)6

(B)7 (C)8 (D)9 (E)10

【課本練習題-自我評量.】

**解答** D

**解析** 利用柯西不等式

$$(a+2b)\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}\right) = [(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{2b})^2][\left(\sqrt{\frac{1}{a}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{2}{b}}\right)^2] \geq (\sqrt{a} \times \sqrt{\frac{1}{a}} + \sqrt{2b} \times \sqrt{\frac{2}{b}})^2 = (1 + \sqrt{4})^2 = 9$$

所以  $(a+2b)\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}\right)$  的最小值為 9

( ) 20. 設  $t$  為實數，且三元一次聯立方程式 
$$\begin{cases} (t+1)x + (t-1)z = 1 \\ (t+1)y + z = 3 \\ (t+1)y + tz = 5 \end{cases}$$

無解，則  $t$  可為下列何者？ (A) -2 (B) 0 (C) 1 (D) 2

【106年歷屆試題.】

**解答** C

**解析** 原方程組：
$$\begin{cases} (t+1)x + 0y + (t-1)z = 1 \\ 0x + (t+1)y + z = 3 \\ 0x + (t+1)y + tz = 5 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} t+1 & 0 & t-1 \\ 0 & t+1 & 1 \\ 0 & t+1 & t \end{vmatrix} \quad (\text{第一、二行提出}(t+1))$$

$$= (t+1)^2 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & t-1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & t \end{vmatrix} \quad (\text{第一行降階展開})$$

$$= (t+1)^2 \times 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & t \end{vmatrix} = (t+1)^2 \times 1 \times (1 \times t - 1 \times 1) = (t+1)^2(t-1)$$

若  $\Delta = 0$ ，則  $t = -1$  或  $1$

(1) 當  $t = -1$  時：原方程組：
$$\begin{cases} -2z = 1 \\ z = 3 \quad \text{無解} \\ -z = 5 \end{cases}$$

(2) 當  $t = 1$  時：原方程組：
$$\begin{cases} 2x = 1 \\ 2y + z = 3 \quad \text{無解} \\ 2y + z = 5 \end{cases}$$

由(1)和(2)可知：

當方程組無解時， $t$  可為  $-1$  或  $1$

故選(C)

( ) 21. 已知  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  皆為單位向量且  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  的夾角為  $\frac{\pi}{3}$ ，

若  $\vec{a} - \vec{b}$  與  $m\vec{a} + \vec{b}$  互相垂直，則  $m$  值為 (A) 1

(B) 2 (C) -1 (D) -2

【龍騰自命題.】

**解答** A

**解析**  $\because \vec{a}$ 、 $\vec{b}$  皆為單位向量，則  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$

$$\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = \frac{1}{2}$$

又  $\because \vec{a} - \vec{b}$  與  $m\vec{a} + \vec{b}$  互相垂直

$$\therefore 0 = (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (m\vec{a} + \vec{b})$$

$$= m|\vec{a}|^2 + (1-m)(\vec{a} \cdot \vec{b}) - |\vec{b}|^2$$

$$= m + \frac{1}{2}(1-m) - 1 = \frac{1}{2}m - \frac{1}{2} \quad \therefore m = 1$$

( ) 22.  $\frac{1 + \cos 30^\circ - \tan 45^\circ}{1 + \csc 60^\circ - \cot 45^\circ} =$  (A)  $\frac{3}{4}$  (B)  $\frac{4}{5}$  (C)  $\frac{5}{6}$  (D)  $\frac{6}{7}$

【隨堂講義補充題.】

**解答** A

**解析** 所求  $= \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2} - 1}{1 + \frac{2}{\sqrt{3}} - 1} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = \frac{3}{4}$

( ) 23. 設  $a > 0$ ，則  $3a + \frac{5}{a}$  的最小值為 (A) 30 (B) 15

(C)  $2\sqrt{15}$  (D)  $\sqrt{15}$

【隨堂講義補充題.】

**解答** C

**解析** 利用算幾不等式

$$\frac{3a + \frac{5}{a}}{2} \geq \sqrt{3a \times \frac{5}{a}} = \sqrt{15}$$

$$\Rightarrow 3a + \frac{5}{a} \geq 2\sqrt{15}$$

$$\therefore 3a + \frac{5}{a} \text{ 的最小值為 } 2\sqrt{15}$$

( ) 24. 下列敘述何者錯誤？ (A)  $\sin 2\theta = 2\sin\theta \cos\theta$  (B)  $\cos 2\theta = \sin^2\theta - \cos^2\theta$  (C)  $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$  (D)  $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$

【龍騰自命題.】

**解答** B

( ) 25. 不等式  $x^2 - 3x - 10 \geq 0$  的解為 (A)  $x \leq -2$  或  $x \geq 5$

(B)  $x \leq -5$  或  $x \geq 2$  (C)  $-2 \leq x \leq 5$  (D)  $-5 \leq x \leq 2$

【隨堂測驗.】

**解答** A

**解析**  $x^2 - 3x - 10 \geq 0 \Rightarrow (x-5)(x+2) \geq 0$

$$\Rightarrow x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 5$$