1206 第一、二冊　　班級　　　　姓名　　　　座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　　)1.下列各等式何者恆為正確？ (A)$\cos(x-y)=\cos(y-x)$ (B)$\cos0=0$ (C)$\sin2x=2\sin x$ (D)$\tan(x+y)=\tan x+\tan y$

【091 年歷屆試題.】

解答　A

解析　由題目及公式，可得

(A)$\cos(x-y)=\cos[-(y-x)]=\cos(y-x)$正確（∵ $\cos(-\theta)=\cos\theta$）

(B)$\cos0=0$ 錯誤（∵ $\cos0=1$）

(C)$\sin2x=2\sin x$ 錯誤（∵ $\sin2x=2\sin x\cos x$）

(D)$\tan(x+y)=\tan x+\tan y$ 錯誤（∵ $\tan(x+y)=\dfrac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$）

(　　　)2.已知 $i=\sqrt{-1}$，則$(1-i)^6=$ (A)$-8i$ (B)$8i$ (C)$12-8i$ (D)$12+8i$

【092 年歷屆試題.】

解答　B

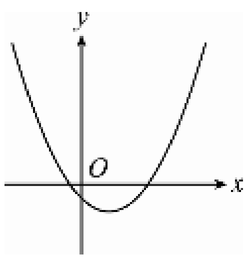
解析　$(1-i)^6=[(1-i)^2]^3=(-2i)^3=-8i^3=8i$

《另解》

$$(1-i)^6=[\sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i)]^6=[\sqrt{2}(\cos\frac{7}{4}\pi+i\sin\frac{7}{4}\pi)]^6$$

$$=2^3(\cos\frac{21}{2}\pi+i\sin\frac{21}{2}\pi)=8(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2})=8(0+i\times1)=8i$$

(　　　)3.設 a、b、c 為實數，且二次函數 $y=ax^2+bx+c$ 的圖形如圖所示，則點 $P(b^2-4ac,abc)$在第幾象限？



(A)第一象限 (B)第二象限 (C)第三象限 (D)第四象限

【100 年歷屆試題.】

解答　A

解析　對於 $y=ax^2+bx+c$ 的圖形

開口向上 $\Rightarrow$ $a>0$

頂點在 y 軸右側 $\Rightarrow$ a、b 異號 $\Rightarrow$ $b<0$

與 y 軸的交點$(0,c)$在 y 軸的負向 $\Rightarrow$ $c<0$

與 x 軸有 2 個交點 $\Rightarrow$ $b^2-4ac>0$

因此 $abc>0$，故 $P(b^2-4ac,abc)$在第一象限

(　　　)4.周長為 36 且三邊長均為正整數之所有三角形中，邊長的最大值為何？ (A)21 (B)18 (C)17 (D)15

【094 年歷屆試題.】

解答　C

解析　設三角形三邊長為 a、b、c，且 a 值最大

∵ 三角形任二邊長的和大於第三邊長

$\Rightarrow$ $b+c>a$ $\Rightarrow$ $a+b+c>a+a$

又已知 $a+b+c=36$

故得 $2a<36$ $\Rightarrow$ $a<18$

但 a、b、c 均為正整數　∴ 邊長最大值 $a=17$

(　　　)5.已知△ABC 中，$\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=7$，$\overline{AC}=8$，則下列各內積中，何者為最大？ (A)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (B)$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}$ (C)$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$ (D)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$

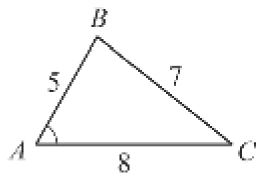
【093 年歷屆試題.】

解答　C

解析　$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{\overline{AC}^2+\overline{AB}^2-\overline{BC}^2}{2\overline{AC}\times\overline{AB}}$

$$\Rightarrow\ \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos A=\overline{AB}\times\overline{AC}\times\frac{\overline{AC}^2+\overline{AB}^2-\overline{BC}^2}{2\overline{AC}\times\overline{AB}}$$

$$=\frac{1}{2}(\overline{AC}^2+\overline{AB}^2-\overline{BC}^2)=\frac{1}{2}(8^2+5^2-7^2)=20$$



同理 $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}=\dfrac{1}{2}(\overline{AB}^2+\overline{BC}^2-\overline{AC}^2)=\dfrac{1}{2}(5^2+7^2-8^2)=5$

$$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=\frac{1}{2}(\overline{BC}^2+\overline{AC}^2-\overline{AB}^2)=\frac{1}{2}(7^2+8^2-5^2)=44$$

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=(-\overrightarrow{BA})\cdot\overrightarrow{BC}=-(\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA})=-5$$

∴ $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$ 為最大

(　　　)6.設 a、b、c、d、e、f 均為實數，若行列式$\begin{vmatrix}a&1&d\\b&1&e\\c&1&f\end{vmatrix}=2$，則 $\begin{vmatrix}2a&-3&4d\\2b&-3&4e\\-10c&15&-20f\end{vmatrix}=$ (A)120 (B)-120 (C)240 (D)-240

【096 年歷屆試題.】

解答　C

解析　$\begin{vmatrix}2a&-3&4d\\2b&-3&4e\\-10c&15&-20f\end{vmatrix}=2\times(-3)\times4\times\begin{vmatrix}a&1&d\\b&1&e\\-5c&-5&-5f\end{vmatrix}$

$$=2\times(-3)\times4\times(-5)\times\begin{vmatrix}a&1&d\\b&1&e\\c&1&f\end{vmatrix}$$

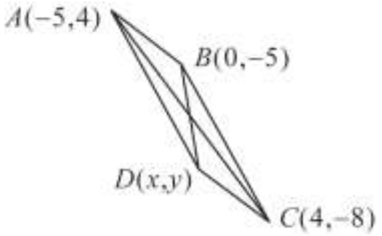
$$=2\times(-3)\times4\times(-5)\times2=240$$

(　　　)7.在坐標平面上的平行四邊形 $ABCD$ 中，若 A、B、C 三點的坐標分別為$(-5,4)$、$(0,-5)$、$(4,-8)$，則 D 點應落在下列哪一個象限？ (A)第一象限 (B)第二象限 (C)第三象限 (D)第四象限

【097 年歷屆試題.】

解答　B

解析



設 $D(x,y)$

由平行四邊形對角線互相平分的性質知：$\overline{AC}$ 中點 $=\overline{BD}$ 中點

$\Rightarrow\ (\dfrac{-5+4}{2},\dfrac{4+(-8)}{2})=(\dfrac{x+0}{2},\dfrac{y+(-5)}{2})\ \Rightarrow\ -5+4=x$

$\Rightarrow\ x=-1$

$4+(-8)=y-5\ \Rightarrow\ y=1$

$\therefore\ D(-1,1)$落在第二象限

(　　)8.設 a 為實數，且直線$(3a-1)x-2y=a+1$ 沒有通過第一象限，則 a 的可能範圍為何(A)$a<-1$(B)$-1\le a\le\dfrac{1}{3}$(C)$\dfrac{1}{3}<a<1$(D)$a\ge 1$

【096 年歷屆試題.】

解答　B

解析　$(3a-1)x-2y=a+1\ \Rightarrow\ y=\dfrac{3a-1}{2}x-\dfrac{a+1}{2}$

即直線的 y 截距為$-\dfrac{a+1}{2}$，斜率 $m=\dfrac{3a-1}{2}$

$\because$ 直線沒有通過第一象限

$\Rightarrow$ y 截距≤ 0 且斜率 $m\le 0$ $\Rightarrow$ $-\dfrac{a+1}{2}\le 0$ 且 $\dfrac{3a-1}{2}\le 0$

$\Rightarrow$ $a\ge -1$ 且 $a\le\dfrac{1}{3}$

$\therefore$ a 的可能範圍為$-1\le a\le\dfrac{1}{3}$

(　　)9.若△ABC 中，$\overline{AB}=\sqrt{3}+1$，$\overline{BC}=2$，且 $\angle B=30°$，則 $\angle A=$ (A)30° (B)45° (C)60° (D)90°

【092 年歷屆試題.】

解答　B

解析　$c=\overline{AB}=\sqrt{3}+1$，$a=\overline{BC}=2$

$\because$

$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B=(\sqrt{3}+1)^2+2^2-2\times(\sqrt{3}+1)\times 2\times\cos 30°$

$=(4+2\sqrt{3})+4-4(\sqrt{3}+1)\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2$

$\Rightarrow\ b=\sqrt{2}$

又 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}\ \Rightarrow\ \dfrac{2}{\sin A}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sin 30°}\ \Rightarrow\ \sin A=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow\ \angle A=45°$或 $135°$

但 $c>a\ \Rightarrow\ \angle C>\angle A\ \Rightarrow\ \angle A=135°$不合

$\therefore\ \angle A=45°$

(　　)10.設 $A(2,5)$、$B(4,3)$、$C(5,1)$為坐標平面上之三點，若 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的正射影為 $\overrightarrow{AD}$，則$|\overrightarrow{AD}|:|\overrightarrow{AC}|=$ (A)7:5 (B)14:5 (C)7:25 (D)14:25

【095 年歷屆試題.】

解答　D

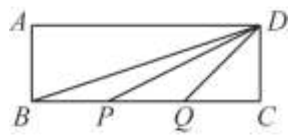
解析　$\because$ $A(2,5)$、$B(4,3)$、$C(5,1)$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB}=(2,-2)$，$\overrightarrow{AC}=(3,-4)$

$\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的正射影為 $\overrightarrow{AD}=(\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|^2})\overrightarrow{AC}$

$\therefore$

$|\overrightarrow{AD}|:|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}|:|\overrightarrow{AC}|^2=|2\cdot 3+(-2)(-4)|:(3^2+(-4)^2)=$

(　　)11.設 $ABCD$ 為一矩形，且 $\overline{BC}=3\overline{AB}$。令 P 點與 Q 點為 $\overline{BC}$ 上之點，且 $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QC}$，如圖。



若 $\angle DBC=\alpha$，且 $\angle DPC=\beta$，則 $\tan(\alpha+\beta)$之值為何？ (A)$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ (B)$2-\sqrt{3}$ (C)1 (D)$2+\sqrt{3}$

【098 年歷屆試題.】

解答　C

解析　由於 $\overline{BC}=3\overline{AB}$，且 $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QC}$

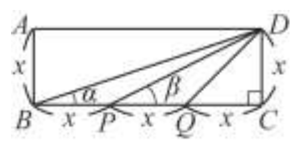
設 $\overline{AB}=x$，其中 $x>0$

則 $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QC}=\overline{CD}=x$

在△DBC 中，$\tan\alpha=\dfrac{x}{3x}=\dfrac{1}{3}$

在△DPC 中，$\tan\beta=\dfrac{x}{2x}=\dfrac{1}{2}$

故 $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\dfrac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}=1$



(　　)12.$\sin^2 210°+\cos^2 570°+\sec^2 930°-\tan^2 1290°+\csc^2 1650°-\cot^2 2010°=$

(A)-1 (B)1 (C)$\dfrac{3}{2}$ (D)3

【101 年歷屆試題.】

解答　D

解析　$570°=360°+210°$，$930°=360°\times 2+210°$，$1290°=360°\times 3+210°$，$1650°=360°\times 4+210°$，$2010°=360°\times 5+210°$

所求$=\sin^2 210°+\cos^2 210°+\sec^2 210°-\tan^2 210°+\csc^2 210°-$

$\cot^2 210°$

$= 1+1+1=3$

(　　　) 13.設 $x-1$ 和 $x+1$ 為多項式 $x^5+ax^4+bx^3+5x^2+2x-5$ 的因式，則 $3a+b$ 之值為何？　(A) -3　(B)1　(C)3　(D)6

【101 年歷屆試題.】

解答　A

解析　令 $f(x)=x^5+ax^4+bx^3+5x^2+2x-5$

$\because$　$x-1$ 為 $f(x)$的因式　$\therefore$　$f(1)=0$

$\Rightarrow$　$1+a+b+5+2-5=0$　$\Rightarrow$　$a+b=-3$……①

$\because$　$x+1$ 為 $f(x)$的因式　$\therefore$　$f(-1)=0$

$\Rightarrow$　$-1+a-b+5-2-5=0$　$\Rightarrow$　$a-b=3$……②

由①與②得 $a=0$，$b=-3$，故 $3a+b=3\times 0+(-3)=-3$

(　　　)14.有一繩子的長度是 24 公分，若圍成正三角形的面積為 a 平方公分；圍成正方形的面積為 b 平方公分；圍成正六邊形的面積為 c 平方公分，則下列何者正確？　(A)$a<b<c$　(B)$a<c<b$　(C)$c<a<b$　(D)$c<b<a$

【095 年歷屆試題.】

解答　A

解析　$\because$　繩子的長度為 24 公分

$\Rightarrow$　正三角形、正方形、正六邊形的邊長分別為 8 公分、6 公分、4 公分

$\Rightarrow$　正三角形面積為 $a=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 8^2=16\sqrt{3}$（平方公分）

正方形面積為 $b=6^2=36$（平方公分）

正六邊形面積為 $c=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2=24\sqrt{3}$（平方公分）

$\therefore$　$a<b<c$

(　　　) 15.設 $\vec{a}=(4,3)$，$\vec{b}=(x,y)$ 為平面上兩向量，且 $x^2+y^2=40$，則此二向量內積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 的最大值為何？　(A)$10\sqrt{10}$　(B)$12\sqrt{10}$　(C)$14\sqrt{10}$　(D)$16\sqrt{10}$

【098 年歷屆試題.】

解答　A

解析　$\vec{a}=(4,3)$　$\Rightarrow$　$|\vec{a}|=\sqrt{4^2+3^2}=5$

$\vec{b}=(x,y)$　$\Rightarrow$　$|\vec{b}|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

設 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角為 θ

則

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=5\times 2\sqrt{10}\times\cos\theta=10\sqrt{10}\cos\theta\le 10\sqrt{10}$

（$\because$　$-1\le\cos\theta\le 1$）

故 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 的最大值為 $10\sqrt{10}$

《另解》

$\vec{a}\cdot\vec{b}=(4,3)\cdot(x,y)=4x+3y$

由柯西不等式：

$(4^2+3^2)(x^2+y^2)\ge(4x+3y)^2$　$\Rightarrow$　$25\times 40\ge(4x+3y)^2$

$\Rightarrow$　$(4x+3y)^2-1000\le 0$

$\Rightarrow$　$[(4x+3y)+10\sqrt{10}][(4x+3y)-10\sqrt{10}]\le 0$

$\Rightarrow$　$-10\sqrt{10}\le 4x+3y\le 10\sqrt{10}$

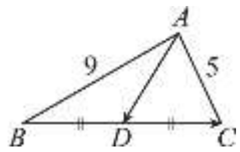
故 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 的最大值為 $10\sqrt{10}$

(　　　) 16.在△ABC 中，若 D 為線段 $\overline{BC}$ 的中點，且 $\overline{AB}=9$、$\overline{AC}=5$，則向量內積 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=$　(A) -28　(B) -14　(C)14　(D)28

【099 年歷屆試題.】

解答　A

解析



$\because$　D 為 $\overline{BC}$ 的中點

$\therefore$　$\overline{BD}:\overline{DC}=1:1$　$\Rightarrow$　$\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=(\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC})\cdot(-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})=-\dfrac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\right|^2+\dfrac{1}{2}\left|\overrightarrow{AC}\right|^2$

$=-\dfrac{1}{2}\times 9^2+\dfrac{1}{2}\times 5^2=-28$

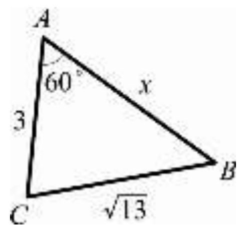
故選(A)

(　　　) 17.△ABC 中，若 $\overline{BC}=\sqrt{13}$，$\overline{AC}=3$，$\angle A=60°$，則 $\cos C$ 之值為何？　(A)$-\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$　(B)$-\dfrac{1}{\sqrt{13}}$　(C)$\dfrac{1}{\sqrt{13}}$　(D)$\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$

【101 年歷屆試題.】

解答　C

解析　設 $\overline{AB}=x$，



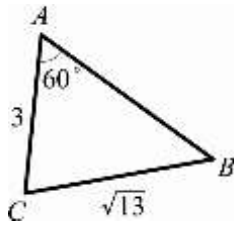
由餘弦定理知：

$(\sqrt{13})^2=3^2+x^2-2\times 3\times x\times\cos 60°$　$\Rightarrow$　$13=9+x^2-3x$

$\Rightarrow$　$x^2-3x-4=0$　$\Rightarrow$　$(x-4)(x+1)=0$　$\Rightarrow$　$x=4$ 或 -1（不合）

$\cos C=\dfrac{(\sqrt{13})^2+3^2-4^2}{2\times\sqrt{13}\times 3}=\dfrac{1}{\sqrt{13}}$

另解：



$\because$ $\overline{BC}>\overline{AC}$ $\therefore$ $\angle A>\angle B$（大邊對大角）

$\Rightarrow$ $0°<\angle B<60°$ $\Rightarrow$ $\angle B$ 為銳角

由正弦定理知 $\dfrac{BC}{\sin A}=\dfrac{AC}{\sin B}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{\sqrt{13}}{\sin 60°}=\dfrac{3}{\sin B}$ $\Rightarrow$

$\sin B=\dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}$

則 $\cos B=\sqrt{1-\sin^2 B}=\sqrt{1-(\dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}})^2}=\dfrac{5}{2\sqrt{13}}$

$\cos C=\cos[180°-(A+B)]=-\cos(A+B)=-(\cos A\cos B-\sin A\sin B)$

$=-(\cos 60°\cos B-\sin 60°\sin B)=-(\dfrac{1}{2}\times\dfrac{5}{2\sqrt{13}}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}})$

$=\dfrac{1}{\sqrt{13}}$

(　　) 18.設 t 為實數，且三元一次聯立方程式 $\begin{cases}(t+1)x+(t-1)z=1\\(t+1)y+z=3\\(t+1)y+tz=5\end{cases}$ 無解，則 t 可為下列何者？ (A) -2 (B) 0 (C) 1 (D) 2

【106 年歷屆試題.】

解答 C

解析 原方程組：$\begin{cases}(t+1)x+0y+(t-1)z=1\\0x+(t+1)y+z=3\\0x+(t+1)y+tz=5\end{cases}$

$\Delta=\begin{vmatrix}t+1&0&t-1\\0&t+1&1\\0&t+1&t\end{vmatrix}$（第一、二行提出 $(t+1)$）

$=(t+1)^2\times\begin{vmatrix}1&0&t-1\\0&1&1\\0&1&t\end{vmatrix}$（第一行降階展開）

$=(t+1)^2\times1\times\begin{vmatrix}1&1\\1&t\end{vmatrix}=(t+1)^2\times1\times(1\times t-1\times1)=(t+1)^2(t-1)$

若 $\Delta=0$，則 $t=-1$ 或 1

(1)當 $t=-1$ 時：原方程組：$\begin{cases}-2z=1\\z=3\\-z=5\end{cases}$ 無解

(2)當 $t=1$ 時：原方程組：$\begin{cases}2x=1\\2y+z=3\\2y+z=5\end{cases}$ 無解

由(1)和(2)可知：

當方程組無解時，t 可為 -1 或 1

故選(C)

(　　) 19.將 $(x^4-3x^3+2x-5)(x^3-2)(x+3)$ 乘開化簡後，x^3 項的係數為何？ (A) -5 (B) -3 (C) 3 (D) 5

【104 年歷屆試題.】

解答 C

解析

①

$(x^4-3x^3+2x-5)(x^3-2)(x+3)$

②

x^3 項 $=\underbrace{-3x^3\times(-2)\times3}_{①}+\underbrace{(-5)\times x^3\times3}_{②}=18x^3-15x^3=3x^3$

故 x^3 項的係數為 3

(　　) 20.設 $z_1=\left(\cos\dfrac{5}{3}\pi+i\sin\dfrac{5}{3}\pi\right)^4$，$z_2=\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)^2$，則 $\dfrac{z_1}{z_2}$ 之值為何？ (A) -1 (B) i (C) 0 (D) 1

【103 年歷屆試題.】

解答 D

解析

$z_1=\left(\cos\dfrac{5}{3}\pi+i\sin\dfrac{5}{3}\pi\right)^4=\cos\left(4\times\dfrac{5}{3}\pi\right)+i\sin\left(4\times\dfrac{5}{3}\pi\right)$

$=\cos\dfrac{20}{3}\pi+i\sin\dfrac{20}{3}\pi$

$=\cos\left(3\times2\pi+\dfrac{2}{3}\pi\right)+i\sin\left(3\times2\pi+\dfrac{2}{3}\pi\right)=\cos\dfrac{2}{3}\pi+i\sin\dfrac{2}{3}\pi$

$z_2=\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)^2=\cos\left(2\times\dfrac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(2\times\dfrac{\pi}{3}\right)$

$=\cos\dfrac{2}{3}\pi+i\sin\dfrac{2}{3}\pi$

$\because$ $z_1=z_2$ $\therefore$ $\dfrac{z_1}{z_2}=1$

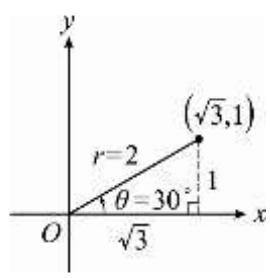
(　　) 21.已知 $z_1=\sqrt{3}+i$，$z_2=1+i$，其中 $i=\sqrt{-1}$，則 $z_1{}^2z_2{}^4$ 可表示為下列哪一個？ (A) $16(\cos240°+i\sin240°)$ (B) $16(\cos300°+i\sin300°)$ (C) $16(\cos60°+i\sin60°)$ (D) $16(\cos120°+i\sin120°)$

【105 年歷屆試題.】

解答 A

解析 (1) $z_1=\sqrt{3}+i$ 的極式：

令 $(x,y)=(\sqrt{3},1)$，如圖：

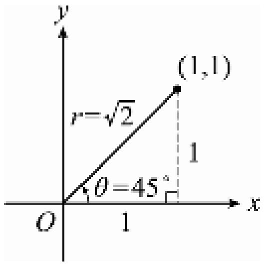


$r=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$，$\theta=30°$

則 $z_1=2(\cos30°+i\sin30°)$

(2) $z_2=1+i$ 的極式：

令 $(x,y)=(1,1)$，如圖：



$r=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$\theta=45°$

則 $z_2=\sqrt{2}\left(\cos 45°+i\sin 45°\right)$

由(1)和(2)：

$z_1^{\ 2}=2^2\left[\cos\left(2\times 30°\right)+i\sin\left(2\times 30°\right)\right]=4\left(\cos 60°+i\sin 60°\right)$

$z_2^{\ 4}=\left(\sqrt{2}\right)^4\left[\cos\left(4\times 45°\right)+i\sin\left(4\times 45°\right)\right]$

$=4\left(\cos 180°+i\sin 180°\right)$

故 $z_1^{\ 2}z_2^{\ 4}=4\times 4\times\left[\cos\left(60°+180°\right)+i\sin\left(60°+180°\right)\right]$

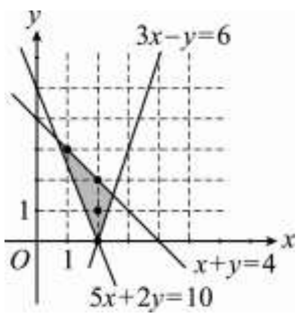
$=16\left(\cos 240°+i\sin 240°\right)$

(　　　)22.滿足二元一次聯立不等式 $\begin{cases}x+y\le 4\\3x-y\le 6\\5x+2y\ge 10\end{cases}$ 的整數解 (x,y) 共有幾個？ (A)3 (B)4 (C)5 (D)6

【105 年歷屆試題.】

解答 B

解析 聯立不等式的圖解區域如下：



則整數解 (x,y) 為 $(1,3)$、$(2,0)$、$(2,1)$、$(2,2)$，共有 4 個

(　　　)23.設 $\omega=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$，則 $\dfrac{\omega^{107}}{\omega+1}=$ (A)-1 (B)$-\omega$ (C)ω^2 (D)1

【106 年歷屆試題.】

解答 A

解析 ∵　$\omega=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$

∴　$\omega^3=1$ 且 $\omega^2+\omega+1=0$

(1) $\omega^{107}=\omega^{3\times 35+2}=\omega^{3\times 35}\times\omega^2=\left(\omega^3\right)^{35}\times\omega^2=1^{35}\times\omega^2=\omega^2$

(2) $\omega^2+\omega+1=0$　⇒　$\omega+1=-\omega^2$

故 $\dfrac{\omega^{107}}{\omega+1}=\dfrac{\omega^2}{-\omega^2}=-1$

(　　　)24.已知平面三向量 $\overrightarrow{a}=(3,4)$，$\overrightarrow{b}=(x,-9)$，$\overrightarrow{c}=(-8,y)$。設 $\overrightarrow{a}\perp\overrightarrow{b}$ 且 $\overrightarrow{b}\,//\,\overrightarrow{c}$，則 $y-x$ 之值為何？ (A)-18 (B)-6 (C)6 (D)18

【103 年歷屆試題.】

解答 B

解析 ∵　$\overrightarrow{a}\perp\overrightarrow{b}$　∴　$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0$

⇒　$(3,4)\cdot(x,-9)=0$　⇒　$3x+4(-9)=0$　⇒　$3x-36=0$

⇒　$x=12$

則 $\overrightarrow{b}=(x,-9)=(12,-9)$

∵　$\overrightarrow{b}\,//\,\overrightarrow{c}$ 且 $\overrightarrow{c}=(-8,y)$　∴　$\dfrac{12}{-8}=\dfrac{-9}{y}$

⇒　$12y=72$　⇒　$y=6$

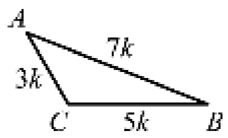
故 $y-x=6-12=-6$

(　　　)25.在△ABC 中，設三邊長之比 $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=7:5:3$，則△$ABC$ 之最大內角為何？ (A)75° (B)90° (C)120° (D)135°

【103 年歷屆試題.】

解答 C

解析



令 $\overline{AB}=c$，$\overline{BC}=a$，$\overline{CA}=b$

設 $a=5k$，$b=3k$，$c=7k$，其中 $k>0$

∵　△ABC 的邊 $\overline{AB}$ 最長　∴　$\angle C$ 為最大內角

$\cos C=\dfrac{(5k)^2+(3k)^2-(7k)^2}{2\times 5k\times 3k}=\dfrac{-15k^2}{30k^2}=-\dfrac{1}{2}$

∵　$\cos 120°=-\dfrac{1}{2}$　∴　$\angle C=120°$

故最大內角為 120°