

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

- ( ) 1. 已知  $i = \sqrt{-1}$ ，且  $a、b$  為實數，若  $\frac{1-3i}{1+i} = a+bi$ ，則  $a+b =$  (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

【091 年歷屆試題】

**解答** A

**解析** 由題目中

$$\frac{1-3i}{1+i} = \frac{(1-3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-i-3i+3i^2}{1^2-i^2} = \frac{1-4i-3}{1+1} = \frac{-2-4i}{2} = -1-2i = a+bi$$

$$\therefore a = -1, b = -2$$

故得  $a+b = -3$

- ( ) 2. 設  $\alpha、\beta$  為方程式  $x^2 - 5x + 3 = 0$  的兩根，則  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$  之值為何？ (A)  $-\frac{7}{3}$  (B)  $\frac{17}{3}$  (C)  $\frac{19}{3}$  (D)  $\frac{20}{3}$

【103 年歷屆試題】

**解答** C

**解析**  $\alpha + \beta = -\frac{-5}{1} = 5, \alpha\beta = \frac{3}{1} = 3$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 5^2 - 2 \times 3 = 19$$

$$\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta^2}{\alpha\beta} + \frac{\alpha^2}{\alpha\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{19}{3}$$

- ( ) 3. 若  $\sin 230^\circ = k$ ，則  $\tan 50^\circ =$  (A)  $-\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$  (B)  $-\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$  (C)  $-\sqrt{1-k^2}$  (D)  $-\frac{1}{\sqrt{1-k^2}}$

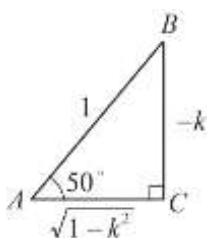
【098 年歷屆試題】

**解答** B

**解析**  $\sin 230^\circ = \sin(180^\circ + 50^\circ) = -\sin 50^\circ = k$

$$\Rightarrow \sin 50^\circ = -k = \frac{-k}{1}$$

如圖所示：



$$\text{故 } \tan 50^\circ = \frac{-k}{\sqrt{1-k^2}} = -\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$$

- ( ) 4. 若  $z = \cos 737^\circ + i \sin 523^\circ$ ，則  $\text{Arg}(z) =$  (A)  $737^\circ$  (B)  $523^\circ$  (C)  $17^\circ$  (D)  $163^\circ$

【龍騰自命題】

**解答** C

**解析**  $z = \cos(360^\circ \times 2 + 17^\circ) + i \sin(360^\circ + 163^\circ) = \cos 17^\circ + i \sin 163^\circ$

$$= \cos 17^\circ + i \sin 17^\circ$$

$$\therefore \text{Arg}(z) = 17^\circ$$

- ( ) 5. 已知  $(\csc \theta, \cot \theta)$  在第二象限，則角  $\theta$  在哪一象限？ (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四

【龍騰自命題】

**解答** C

**解析**  $\because (\csc \theta, \cot \theta)$  在第二象限  $\therefore \csc \theta < 0$  且  $\cot \theta > 0$   
 $\therefore \theta$  在第三象限

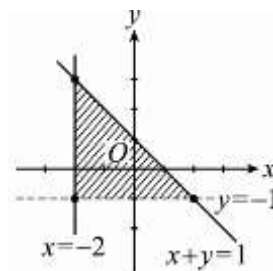
$\theta$	I	II	III	IV
$\csc \theta$	$> 0$	$> 0$	$< 0$	$< 0$
$\cot \theta$	$> 0$	$< 0$	$> 0$	$< 0$

- ( ) 6. 設  $x、y$  皆為整數，則不等式組  $\begin{cases} x+y \leq 1 \\ x \geq -2 \\ y > -1 \end{cases}$  之解有幾組？ (A) 12 (B) 10 (C) 8 (D) 7

【龍騰自命題】

**解答** B

**解析**  $\begin{cases} x+y \leq 1 \\ x \geq -2 \\ y > -1 \end{cases}$



整數解有 10 組： $(-2, 0)、(-1, 0)、(0, 0)、(1, 0)、(-2, 1)、(-1, 1)、(0, 1)、(-2, 2)、(-1, 2)、(-2, 3)$

- ( ) 7.  $f(x-1) = -4x^3 + 5x^2 + 12x - 30$ ，則  $f(f(-3))$  之值為 (A) -3 (B) -13 (C) -23 (D) -33

【龍騰自命題】

**解答** D

**解析**  $f(-3) = f(-2-1) = -4(-2)^3 + 5(-2)^2 + 12(-2) - 30 = -2$

$$f(f(-3)) = f(-2) = f(-1-1) = -4(-1)^3 + 5(-1)^2 + 12(-1) - 30 = -33$$

- ( ) 8.  $A(1, 3), B(-2, 3+3\sqrt{3})$ ，則  $\vec{AB} =$  (A)  $(3, -3\sqrt{3})$  (B)  $(-3, 3\sqrt{3})$  (C)  $(3, 3)$  (D)  $(-3, -\sqrt{3})$

【龍騰自命題】

**解答** B

- ( ) 9. 若  $a、b$  皆為正實數，則  $(3a+b)(\frac{3}{a} + \frac{4}{b})$  的最小值為 (A) 0 (B) 5 (C) 15 (D) 25

【龍騰自命題】

**解答** D

**解析**  $(3a+b)\left(\frac{3}{a}+\frac{4}{b}\right) \geq (\sqrt{3a} \times \sqrt{\frac{3}{a}} + \sqrt{b} \times \sqrt{\frac{2}{b}})^2 = (3+2)^2 = 25$

- ( ) 10. 關於函數  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $ac \neq 0$  之圖形, 下列敘述何者錯誤? (A) 為一拋物線 (B) 與  $x$  軸至少有一個交點 (C) 當  $b^2 = 4ac$  時, 與  $x$  軸僅有一個交點 (D) 當  $b = 0$ , 與  $x$  軸的交點不可能只有一個

【龍騰自命題.】

**解答** B

**解析** (A)  $\because f(x) = ax^2 + bx + c, ac \neq 0 \therefore f(x)$  為二次函數, 為一拋物線

(B)  $f(x)$  與  $x$  軸可能: 無交點, 一個交點, 或二個交點

(C) 當  $b^2 = 4ac$  時, 頂點坐標  $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right) = \left(\frac{-b}{2a}, 0\right)$ ,

恰與  $x$  軸交於頂點

(D) 當  $b = 0$  時, 頂點坐標  $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right) = (0, c)$

$\because c \neq 0 \therefore$  與  $x$  軸交點不只一個

- ( ) 11. 化簡  $\sqrt{32} - \sqrt{72} + \sqrt{18} =$  (A)  $\sqrt{2}$  (B)  $-\sqrt{2}$  (C)  $2\sqrt{2}$  (D)  $3\sqrt{2}$

【龍騰自命題.】

**解答** A

**解析** 原式  $= 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$

- ( ) 12. 設複數  $z$  滿足  $z - \bar{z} = 4i$ , 則  $z$  在複數平面上所對應的點的  $y$  坐標為 (A) 2 (B) 4 (C) -2 (D) -4

【龍騰自命題.】

**解答** A

**解析** 設  $z = a + bi$

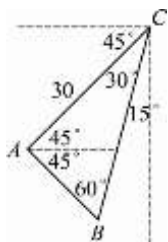
$$z - \bar{z} = 4i \Rightarrow (a + bi) - (a - bi) = 4i \Rightarrow 2bi = 4i \Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow b = 2$$

- ( ) 13. A 船在燈塔 C 之西  $45^\circ$  南, B 船在 C 之南  $15^\circ$  西, 且 B 在 A 之東南, 若 A 船與塔 C 距離 30 哩, 則  $\overline{AB} =$  (A) 10 哩 (B)  $10\sqrt{2}$  哩 (C)  $10\sqrt{3}$  哩 (D) 20 哩

【隨堂講義補充題.】

**解答** C

**解析** 如圖,  $\overline{AB} = \frac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$  (哩)



- ( ) 14. 設  $\theta$  為銳角,  $\tan\theta \times \cos\theta \times \sin\theta \times \csc\theta =$  (A)  $\tan\theta$  (B)  $\sin\theta$  (C)  $\sec\theta$  (D)  $\cos\theta$

【龍騰自命題.】

**解答** B

- ( ) 15. 求  $\sin\frac{2}{3}\pi \cos\frac{11}{6}\pi \tan\frac{5}{4}\pi \cot(-\frac{9}{4}\pi) \sec(-\frac{5}{3}\pi) \csc(-\frac{31}{6}\pi)$  的值为 (A) 2 (B)  $\sqrt{2}$  (C)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (D) -3

【龍騰自命題.】

**解答** D

**解析**  $\sin\frac{2}{3}\pi \cos\frac{11}{6}\pi \tan\frac{5}{4}\pi \cot(-\frac{9}{4}\pi) \sec(-\frac{5}{3}\pi) \csc(-\frac{31}{6}\pi)$   
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 \times (-1) \times 2 \times 2 = -3$

- ( ) 16. 下列何者為  $x^3 - 9x^2 + 20x - 12$  之因式? (A)  $x + 1$  (B)  $x + 2$  (C)  $x + 6$  (D)  $x - 6$

【龍騰自命題.】

**解答** D

**解析** 令  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 20x - 12$

$$\because f(1) = 1 - 9 + 20 - 12 = 0 \therefore f(x) \text{ 有因式 } (x - 1)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -9 & +20 & -12 & | & 1 \\ & +1 & -8 & +12 & & \\ \hline & 1 & -8 & +12 & , & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x - 1)(x^2 - 8x + 12) = (x - 1)(x - 2)(x - 6)$$

- ( ) 17. 化簡  $\frac{1+i}{1-i}^{14} =$  (A)  $i$  (B) -1 (C)  $-i$  (D) 1

【龍騰自命題.】

**解答** B

**解析**  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{14} = \left[\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2\right]^7 = \left[\frac{(1+i)^2}{(1-i)^2}\right]^7 = \left[\frac{2i}{-2i}\right]^7 = (-1)^7 = -1$

- ( ) 18. 若  $f(x)$  除以  $x^2 - 1$  餘式為  $3x + 2$ ,  $g(x)$  除以  $x^2 + 2x - 3$  餘式為  $5x + 2$ , 則  $(x + 1)f(x) + (5x^2 + 3)g(x)$  除以  $x - 1$  之餘式為 (A) 55 (B) 66 (C) 77 (D) 88

【龍騰自命題.】

**解答** B

**解析**  $f(x) = (x^2 - 1)Q_1(x) + 3x + 2 \Rightarrow f(1) = 3 + 2 = 5$

$$g(x) = (x^2 + 2x - 3)Q_2(x) + 5x + 2 \Rightarrow g(1) = 5 + 2 = 7$$

$$\text{令 } h(x) = (x + 1)f(x) + (5x^2 + 3)g(x)$$

$$\therefore h(x) \text{ 除以 } x - 1 \text{ 之餘式為 } h(1) = (1 + 1)f(1) + (5 + 3)g(1) = 2 \times 5 + 8 \times 7 = 66$$

- ( ) 19.  $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ ax + by = 10 \end{cases}$  有無限多組解, 則  $a + b =$  (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 0

【課本練習題-自我評量.】

**解答** B

**解析**  $\because$  方程組有無限多組解

$$\therefore \Delta = \Delta_x = \Delta_y = 0$$

$$\text{即 } \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ a & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 10 & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ a & 10 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{cases} 5b - 30 = 0 \\ 20 - 5a = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a=4 \\ b=6 \end{cases} \quad ( ) \quad 20. \tan(180^\circ + \theta) \sin(90^\circ + \theta) - \cos(\theta$$

$-180^\circ) \cot(\theta - 180^\circ)$  可化簡得 (A)  $\sec \theta$  (B)  $-\sec \theta$

(C)  $\csc \theta$  (D)  $-\csc \theta$

【龍騰自命題.】

$$\text{故 } a+b=4+6=10$$

解答 C

解析  $\tan(180^\circ + \theta) \sin(90^\circ + \theta) - \cos(\theta - 180^\circ) \cot(\theta - 180^\circ)$

$$= \tan \theta \times \cos \theta - (-\cos \theta) \times \cot \theta = \frac{1}{\sin \theta} = \csc \theta$$

( ) 21. 若多項式  $ax^2 + x - 3$  與多項式  $-2x^2 + bx + c$  相等，則

$a+b+c =$  (A)  $-2$  (B)  $-4$  (C)  $5$  (D)  $3$  (E)  $0$

【課本練習題-自我評量.】

解答 B

解析  $\because ax^2 + x - 3 = -2x^2 + bx + c \quad \therefore a = -2, b = 1, c$

$$= -3$$

$$\Rightarrow a+b+c = -2+1-3 = -4$$

( ) 22. 不等式  $x^2 - 8 \leq 0$  的解為 (A)  $0 \leq x \leq 8$  (B)  $-2 \leq x \leq 2$

(C)  $-4 \leq x \leq 4$  (D)  $-2\sqrt{2} \leq x \leq 2\sqrt{2}$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 原式  $\Rightarrow (x+2\sqrt{2})(x-2\sqrt{2}) \leq 0 \Rightarrow -2\sqrt{2} \leq x$

$$\leq 2\sqrt{2}$$

( ) 23. 不等式  $x^2 + 4 > 0$  的解為 (A)  $-2 < x < 2$  (B)  $x < -2$  或

$x > 2$  (C) 所有實數 (D) 無解

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 任意實數  $x^2 \geq 0 \Rightarrow$  故  $x^2 + 4 > 0$  的解為所有實數

( ) 24. 設  $a, b$  為實數，若一元二次不等式  $ax^2 + x + b > 0$  的

解集合為  $\{x \mid \frac{-1}{5} < x < \frac{2}{3}, x \text{ 為實數}\}$ ，則  $2a+b =$

(A)  $-5$  (B)  $-4$  (C)  $4$  (D)  $5$

【100年歷屆試題.】

解答 B

解析  $\because -\frac{1}{5} < x < \frac{2}{3} \Rightarrow (x - (-\frac{1}{5}))(x - \frac{2}{3}) < 0 \Rightarrow$

$$(x + \frac{1}{5})(x - \frac{2}{3}) < 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{7}{15}x - \frac{2}{15} < 0 \xrightarrow{\times(-\frac{15}{7})} -\frac{15}{7}x^2 + x + \frac{2}{7} > 0$$

與  $ax^2 + x + b > 0$  比較，得  $a = -\frac{15}{7}, b = \frac{2}{7}$

$$\text{因此 } 2a+b = 2 \times (-\frac{15}{7}) + \frac{2}{7} = -4$$

( ) 25.  $\cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cos^2 3^\circ + \dots + \cos^2 179^\circ + \cos^2 180^\circ =$

(A) 88 (B) 89 (C) 90 (D) 91

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 所求

$$= (\cos^2 1^\circ + \cos^2 91^\circ) + (\cos^2 2^\circ + \cos^2 92^\circ) + \dots$$

$$+ (\cos^2 89^\circ + \cos^2 179^\circ) + \cos^2 90^\circ + \cos^2 180^\circ$$

$$= (\cos^2 1^\circ + \sin^2 1^\circ) + (\cos^2 2^\circ + \sin^2 2^\circ) + \dots$$

$$+ (\cos^2 89^\circ + \sin^2 89^\circ) + 0^2 + (-1)^2$$

$$= 89 + 0 + 1 = 90$$