1218 第一、二冊 姓名　　　　　　　座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　) 1.化簡 $\dfrac{5(\cos 55°+i\sin 55°)^4}{\cos 130°+i\sin 130°}=$ 　(A)1　(B)5　(C) $-5i$　(D) $5i$　(E) $5+5i$

【課本練習題-自我評量.】

解答 D

解析 原式 $=5[\cos(55°\times 4-130°)+i\sin(55°\times 4-130°)]=5(\cos 90°+i\sin 90°)$

$=5(0+i)=5i$

(　　) 2.不等式 $x^2-x+1>0$ 的解為　(A) $-1<x<1$　(B) $x<-1$ 或 $x>1$　(C) $\dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}<x<\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$　(D)全部實數　(E)無解

【課本練習題-自我評量.】

解答 D

解析 多項式 x^2-x+1 的 $b^2-4ac=(-1)^2-4\times 1\times 1=-3<0$

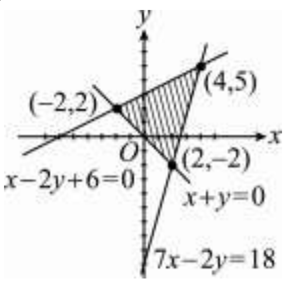
故不等式 $x^2-x+1>0$ 的解為全部實數

(　　) 3.不等式 $x-2y+6\geq 0$，$7x-2y\leq 18$，$x+y\geq 0$ 所成區域面積為　(A)15　(B)16　(C)17　(D)18

【龍騰自命題.】

解答 D

解析



△面積 $=\dfrac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} 4 & 5 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix}\right|=18$

(　　) 4.在△ABC 中，設 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 之對應邊長分別為 a、b、c，若 $\angle B=120°$，$a=5$，$c=3$，則△ABC 的外接圓面積為何？　(A) $\dfrac{7}{\sqrt{3}}\pi$　(B) $\dfrac{49}{\sqrt{3}}\pi$　(C) $\dfrac{7}{3}\pi$　(D) $\dfrac{49}{3}\pi$

【095 年歷屆試題.】

解答 D

解析 $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B=3^2+5^2-2\times 3\times 5\times \cos 120°=9+25-(-15)=49$

$\Rightarrow\ b=\sqrt{49}=7$

又 $\dfrac{b}{\sin B}=2R\ \Rightarrow\ \dfrac{7}{\sin 120°}=2R\ \Rightarrow\ \dfrac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2R\ \Rightarrow\ R=\dfrac{7}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ △ABC 的外接圓面積為 $\pi R^2=\pi\times(\dfrac{7}{\sqrt{3}})^2=\dfrac{49}{3}\pi$

(　　) 5.若 $f(x)=x^4-3x^3+x^2+x+19$，則 $f(2.002)$（求到小數點後第三位）之近似值為　(A)17.172　(B)17.203　(C)17.924　(D)17.002

【龍騰自命題.】

解答 D

解析

$$\begin{array}{rrrrr|l}
1 & -3 & +1 & +1 & +19 & 2 \\
 & +2 & -2 & -2 & -2 & \\
\hline
1 & -1 & -1 & -1 & 17 & \\
 & +2 & +2 & +2 & & \\
\hline
1 & +1 & +1 & 1 & & \\
 & +2 & +6 & & & \\
\hline
1 & +3 & 7 & & & \\
 & +2 & & & & \\
\hline
1 & ,\ 5 & & & &
\end{array}$$

$f(x) = (x-2)^4 + 5(x-2)^3 + 7(x-2)^2 + (x-2) + 17$

$f(2.002) ≒ 7 \times (2.002-2)^2 + (2.002-2) + 17 ≒ 17.002$

(　　　) 6.$\triangle ABC$ 中，$\sin A:\sin B:\sin C = 5:3:7$，則 $\sec C =$　(A)2　(B)-2　(C)$\sqrt{2}$　(D)3

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　已知 $\sin A:\sin B:\sin C = 5:3:7$，由餘弦定理知

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$　　$\therefore$　$49 = 25 + 9 - 2 \times 5 \times 3\cos C$

$\therefore$　$\cos C = -\dfrac{1}{2}$

又 $\cos C\sec C = 1$　　$\therefore$　$\sec C = -2$

(　　　) 7.設 $f(x)$為一多項式，以 $x-2$ 除之餘 2，以 $x-3$ 除之餘 1，則最低次數之 $f(x)$為　(A)x^2+5x+7　(B)$x^2-6x+10$　(C)$-x+4$　(D)$x-4$

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　$f(x) = (x-2)(x-3) \times p(x) + ax + b$　又 $f(2) = 2$，$f(3) = 1$　$\Rightarrow$　$\begin{cases} 2a+b=2 \\ 3a+b=1 \end{cases}$

得 $a = -1$，$b = 4$

$\therefore$　當 $p(x) = 0$ 時，最低次數 $f(x) = (x-2)(x-3) \times 0 + (-x+4) = -x+4$

(　　　) 8.設 $\dfrac{a+bi}{3-2i}$ 化簡後為 $\dfrac{10}{13} + \dfrac{11}{13}i$，則 $\dfrac{1-i}{a+bi}$ 可化為　(A)$\dfrac{3+5i}{17}$　(B)$\dfrac{5-3i}{17}$　(C)$\dfrac{-5-3i}{17}$　(D)$\dfrac{3-5i}{17}$

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$(a+bi)(3+2i) = 10 + 11i$　$\Rightarrow$　$\begin{cases} 3a-2b=10 \\ 2a+3b=11 \end{cases}$　得 $a = 4$，$b = 1$

則 $\dfrac{1-i}{4+i} = \dfrac{(1-i)(4-i)}{(4+i)(4-i)} = \dfrac{3-5i}{17}$

(　　　) 9.在$\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = \sqrt{3}-1$，$\overline{BC} = \sqrt{2}$，$\angle A = 30°$，則　(A)$\overline{AC} = \sqrt{2}$　(B)$\overline{AC} = 1$　(C)$\angle B = 45°$　(D)$\angle C = 15°$

【龍騰自命題.】

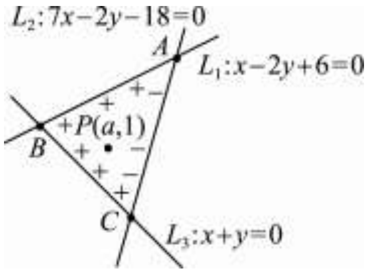
解答　D

(　　　) 10.設三直線 L_1：$x-2y+6=0$，L_2：$7x-2y-18=0$，L_3：$x+y=0$ 圍成$\triangle ABC$，又點 $P(a,1)$在$\triangle ABC$ 內部，則 a 的範圍為　(A)$-4<a<\dfrac{10}{7}$　(B)$1<a<\dfrac{20}{7}$　(C)$-1<a<\dfrac{10}{7}$　(D)$-1<a<\dfrac{20}{7}$

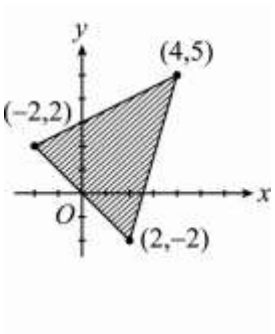
【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$\begin{cases} P\text{在}L_1\text{右側} \\ P\text{在}L_2\text{左側} \\ P\text{在}L_3\text{右側} \end{cases}$　$\Rightarrow$　$\begin{cases} a-2+6>0 \\ 7a-2-18<0 \\ a+1>0 \end{cases}$　$\Rightarrow$　$\begin{cases} a>-4 \\ a<\dfrac{20}{7} \\ a>-1 \end{cases}$　$\Rightarrow$　$-1<a<\dfrac{20}{7}$



(　　　) 11.若 $P(x , y)$是如圖三角形區域內的點，則 $h(x , y)=\dfrac{y+1}{x+3}$ 的最大值為



(A)$\dfrac{6}{7}$　(B)$\dfrac{1}{3}$　(C)$-\dfrac{1}{5}$　(D)3

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$h(x , y)$表 $A(-3 , -1)$與 P 點連線之斜率，取 $h(-2 , 2)$得最大值為 $\dfrac{2+1}{-2+3}=3$

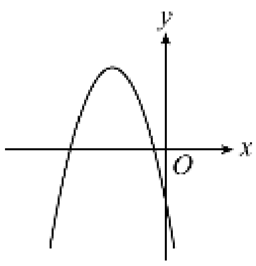
(　　　) 12.設 x、$y>0$，若 $xy^2=36$，則 $3x+y$ 的最小值為　(A)9　(B)12　(C)18　(D)27

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$\because$ $\dfrac{3x+\dfrac{y}{2}+\dfrac{y}{2}}{3}\geq\sqrt[3]{3x\times\dfrac{y}{2}\times\dfrac{y}{2}}$　　$\therefore$ $\dfrac{3x+y}{3}\geq\sqrt[3]{\dfrac{3}{4}xy^2}$ $\Rightarrow$ $3x+y\geq3\sqrt[3]{\dfrac{3}{4}xy^2}=9$

(　　　) 13.設二次函數 $f(x)=ax^2+bx+c$ 的圖形如下，則下列敘述何者<u>有誤</u>？

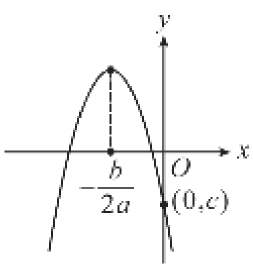


(A)$a<0$　(B)$b>0$　(C)$c<0$　(D)$b^2-4ac>0$

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　$f(x)=ax^2+bx+c$



(A)開口向下　　$\therefore$　$a<0$

(B)頂點 x 坐標為$-\dfrac{b}{2a}<0$　　$\because$　$a<0$　　$\therefore$　$b<0$

(C)圖形和 y 軸交於點$(0,c)$在 x 軸下方　　$\therefore$　$c<0$

(D)圖形和 x 軸有 2 個交點　　$\therefore$　$b^2-4ac>0$

(　　　) 14.若$\cos\theta=\frac{1}{3}$且$0<\theta<\frac{\pi}{2}$，則$3\sin\frac{\theta}{4}\cos\frac{\theta}{4}\cos\frac{\theta}{2}$的值為　(A)$\frac{1}{2}$　(B)$\frac{\sqrt{2}}{2}$　(C)$\frac{\sqrt{3}}{2}$　(D)1

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　原式$=\frac{3}{2}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}=\frac{3}{4}\sin\theta=\frac{3}{4}\sqrt{1-(\frac{1}{3})^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(　　　) 15.若行列式$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=2$，則$\begin{vmatrix} a_1 & c_1+a_1 & b_1-2c_1 \\ a_2 & c_2+a_2 & b_2-2c_2 \\ a_3 & c_3+a_3 & b_3-2c_3 \end{vmatrix}=$　(A)-4　(B)-2　(C)2　(D)4

【104 年歷屆試題.】

解答　B

解析

$$\begin{vmatrix} a_1 & c_1+a_1 & b_1-2c_1 \\ a_2 & c_2+a_2 & b_2-2c_2 \\ a_3 & c_3+a_3 & b_3-2c_3 \end{vmatrix} \overset{\times(-1)}{=} \begin{vmatrix} a_1 & c_1 & b_1-2c_1 \\ a_2 & c_2 & b_2-2c_2 \\ a_3 & c_3 & b_3-2c_3 \end{vmatrix} \overset{\times 2}{=} \begin{vmatrix} a_1 & c_1 & b_1 \\ a_2 & c_2 & b_2 \\ a_3 & c_3 & b_3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = -2$$

(　　　) 16.不等式$6x^2-43x-15\le 0$的整數解有幾個？　(A)5 個　(B)6 個　(C)7 個　(D)8 個

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$6x^2-43x-15\le 0 \;\Rightarrow\; (3x+1)(2x-15)\le 0 \;\Rightarrow\; -\frac{1}{3}\le x\le\frac{15}{2}$

$\therefore$　整數解為 0～7 共 8 個

(　　　) 17.設直線$2x+y=11$與拋物線$y=x^2-4$在第二象限的交點為A，在第一象限的交點為B，若線段$\overline{AB}$上一點P滿足$\overline{AP}:\overline{BP}=2:1$，則$P$點坐標為何？　(A)$\left(\frac{1}{3},\frac{31}{3}\right)$　(B)$(-2,26)$　(C)$(-1,13)$　(D)$\left(\frac{-7}{3},\frac{47}{3}\right)$

【106 年歷屆試題.】

解答　A

解析　(1)先求交點A、B：

直線$2x+y=11 \;\Rightarrow\; y=-2x+11$

而拋物線$y=x^2-4$

令$x^2-4=-2x+11 \;\Rightarrow\; x^2+2x-15=0$

$\Rightarrow\; (x+5)(x-3)=0 \;\Rightarrow\; x=-5$或$3$

當$x=-5$時，$y=-2\times(-5)+11=21$

當$x=3$時，$y=-2\times 3+11=5$

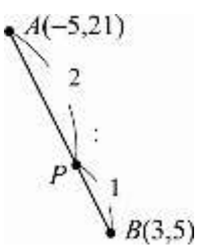
$\because$　交點A在第二象限，交點B在第一象限

$\therefore$　點A的坐標為$(-5,21)$，點B的坐標為$(3,5)$

(2)求線段$\overline{AB}$上的點P：

$\because$　$\overline{AP}:\overline{BP}=2:1$

$\therefore$　P點坐標為$\left(\frac{2\times3+1\times(-5)}{2+1},\frac{2\times5+1\times21}{2+1}\right)=\left(\frac{1}{3},\frac{31}{3}\right)$



(　　　) 18.設$f(x)=x^3+ax^2+bx-6$能被$x-1$、$x+1$整除，則$f(-2)=$　(A)-36　(B)-24　(C)6　(D)12

【龍騰自命題.】

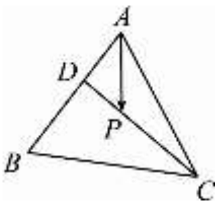
解答 D

解析 $\because$ $x-1$，$x+1$ 能整除 $f(x)$

$\therefore$ $\begin{cases} f(1)=1+a+b-6=0 \\ f(-1)=-1+a-b-6=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=-1 \end{cases}$

故 $f(-2)=(-2)^3+6\times(-2)^2-(-2)-6=-8+24+2-6=12$

(　　) 19.如圖，$\overline{AD}:\overline{BD}=2:3$，$\overline{DP}:\overline{CP}=1:2$，若 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，則數對 $(x,y)=$



(A)$\left(\frac{1}{3},\frac{4}{15}\right)$　(B)$\left(\frac{2}{3},\frac{8}{15}\right)$　(C)$\left(\frac{4}{15},\frac{1}{3}\right)$　(D)$\left(\frac{8}{15},\frac{2}{3}\right)$

【隨堂講義補充題.】

解答 C

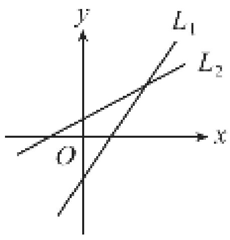
解析 $\triangle ACD$ 中

$\because$ $\overline{DP}:\overline{CP}=1:2$

$\therefore$ $\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\frac{4}{15}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$\Rightarrow$ $(x,y)=\left(\frac{4}{15},\frac{1}{3}\right)$

(　　) 20.如圖，兩直線 L_1、L_2 之方程式分別為 L_1:$x+ay+b=0$、L_2:$x+cy+d=0$；試問下列哪個選項是正確的？



(A)$a>0$　(B)$b>0$　(C)$c>0$　(D)$d>0$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 直線 L_1 與 x、y 軸的交點為$(-b,0)$、$(0,-\frac{b}{a})$

直線 L_2 與 x、y 軸的交點為$(-d,0)$、$(0,-\frac{d}{c})$

由圖可知：$-b>0$、$-\frac{b}{a}<0$；$-d<0$、$-\frac{d}{c}>0$

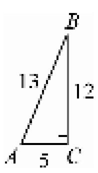
因此 $a<0$、$b<0$、$c<0$、$d>0$

(　　) 21.$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\overline{AC}=5$，$\overline{BC}=12$，則 $\angle A$ 的六個三角函數值中，最大值為　(A)$\frac{12}{13}$　(B)$\frac{12}{5}$　(C)$\frac{13}{5}$　(D)$\frac{13}{12}$

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析



$\overline{AB}=\sqrt{5^2+12^2}=13$

$\sin A=\dfrac{12}{13}$，$\cos A=\dfrac{5}{13}$

$\tan A=\dfrac{12}{5}$，$\cot A=\dfrac{5}{12}$

$\sec A=\dfrac{13}{5}$，$\csc A=\dfrac{13}{12}$

$\therefore$ 最大值$=\dfrac{13}{5}$

(　　) 22.設 k 為實數，若任意實數 x 均使 kx^2-2x+k 恆為正數，則 k 之範圍為何？ (A)$k>1$ (B)$0<k<1$ (C)$-1<k<0$ (D)$k<-1$

【094 年歷屆試題.】

解答 A

解析 $\because$ kx^2-2x+k 恆為正數

$\Rightarrow \begin{cases} k>0 \\ (-2)^2-4\times k\times k<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k>0 \\ 4k^2-4>0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} k>0 \\ (k+1)(k-1)>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k>0 \\ k>1 \text{或} k<-1 \end{cases}$

$\therefore$ k 的範圍為 $k>1$

(　　) 23.設$\left|\overrightarrow{a}\right|=\sqrt{26}$，$\left|\overrightarrow{b}\right|=\sqrt{20}$，$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=-14$，則以 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ 為鄰邊所決定之三角形面積為 (A)6 (B)7 (C)8 (D)9

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 所求$=\dfrac{1}{2}\sqrt{\left|\overrightarrow{a}\right|^2\left|\overrightarrow{b}\right|^2-\left(\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}\right)^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{26\times 20-(-14)^2}=9$

(　　) 24.不等式 $x+2y-2\geq 0$ 的圖形<u>不通過</u>第幾象限？ (A)一 (B)二 (C)三 (D)四

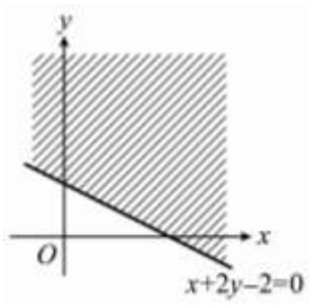
【隨堂測驗.】

解答 C

解析 作直線 $x+2y-2=0$

x	2	0
y	0	1

$x+2y-2\geq 0$ 的解在直線的右側，如圖所示，故圖形不通過第三象限



(　　) 25.若 $ax+by=2$ 與 $5x-4y+1=0$ 表示同一直線，則 $a+b=$ (A)-2 (B)2 (C)10 (D)18

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $\dfrac{a}{5}=\dfrac{b}{-4}=\dfrac{-2}{1}$ $\Rightarrow$ $a=-10$、$b=8$ 故 $a+b=-2$