1209 第一二冊　班級　　姓名　　　座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　) 1.試問在坐標平面上原點至點(sin15°,sin75°)的距離為何？ (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D)1

【096 年歷屆試題.】

解答　D

解析　$d=\sqrt{(\sin 15^\circ-0)^2+(\sin 75^\circ-0)^2}=\sqrt{\sin^2 15^\circ+\sin^2 75^\circ}$

$=\sqrt{\sin^2 15^\circ+\cos^2 15^\circ}=1$

(　　) 2.利用柯西不等式，則 $5\sin\theta+12\cos\theta$ 的最大值為 (A)5 (B)12 (C)13 (D)17

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　$\because$ $(5^2+12^2)(\sin^2\theta+\cos^2\theta)\ge(5\sin\theta+12\cos\theta)^2$　$\therefore$

$169\times 1\ge(5\sin\theta+12\cos\theta)^2$

$\Rightarrow$ $-13\le 5\sin\theta+12\cos\theta\le 13$

(　　) 3.$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=7$、$\overline{BC}=6$、$\angle B=60^\circ$，則 $\overline{AC}=$ (A)6 (B)7 (C) $\sqrt{43}$ (D) $\sqrt{34}$ (E) $\sqrt{53}$

【課本練習題-自我評量.】

解答　C

解析　利用餘弦定理

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2-2\overline{AB}\times\overline{BC}\cos 60^\circ$

$=7^2+6^2-2\times 7\times 6\times\frac{1}{2}=49+36-42=43$

$\therefore$ $\overline{AC}=\sqrt{43}$

(　　) 4.若$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=\sqrt{3}+1$，$\overline{BC}=2$，且 $\angle B=30^\circ$，則 $\angle A=$ (A)30° (B)45° (C)60° (D)90°

【092 年歷屆試題.】

解答　B

解析　$c=\overline{AB}=\sqrt{3}+1$，$a=\overline{BC}=2$

$\because$

$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B=(\sqrt{3}+1)^2+2^2-2\times(\sqrt{3}+1)\times 2\times\cos 30^\circ$

$=(4+2\sqrt{3})+4-4(\sqrt{3}+1)\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2$

$\Rightarrow$ $b=\sqrt{2}$

又 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$ $\Rightarrow$ $\frac{2}{\sin A}=\frac{\sqrt{2}}{\sin 30^\circ}$ $\Rightarrow$ $\sin A=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow$ $\angle A=45^\circ$或 135°

但 $c>a$ $\Rightarrow$ $\angle C>\angle A$ $\Rightarrow$ $\angle A=135^\circ$不合

$\therefore$ $\angle A=45^\circ$

(　　) 5.求函數 $f(x)=(\cos x+3\sin x)(\cos x-\sin x)$之最小值為何？ (A) $-2\sqrt{5}$ (B) -4 (C) $-\frac{7}{2}$ (D) $-\sqrt{5}-1$

【099 年歷屆試題.】

解答　D

解析　$f(x)=\cos^2x+2\sin x\cos x-3\sin^2x=(1-\sin^2x)+\sin 2x-3\sin^2x$

$=1-4\sin^2x+\sin 2x=1-4(\frac{1-\cos 2x}{2})+\sin 2x$ $=\sin 2x+2\cos 2x-1$

故 $f(x)$的最小值為 $-\sqrt{1^2+2^2}-1=-\sqrt{5}-1$

故選(D)

(　　) 6.設點 P 在第四象限，且 P 到 x 軸的距離為 4，到 y 軸的距離為 3，則 P 點坐標為 (A)(4,3) (B)(4, −3) (C)(3,4) (D)(3, −4)

【龍騰自命題.】

解答　D

(　　) 7.複數 $2\sqrt{3}-2i$ 的極式為 (A) $2(\cos\frac{7}{6}\pi+i\sin\frac{7}{6}\pi)$ (B) $2(\cos\frac{5}{3}\pi+i\sin\frac{5}{3}\pi)$ (C) $4(\cos\frac{11}{6}\pi+i\sin\frac{11}{6}\pi)$ (D) $4(\cos\frac{5}{3}\pi+i\sin\frac{5}{3}\pi)$

【龍騰自命題.】

解答　C

(　　) 8.下列哪一組聯立方程組<u>無解</u>？ (A) $\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$ (B) $\begin{cases}x-y=0\\x+y=0\end{cases}$ (C) $\begin{cases}x+y=1\\y+x+3=0\end{cases}$ (D) $\begin{cases}2x-y=7\\y-2x+7=0\end{cases}$ (E) $\begin{cases}3x+2y=1\\\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1\end{cases}$

【課本練習題-自我評量.】

解答　C

解析　$\because$ (C) $\begin{cases}x+y=1\\y+x+3=0\end{cases}$ 的係數關係為 $\frac{1}{1}=\frac{1}{1}\ne\frac{-1}{3}$　$\therefore$ 聯立方程組無解

(　　) 9.若 $A(10)$、$B(-8)$、$P(x)$三點均在數線上，且 P 在 $\overline{AB}$ 上，$\overline{AP}:\overline{BP}=1:2$，則 $x=$ (A)1 (B)4 (C)6 (D)12

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　$2\overline{AP}=\overline{BP}$ $\Rightarrow$ $2|x-10|=|x+8|$ $\Rightarrow$ $x=28$ 或 4

$\because$ $-8<x<10$　$\therefore$ $x=4$

(　　) 10.設 $a>0$，$b>0$，若 $a+b=9$，則 ab^2 的最大值為(A)108(B)81 (C)54 (D)9

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$\because$ $\frac{a+\frac{b}{2}+\frac{b}{2}}{3}\ge\sqrt[3]{a\times\frac{b}{2}\times\frac{b}{2}}$　$\therefore$ $\frac{a+b}{3}\ge\sqrt[3]{\frac{1}{4}ab^2}$ $\Rightarrow$

$\frac{9}{3}\ge\sqrt[3]{\frac{1}{4}ab^2}$ $\Rightarrow$ $ab^2\le 108$

(　　) 11.設 $\sin\theta+\sin^2\theta=1$，則 $\cos^2\theta+\cos^4\theta=$ (A) −2(B) −1(C)0(D)1

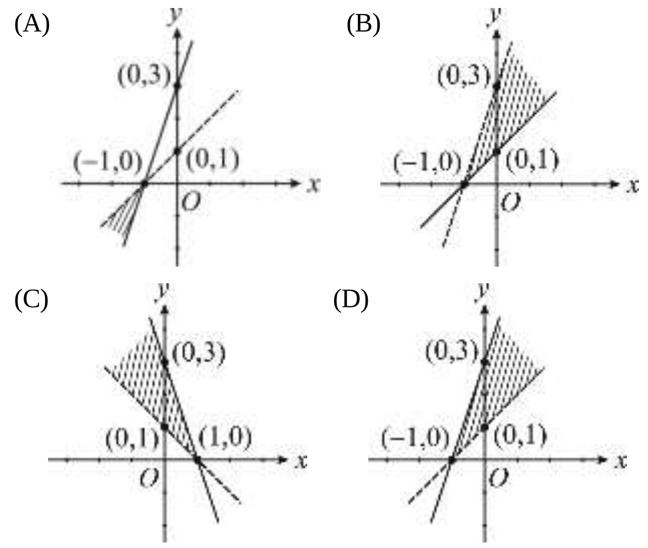
【龍騰自命題.】

解答　D

解析 $\sin\theta+\sin^2\theta=1$ ∴ $\sin\theta=1-\sin^2\theta=\cos^2\theta$

∴ $\cos^2\theta+\cos^4\theta=\cos^2\theta(1+\cos^2\theta)=\sin\theta(1+\sin\theta)=1$

(　　) 12.下列何者為聯立不等式$\begin{cases}3x-y+3\geq 0\\ y>x+1\end{cases}$之圖形？



(　　) 13.在△ABC 中，$\angle B=60^\circ$，$\overline{AC}=10$時，三角形的外接圓面積為 (A)$\frac{10}{3}$平方單位 (B)$\frac{100}{3}$平方單位 (C)$\frac{10}{3}\pi$平方單位 (D)$\frac{100}{3}\pi$平方單位

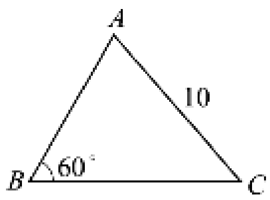
【龍騰自命題.】

解答 D【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 $\frac{10}{\sin 60^\circ}=2R \Rightarrow R=\frac{10\sqrt{3}}{3}$

∴ 外接圓面積為$\pi(\frac{10\sqrt{3}}{3})^2=\frac{100}{3}\pi$



解析 $3x-y+3\geq 0 \Rightarrow$ 實線且為$3x-y+3=0$的右側

$y>x+1 \Rightarrow x+1-y<0 \Rightarrow$ 虛線且為$x+1-y=0$的左側

故選(D)

(　　) 14.設$\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$，若$x$的方程式$x^2-(\tan\theta+\cot\theta)x+1=0$有一根為$2-\sqrt{3}$，則$\sin\theta+\cos\theta=$ (A)$\frac{\sqrt{6}}{2}$ (B)$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C)$-\frac{\sqrt{6}}{2}$ (D)$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $\pi<\theta<\frac{3\pi}{2}$，令另一根為$\alpha$

$\alpha+2-\sqrt{3}=\tan\theta+\cot\theta$

$\alpha\times(2-\sqrt{3})=1 \Rightarrow \alpha=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$

∴ $\tan\theta+\cot\theta=4=\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}$

∴ $(\sin\theta+\cos\theta)^2=1+2\cos\theta\sin\theta=1+2\times\frac{1}{4}=\frac{3}{2}$

∴ $\sin\theta+\cos\theta=-\frac{\sqrt{6}}{2}$

(　　) 15.設$L_1:x+ay-2=0$，$L_2:ax+9y+6=0$，若$L_1//L_2$，則兩平行線間的距離為 (A)$\sqrt{10}$ (B)$\frac{4}{\sqrt{10}}$ (C)$\frac{8}{\sqrt{10}}$ (D)8

【龍騰自命題.】

解答 B

(　　) 16.已知二次函數$y=ax^2+bx+2a$在$x=\frac{1}{a}$時有最大值1，則數對$(a,b)=$ (A)$(1,2)$ (B)$(1,-2)$ (C)$\left(\frac{1}{2},2\right)$ (D)$\left(-\frac{1}{2},-2\right)$

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 ∵ $x=\frac{1}{a}$時，y的最大值$=1$

∴ $y=ax^2+bx+2a=a\left(x-\frac{1}{a}\right)^2+1=ax^2-2x+\frac{1}{a}+1$

故$b=-2$

$2a=\frac{1}{a}+1 \Rightarrow 2a^2-a-1=0$

$\Rightarrow a=-\frac{1}{2}$或1（不合 ∵ y有最大值 $\Rightarrow a<0$）

故$a=-\frac{1}{2}$

∴ $(a,b)=\left(-\frac{1}{2},-2\right)$

(　　) 17.過$A(0,-3)$、$B(3,6)$之直線斜率為 (A)-3 (B)3 (C)1 (D)$\frac{1}{3}$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $m_{\overleftrightarrow{AB}}=\frac{6-(-3)}{3-0}=3$

(　　) 18.設一直線L過點$(-3,2)$，若L為水平線，則L的方程式為 (A)$x=2$ (B)$x=-3$ (C)$y=2$ (D)$y=-3$

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 L為水平線，則$m=0$

代入點斜式$y-2=0[x-(-3)] \Rightarrow y=2$

( ) 19.化簡 $\frac{x-4}{\sqrt{x}-2}=$ (A)$x-2$ (B)$x+2$ (C)$\sqrt{x}-2$ (D)$\sqrt{x}+2$

【龍騰自命題.】

解答 D

( ) 20.△ABC 中，$\overline{AB}=6$，$\overline{AC}=9$，$\angle A=120°$，$\angle A$ 之角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D，則 $\overline{AD}=$ (A)$\frac{12}{5}$ (B)$\frac{18}{5}$ (C)$\frac{10}{3}$ (D)$\frac{14}{3}$

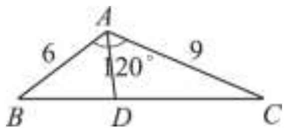
【龍騰自命題.】

解答 B

解析 利用面積△ABD＋ △ACD＝ △ABC

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\times 6\times \overline{AD}\sin 60°+\frac{1}{2}\times 9\times \overline{AD}\sin 60°=\frac{1}{2}\times 6\times 9\times \sin 120°$$

$$\Rightarrow 15\overline{AD}=54 \Rightarrow \overline{AD}=\frac{18}{5}$$



( ) 21.求 -2（弧度）＝ (A)$-\frac{720°}{\pi}$ (B)$-\frac{360°}{\pi}$ (C)$-720°$ (D)$-360°$

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 $-2=-2\times\frac{180°}{\pi}=-\frac{360°}{\pi}$

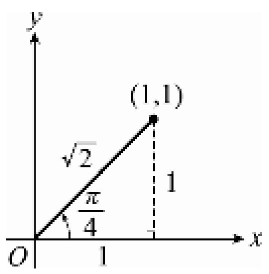
( ) 22.直角坐標 $(1,1)$ 的極坐標為 (A)$\left(2,\frac{\pi}{4}\right)$ (B)$\left(\sqrt{2},\frac{\pi}{4}\right)$ (C)$\left(\sqrt{2},\frac{\pi}{2}\right)$ (D)$\left(1,\frac{\pi}{4}\right)$

【隨堂測驗.】

解答 B

解析 由圖可知

$$(r,\theta)=\left(\sqrt{2},\frac{\pi}{4}\right)$$



( ) 23.三角形邊長為 13、14、15，則其面積為 (A)64 (B)74 (C)84 (D)94

【龍騰自命題.】

解答 C

( ) 24.已知兩直線 L_1:$3x-5y+2=0$ 與 L_2:$x+4y+3=0$，若兩直線夾角為 θ，則 $\theta=$ (A)30°與 150° (B)45°與 135° (C)60°與 120° (D)90°

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 設 $m_1=-\frac{3}{-5}=\frac{3}{5}$，$m_2=-\frac{1}{4}$

$$\tan\theta=\pm\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}=\pm\frac{\frac{3}{5}-(-\frac{1}{4})}{1+\frac{3}{5}(-\frac{1}{4})}=\pm\frac{12+5}{20-3}=\pm 1$$

$\Rightarrow$ θ＝45°與 135°

( ) 25.求點 $P(-1,-2)$ 到直線 L ：$3x-4y+5=0$ 的距離為 (A)1 (B)2 (C)5 (D)10

【隨堂測驗.】

解答 B

解析 $d(P,L)=\frac{|3\times(-1)-4\times(-2)+5|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{|10|}{5}=2$