

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

( ) 1. 平面上三點  $A(k, -2)$ 、 $B(1, 2)$ 、 $C(3, 1)$ ，若  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點共線，則  $k$  之值為 (A)6 (B)7 (C)8 (D)9

【課本練習題-自我評量.】

**解答** D

**解析**  $\because A、B、C$  三點共線  $\therefore m_{AB} = m_{BC}$

$$\Rightarrow \frac{-2-2}{k-1} = \frac{2-1}{1-3} \Rightarrow \frac{-4}{k-1} = \frac{1}{-2}$$

$$\Rightarrow k-1=8 \Rightarrow k=9$$

( ) 2. 若  $x、y、z$  為實數，且  $x^2+y^2+z^2=3$ ，則  $x-y+z$  的最小值為 (A)-1 (B)-3 (C)-6 (D)-9

【龍騰自命題.】

**解答** B

**解析**  $\because (x^2+y^2+z^2)[1^2+(-1)^2+1^2] \geq (x-y+z)^2 \therefore 3$

$$\times 3 \geq (x-y+z)^2$$

$$\Rightarrow -3 \leq x-y+z \leq 3$$

( ) 3. 設方程式  $x^2+6x+1=0$  的兩根為  $\alpha、\beta$ ，則  $(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2$  之值為 (A)4 (B)8 (C)-4 (D)-8

【龍騰自命題.】

**解答** D

**解析**  $\because$  兩根之和  $\alpha+\beta=-6$ ，兩根之積  $\alpha\beta=1$

$$\therefore \alpha < 0, \beta < 0$$

$$\text{則 } (\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2 = \alpha - 2\sqrt{\alpha\beta} + \beta = -6 - 2 = -8$$

( ) 4. 設行列式  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 5$ ，則  $\begin{vmatrix} 4a & 24b \\ c & 6d \end{vmatrix} =$  (A)120 (B)100

(C)90 (D)140

【龍騰自命題.】

**解答** A

**解析**  $\begin{vmatrix} 4a & 24b \\ c & 6d \end{vmatrix} = 24(ad - bc) = 24 \times 5 = 120$

( ) 5. 已知  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  且  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ，則  $\sin^4 \theta - \cos^4 \theta =$

(A)  $-\frac{5}{13}$  (B)  $\frac{5}{13}$  (C)  $-\frac{7}{25}$  (D)  $\frac{7}{25}$

【隨堂講義補充題.】

**解答** C

**解析**  $\because \frac{\pi}{2} < \theta < \pi$  且  $\sin \theta = \frac{3}{5}$

$$\Rightarrow \cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta = 1 - 2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{7}{25}$$

$$\text{所求 } \sin^4 \theta - \cos^4 \theta = (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \times (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)$$

$$= \sin^2 \theta - \cos^2 \theta = -(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = -\cos 2\theta = -\frac{7}{25}$$

( ) 6. 已知  $i = \sqrt{-1}$ ，則複數  $\frac{3+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}$  的實部為 (A)  $\sqrt{3}$

(B)  $-\sqrt{3}$  (C) 0 (D) 1

【隨堂講義補充題.】

**解答** C

**解析**

$$\frac{3+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i} = \frac{(3+\sqrt{3}i)(1+\sqrt{3}i)}{(1-\sqrt{3}i)(1+\sqrt{3}i)} = \frac{3+3\sqrt{3}i+\sqrt{3}i+3i^2}{1-3i^2}$$

$$= \frac{0+4\sqrt{3}i}{4} = 0+\sqrt{3}i$$

$\therefore$  實部為 0

( ) 7. 求方程式  $x^2+2|x|-15=0$  之兩根的平方和為 (A)14

(B)18 (C)15 (D)10

【龍騰自命題.】

**解答** B

**解析**  $\because x^2 = |x|^2 \therefore x^2 + 2|x| - 15 = 0$

$$\Rightarrow |x|^2 + 2|x| - 15 = 0 \Rightarrow (|x|+5)(|x|-3) = 0 \Rightarrow |x| = 3 \text{ 或 } -5 \text{ (不合)}$$

$$\text{即 } |x| = 3 \Rightarrow x = \pm 3, \text{ 兩根的平方和為 } 3^2 + (-3)^2 = 18$$

( ) 8.  $A(1, 3)$ ， $B(-2, 3+3\sqrt{3})$ ，則  $\overrightarrow{AB} =$  (A)  $(3, -3\sqrt{3})$

(B)  $(-3, 3\sqrt{3})$  (C)  $(3, 3)$  (D)  $(-3, -\sqrt{3})$

【龍騰自命題.】

**解答** B

( ) 9. 設一圓之圓心  $(3, -1)$ ，點  $P(-2, 4)$  在圓周上，則此圓之

直徑長為 (A)10 (B)  $5\sqrt{2}$  (C)50 (D)  $10\sqrt{2}$

【龍騰自命題.】

**解答** D

**解析**  $O(3, -1)$ ， $P(-2, 4)$   $\therefore$

$$\overline{OP} = \sqrt{(-2-3)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{25+25} = 5\sqrt{2}$$

$$\therefore \text{直徑} = 2 \times \overline{OP} = 2 \times 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

( ) 10. 若  $\frac{\sin \theta}{1-\cos \theta} + \frac{1-\cos \theta}{\sin \theta} = K$ ，則  $K$  等於 (A)  $\tan \theta$  (B) 1

(C)  $\frac{2}{\sin \theta}$  (D) 0

【龍騰自命題.】

**解答** C

**解析** 將原式通分後得

$$\frac{\sin^2 \theta + (1-\cos \theta)^2}{\sin \theta(1-\cos \theta)} = \frac{(1+\cos \theta)(1-\cos \theta) + (1-\cos \theta)^2}{\sin \theta(1-\cos \theta)} = \frac{2}{\sin \theta}$$

( ) 11. 在  $x \geq 0$ ， $y \geq 0$ ， $3x+y \geq 9$ ， $x+2y \geq 8$ ， $4x+3y \geq 22$

的限制條件下，組成可行解的區域，除  $(8, 0)$ 、 $(0, 9)$ 、 $(1, 6)$  三頂點外，另一頂點坐標為何？ (A)  $(4, 2)$

(B)(5,2) (C)(3,3) (D)(3,4)

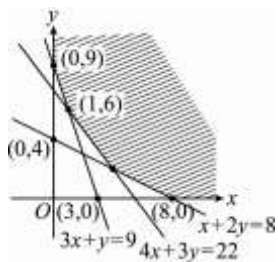
【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 由限制條件畫圖：

$$\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \text{ (第一象限)} \\ 3x + y \geq 9 \\ x + 2y \geq 8 \\ 4x + 3y \geq 22 \end{cases}$$

x	0	3	x	0	8	x	0	22
y	9	0	y	4	0	y	22	0
							3	4



可行解頂點除(0,9)、(1,6)、(8,0)，

另一頂點為  $\begin{cases} x+2y=8 \\ 4x+3y=22 \end{cases}$  之交點解得  $x=4, y=2$

故另一頂點坐標為(4,2)

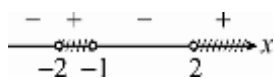
- ( ) 12. 不等式  $(x^3+1)(x^4-16) > 0$  之解為 (A)  $-2 < x < -1$  或  $x > 2$  (B)  $x < -2$  或  $-1 < x < 2$  (C)  $x < -2$  或  $1 < x < 2$  (D)  $-1 < x < 2$  或  $x > 4$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析  $(x+1)(x^2-x+1)(x^2+4)(x+2)(x-2) > 0 \quad \because x^2-x+1, x^2+4$  恆為正

$\Rightarrow (x+1)(x+2)(x-2) > 0$



$\therefore x$  的範圍為  $-2 < x < -1$  或  $x > 2$

- ( ) 13. 方程式  $6x^2 - 13x + 6 = 0$  的解為  $x =$  (A)  $1, \frac{1}{6}$  (B)  $-2, -3$  (C)  $\frac{2}{3}, 2$  (D)  $\frac{2}{3}, \frac{3}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 D

- ( ) 14. 設  $x, y, z > 0$ ，若  $xyz = 20$ ，則  $2x + 5y + 5z$  的最小值為 (A) 20 (B) 30 (C) 40 (D) 50

【龍騰自命題.】

解答 B

解析  $\because \frac{2x+5y+5z}{3} \geq \sqrt[3]{2x \times 5y \times 5z} \quad \therefore$

$\frac{2x+5y+5z}{3} \geq \sqrt[3]{50xyz}$

$\Rightarrow 2x+5y+5z \geq 3\sqrt[3]{50xyz} = 3\sqrt[3]{1000} = 30$

- ( ) 15. 複數  $\frac{6-8i}{4i-3}$  的絕對值為 (A) 2 (B)  $\frac{12}{5}$  (C) 3 (D)  $\frac{13}{5}$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析  $|\frac{6-8i}{-3+4i}| = |\frac{2(3-4i)}{-(3-4i)}| = |-2| = 2$

- ( ) 16. 化簡  $(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}) =$  (A)  $2\sqrt{3}+2$  (B)  $2\sqrt{3}-2$  (C)  $2\sqrt{2}$  (D)  $2\sqrt{3}$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析

$$\begin{aligned} (1-\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}) &= \\ (1+\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 &= 1+2\sqrt{3}+3-2 = 2\sqrt{3}+2 \end{aligned}$$

- ( ) 17. 設二向量  $\vec{a}, \vec{b}$ ，且  $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=5$ ， $\vec{a}$  與  $\vec{b}$

的夾角為  $\frac{\pi}{3}$ ，則  $|3\vec{a}-\vec{b}| =$  (A)  $\sqrt{31}$  (B) 31

(C)  $\sqrt{15}$  (D) 15

【龍騰自命題.】

解答 A

解析  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 2 \times 5 \times \frac{1}{2} = 5$

$|3\vec{a}-\vec{b}|^2 = 9|\vec{a}|^2 - 6\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = 9 \times 2^2 - 6 \times 5 + 5^2 = 31$

$\therefore |3\vec{a}-\vec{b}| = \sqrt{31}$

- ( ) 18. 若  $\sin \theta = \frac{4}{5}, \frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ，則下列各式何者恆真？

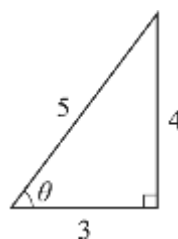
(A)  $\cos \theta = \frac{3}{5}$  (B)  $\tan \theta = \frac{3}{4}$  (C)  $\sec(\frac{\pi}{2}-\theta) = \frac{5}{4}$

(D)  $\csc(\frac{\pi}{2}-\theta) = \frac{5}{3}$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析  $\because \frac{\pi}{2} < \theta < \pi \quad \therefore \theta$  為第二象限角



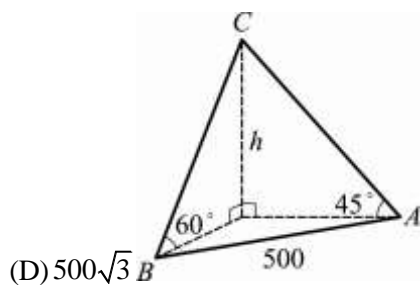
(A)  $\cos \theta = -\frac{3}{5}$  (B)  $\tan \theta = -\frac{4}{3}$

(C)  $\sec(\frac{\pi}{2}-\theta) = \csc \theta = \frac{5}{4}$

(D)  $\csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sec \theta = -\frac{5}{3}$

- ( ) 19. 今有人欲測一山的高度，當此人在此山的正東方一點 A，測得山頂 C 的仰角為  $45^\circ$ ，又當他在山的南  $60^\circ$  西方向一點 B，測得山頂 C 的仰角為  $60^\circ$ ，如圖所示。若 A、B 兩點相距 500 公尺，則此山高  $h$  為多少公尺？

- (A)  $\frac{500}{3}\sqrt{3}$  (B)  $\frac{500}{7}\sqrt{21}$  (C)  $\frac{500}{3}\sqrt{21}$



【104 年歷屆試題.】

**解答** B

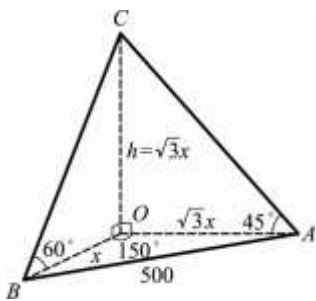
**解析** 設山的底部為 O 點，山高  $h = \sqrt{3}x$  (公尺)

在  $\triangle OAC$  之中， $\overline{OA} = \sqrt{3}x$

在  $\triangle OBC$  之中， $\overline{OB} = x$

$\therefore$  A 點在山的正東方且 B 點在山的南  $60^\circ$  西

$\therefore \angle AOB = 150^\circ$



在  $\triangle OAB$  之中，由餘弦定理可知：

$$500^2 = x^2 + (\sqrt{3}x)^2 - 2 \times x \times \sqrt{3}x \times \cos 150^\circ$$

$$= x^2 + 3x^2 - 2\sqrt{3}x^2 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = x^2 + 3x^2 + 3x^2 = 7x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{500^2}{7}$$

$$\Rightarrow x = \frac{500}{\sqrt{7}} = \frac{500}{7}\sqrt{7}$$

故山高  $h = \sqrt{3}x = \sqrt{3} \times \frac{500}{7}\sqrt{7} = \frac{500}{7}\sqrt{21}$  (公尺)

- ( ) 20. 若  $a + 1 - 2bi + i = b - 4 + ai - 3i$ ，且  $a、b$  為實數，則  $2a + b =$  (A)-1 (B)0 (C)1 (D)5

【龍騰自命題.】

**解答** A

**解析**  $(a + 1) + (-2b + 1)i = (b - 4) + (a - 3)i$

$$\begin{cases} a + 1 = b - 4 \\ -2b + 1 = a - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \end{cases}$$

故  $2a + b = 2 \times (-2) + 3 = -1$

- ( ) 21. 已知平行四邊形的兩邊在直線  $2x + 3y - 7 = 0$  與  $x - 3y$

$+ 4 = 0$  上，一頂點為 (1,1)，則另兩邊所在直線方程式分別為 (A)  $2x + 3y + 5 = 0$  與  $x - 3y + 2 = 0$  (B)  $2x + 3y - 5 = 0$  與  $x - 3y - 2 = 0$  (C)  $2x + 3y + 5 = 0$  與  $x - 3y - 2 = 0$  (D)  $2x + 3y - 5 = 0$  與  $x - 3y + 2 = 0$

【龍騰自命題.】

**解答** D

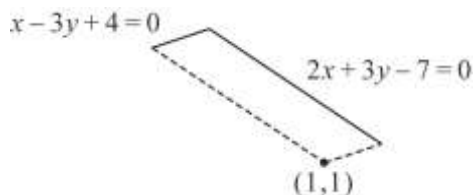
**解析** 此平行四邊形的另外兩邊為

(1) 過點 (1,1) 平行  $2x + 3y - 7 = 0$

$$\Rightarrow 2x + 3y \xrightarrow{(1,1)} 2 \times 1 + 3 \times 1 \Rightarrow 2x + 3y - 5 = 0$$

(2) 過點 (1,1) 平行  $x - 3y + 4 = 0$

$$\Rightarrow x - 3y \xrightarrow{(1,1)} 1 - 3 \Rightarrow x - 3y + 2 = 0$$



- ( ) 22.  $\triangle ABC$  中，若  $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC} = 3 : 4 : 5$ ，則  $\sin A : \sin B : \sin C =$  (A) 3:4:5 (B) 5:4:3 (C) 9:16:25 (D)  $2\sqrt{2} : 2\sqrt{3} : (\sqrt{6} + \sqrt{2})$

【龍騰自命題.】

**解答** B

- ( ) 23. 若  $A(2,3)$ ， $B(-1,1)$ ， $C(5,k)$  三點共線，則  $k =$  (A)1 (B)3 (C)5 (D)7

【龍騰自命題.】

**解答** C

**解析** A、B、C 三點共線  $\Rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{AC}$

$$\Rightarrow (-3, -2) \parallel (3, k - 3) \Rightarrow \frac{-3}{-2} = \frac{3}{k - 3} \Rightarrow 3k - 9 = 6 \Rightarrow$$

- ( ) 24.  $\cos 140^\circ \cos 40^\circ - \sin 140^\circ \sin 40^\circ =$  (A)-1 (B)0 (C)  $\frac{1}{2}$  (D)1

【龍騰自命題.】

**解答** A

- ( ) 25. 在  $\triangle ABC$  中，若  $\overline{AB} = 6$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，則  $\triangle ABC$  外接圓的半徑為 (A)3 (B)  $3\sqrt{3}$  (C)6 (D)12

【龍騰自命題.】

**解答** C