1204 第一冊　班級　　　　姓名　　　　　　　座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　) 1.在坐標平面上的平行四邊形 $ABCD$（按順序）中，若

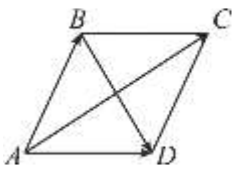
$\overrightarrow{AB}=(4,8)$、$\overrightarrow{AD}=(1,4)$，則 $|\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{BD}|=$

(A) $4\sqrt{5}+\sqrt{17}$　(B)18　(C) $8\sqrt{5}+2\sqrt{17}$　(D)36

【099 年歷屆試題.】

解答　B

解析



$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=(4,8)+(1,4)=(5,12)$

$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AD}+(-\overrightarrow{AB})=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=(1,4)-(4,8)=(-3,-4)$

而 $|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{5^2+12^2}=13$，$|\overrightarrow{BD}|=\sqrt{(-3)^2+(-4)^2}=5$

故 $|\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{BD}|=13+5=18$

(　　) 2.已知 θ 為銳角，若 $\cos 2\theta=\frac{3}{4}$，則 $\sin\theta=$　(A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$　(B) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(C) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　(D) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

【隨堂講義補充題.】

解答　B

解析　∵　$\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta$

$\Rightarrow\ 1-2\sin^2\theta=\frac{3}{4}\ \Rightarrow\ \sin^2\theta=\frac{1}{8}$

$\Rightarrow\ \sin\theta=\pm\frac{1}{\sqrt{8}}$（∵　θ 為銳角　∴　負不合）

故 $\sin\theta=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

(　　) 3.設 $P(-2,4)$與 $Q(2,-2)$，若直線 L：$ax+3y+b=0$ 為 $\overline{PQ}$ 的垂直平分線，求 $a+b$ 之值為何？　(A) $-\frac{15}{2}$　(B) -5　(C) -1　(D) $\frac{3}{2}$

【101 年歷屆試題.】

解答　B

解析　$\overline{PQ}$ 的中點 $M(\frac{-2+2}{2},\frac{4+(-2)}{2})=(0,1)$

直線 PQ 的斜率 $m_{PQ}=\frac{4-(-2)}{-2-2}=-\frac{3}{2}$　直線 L 的斜率

$m=-\frac{a}{3}$

∵　$\overline{PQ}\perp L$　∴　$m_{PQ}\times m=-1\ \Rightarrow\ -\frac{3}{2}\times(-\frac{a}{3})=-1$

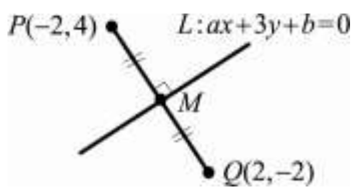
$\Rightarrow\ a=-2$

則直線 L：$-2x+3y+b=0$

∵　$M(0,1)$在直線 L 上　∴　$-2\times0+3\times1+b=0\ \Rightarrow$

$b=-3$

故 $a+b=-2+(-3)=-5$



(　　) 4.已知 $\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}$，且向量 $\overrightarrow{a}=(\sin\theta,1)$，

$\overrightarrow{b}=(\cos\theta,2)$，則 $|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|=$　(A)1　(B) $\sqrt{2}$　(C) $\sqrt{3}$　(D)2

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　∵　$(\sin\theta+\cos\theta)^2=1+2\sin\theta\cos\theta$

∴　$(\sqrt{2})^2=1+2\sin\theta\cos\theta\ \Rightarrow\ 2\sin\theta\cos\theta=1\ \Rightarrow$

$\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{2}$

又 $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}=(\sin\theta,1)-(\cos\theta,2)=(\sin\theta-\cos\theta,-1)$

則

$|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|=\sqrt{(\sin\theta-\cos\theta)^2+(-1)^2}=\sqrt{1-2\sin\theta\cos\theta+1}=\sqrt{1-1$

(　　) 5.若 L_1：$8x-15y+20=0$ 與 L_2：$4x+my-7=0$ 平行，則此兩直線距離為　(A) $\frac{3}{2}$　(B)2　(C) $\frac{40}{17}$　(D) $\frac{45}{17}$

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　∵　L_1:$8x-15y+20=0$ 與 L_2:$4x+my-7=0$ 平行

$\Rightarrow\ \frac{8}{15}=-\frac{4}{m}$（斜率相等）$\Rightarrow\ m=-\frac{15}{2}$

即 $L_2:4x-\frac{15}{2}y-7=0\ \Rightarrow\ L_2:8x-15y-14=0$

∴　兩平行線距離 $d=\frac{|20-(-14)|}{\sqrt{8^2+(-15)^2}}=\frac{34}{17}=2$

(　　) 6.△ABC 中，$\overline{BC}=2\sqrt{2}$，$\overline{AC}=2\sqrt{3}$，$\angle A=45°$，若 $\angle B$ 為鈍角，則 $\angle B=$　(A)135°　(B)145°　(C)120°　(D)150°

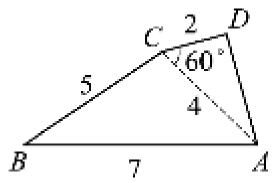
【龍騰自命題.】

解答　C

解析　$\frac{2\sqrt{2}}{\sin 45°}=\frac{2\sqrt{3}}{\sin B}\ \Rightarrow\ \sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$　故 $\angle B=60°$或 $120°$

∵　$\angle B$ 為鈍角　∴　$\angle B=120°$

(　　) 7.如圖所示，四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=7$，$\overline{BC}=5$，$\overline{AC}=4$，$\overline{CD}=2$，$\angle ACD=60^\circ$，則四邊形 $ABCD$ 的面積為



(A) $2\sqrt{2}+4\sqrt{5}$　(B) $2\sqrt{3}+4\sqrt{6}$　(C) $3\sqrt{2}+6\sqrt{5}$　(D) $3\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

【隨堂講義補充題.】

解答　B

解析　$\triangle ACD$ 面積 $=\frac{1}{2}\overline{AC}\times\overline{CD}\times\sin 60^\circ=\frac{1}{2}\times 4\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

$\triangle ABC$ 中，$s=\frac{4+5+7}{2}=8$

$\therefore$　$\triangle ABC$ 面積 $=\sqrt{8(8-4)(8-5)(8-7)}=4\sqrt{6}$

故四邊形 $ABCD=\triangle ACD$ 面積 $+\triangle ABC$ 面積 $=2\sqrt{3}+4\sqrt{6}$

(　　) 8.已知三角形的三頂點為 $A(-3,-4)$、$B(3,4)$、$C(k,0)$，且 $\angle BCA=90^\circ$，則 k^2 之值為　(A)9　(B)16　(C)25　(D)36

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　因 $\angle BCA=90^\circ$　$\Rightarrow$　$\overline{CB}\perp\overline{CA}$

$\Rightarrow$　$\overline{CB}$ 斜率 $\times\overline{CA}$ 斜率 $=-1$　$\Rightarrow$　$\frac{0-4}{k-3}\times\frac{-4-0}{-3-k}=-1$

$\Rightarrow$　$\frac{16}{-(k-3)(k+3)}=-1$　$\Rightarrow$　$k^2-9=16$　$\Rightarrow$　$k^2=25$

(　　) 9.$\cos 210^\circ+\cot(-225^\circ)+\sec(-660^\circ)=$　(A) $3+\frac{\sqrt{3}}{2}$　(B) $3-\frac{\sqrt{3}}{2}$　(C) $1-\frac{\sqrt{3}}{2}$　(D) $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$

【龍騰自命題.】

解答　C

解析

$$\cos 210^\circ+\cot(-225^\circ)+\sec(-660^\circ)=(-\frac{\sqrt{3}}{2})+(-1)+2=1-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(　　) 10.設一正六邊形 $ABCDEF$ 的一邊長為 2，則 $\dfrac{\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}}{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}$ 之值為

(A)1　(B)2　(C) $2\sqrt{2}$　(D) $\sqrt{2}$

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　$\because$　$ABCDEF$ 為正六邊形

$\therefore$　$\angle ADC=60^\circ$，且 $\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{CD}$

$\therefore$　$\angle CAD=30^\circ$，則

$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AD}||\overrightarrow{AC}|\cos\angle CAD=4\times 2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12$

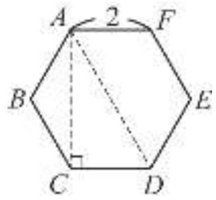
（依據△的 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 邊比知）

又 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cos\angle CAB$

（$\angle CAB=\angle BAD-\angle CAD=60^\circ-30^\circ=30^\circ$）

$\therefore$　$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2\times 2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6$

$\therefore$　$\dfrac{\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}}{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}=\frac{12}{6}=2$

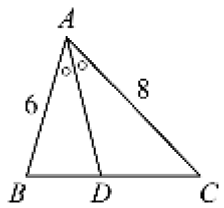


(　　) 11.在 $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=6$，$\overline{AC}=8$，$\angle A=60^\circ$，若 $\angle A$ 之內角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D，則 $\overline{AD}=$ (A) $\frac{24}{7}$ (B) $\frac{24\sqrt{3}}{7}$ (C) $\frac{12}{7}$ (D) $\frac{12\sqrt{3}}{7}$

【隨堂講義補充題.】

解答　B

解析　依題意作圖：



$\triangle ABC$ 面積 $=\triangle ABD$ 面積 $+\triangle ACD$ 面積

$\Rightarrow$　$\frac{1}{2}\times 6\times 8\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 6\times\overline{AD}\times\sin 30^\circ+\frac{1}{2}\times 8\times\overline{AD}\times\sin 30^\circ$

$\Rightarrow$　$12\sqrt{3}=\frac{3}{2}\overline{AD}+2\overline{AD}=\frac{7}{2}\overline{AD}$

$\therefore$　$\overline{AD}=\frac{24\sqrt{3}}{7}$

(　　) 12.下列哪個點不在函數 $y=-x^2+x-5$ 的圖形上？　(A) $(-1,-7)$　(B) $(0,-5)$　(C) $(1,-6)$　(D) $(2,-7)$

【龍騰自命題.】

解答　C

(　　) 13.設 $A(-1,3)$，$B(3,7)$，若 $\overline{AB}$ 為一圓的直徑，則此圓的圓心坐標為　(A)(1,5)　(B)(2,10)　(C) $(-2,-2)$　(D) $(-4,-4)$

【龍騰自命題.】

解答　A

(　　) 14.一銳角 θ 的餘切函數值為 $\frac{3}{2}$，則 θ 角的正割函數值為

(A) $\frac{2}{3}$　(B) $\frac{\sqrt{13}}{3}$　(C) $\frac{3}{\sqrt{13}}$　(D) $\frac{3}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 B

(　　) 15.已知直線 L 之 x 截距為 -3，y 截距為 15，則下列敘述何者正確？ (A)直線 L 過點(5,1) (B)直線 L 過點$(-4,5)$ (C)直線 L 過點$(5,-1)$ (D)直線 L 過點$(-4,-5)$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 x 截距 -3，y 截距 15 的直線為 $\dfrac{x}{-3}+\dfrac{y}{15}=1$

點$(-4,-5)$代入得 $\dfrac{-4}{-3}+\dfrac{-5}{15}=\dfrac{4}{3}-\dfrac{1}{3}=1$符合

∴ 此直線通過點$(-4,-5)$

(　　) 16.求 $f(x)=\cos^2 2x+2\sin^2 x$ 之極小值為(A)$\dfrac{1}{4}$ (B)$\dfrac{1}{2}$ (C)$\dfrac{3}{4}$ (D)1

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $f(x)=\cos^2 2x+2\sin^2 x=\cos^2 2x+2\times\dfrac{1-\cos 2x}{2}$

$=\cos^2 2x-\cos 2x+1=(\cos 2x-\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{3}{4}$

∴ $\cos 2x=\dfrac{1}{2}$時，$f(x)=\dfrac{3}{4}$為極小值

(　　) 17.設 $A(1,1)$、$B(4,3)$、$C(0,2)$為坐標平面上三點，試求 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上之正射影長度為 (A)$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ (B)$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (C)$\sqrt{2}$ (D)$2\sqrt{2}$

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 $\overrightarrow{AB}=(4-1,3-1)=(3,2)$，$\overrightarrow{AC}=(0-1,2-1)=(-1,1)$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(3,2)\cdot(-1,1)=-1$

又$\left|\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{(-1)^2+(1)^2}=\sqrt{2}$

則 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上之正射影為

$$\left(\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|^2}\right)\cdot\overrightarrow{AC}=\left(\frac{-1}{(\sqrt{2})^2}\right)\cdot(-1,1)=\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$$

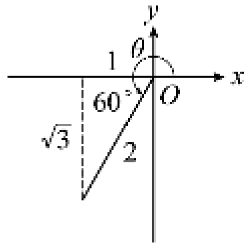
故其正射影長為$\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(　　) 18.若$0\le\theta\le\dfrac{4\pi}{3}$，則$\sin\theta$的最小值為何？ (A)$-1$ (B)$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (C)$\dfrac{1}{2}$ (D)$-\dfrac{1}{2}$

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析



故在範圍內$\sin\theta$之最小值為$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(　　) 19.已知平行四邊形的兩邊在直線 $2x+3y-7=0$ 與 $x-3y+4=0$ 上，一頂點為(1,1)，則另兩邊所在直線方程式分別為 (A)$2x+3y+5=0$ 與 $x-3y+2=0$ (B)$2x+3y-5=0$ 與 $x-3y-2=0$ (C)$2x+3y+5=0$ 與 $x-3y-2=0$ (D)$2x+3y-5=0$ 與 $x-3y+2=0$

【龍騰自命題.】

解答 D

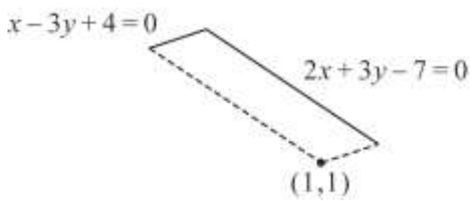
解析 此平行四邊形的另外兩邊為

(1)過點(1,1)平行 $2x+3y-7=0$

$\Rightarrow\ 2x+3y\xrightarrow{(1,1)}2\times1+3\times1\ \Rightarrow\ 2x+3y-5=0$

(2)過點(1,1)平行 $x-3y+4=0$

$\Rightarrow\ x-3y\xrightarrow{(1,1)}1-3\ \Rightarrow\ x-3y+2=0$



(　　) 20.α、β 均為銳角，$\cos\alpha=\dfrac{4}{5}$，$\tan\beta=\dfrac{5}{12}$，試求 $\sin(\alpha+\beta)$之值為 (A)$\dfrac{56}{65}$ (B)$\dfrac{65}{56}$ (C)$\dfrac{63}{65}$ (D)$\dfrac{65}{63}$

【隨堂測驗.】

解答 A

解析 $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{12}{13}+\dfrac{4}{5}\times\dfrac{5}{13}$

$=\dfrac{36}{65}+\dfrac{20}{65}=\dfrac{56}{65}$

(　　) 21.下列何者與 $\overrightarrow{a}=(-1,3)$平行？ (A)(1,3) (B)$(3,-1)$ (C)$(2,-6)$ (D)$(-3,-9)$

【龍騰自命題.】

解答 C

(　　) 22.過點$(2,-1)$，且與 x 軸正向成 150°夾角之直線方程式為
(A)$\sqrt{3}y-x-2+\sqrt{3}=0$ (B)$y-\sqrt{3}x-2+\sqrt{3}=0$
(C)$\sqrt{3}y+x+2-\sqrt{3}=0$ (D)$\sqrt{3}y+x-2+\sqrt{3}=0$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 過點$(2,-1)$，斜率為 $\tan150^\circ=-\tan30^\circ=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

此直線為 $y-(-1)=-\frac{1}{\sqrt{3}}(x-2)$

$\Rightarrow \quad \sqrt{3}y+x-2+\sqrt{3}=0$

(　　　) 23.設 $|\overrightarrow{a}|=2$，$|\overrightarrow{b}|=\sqrt{2}$，$\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 $\frac{3\pi}{4}$，試求

$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=$ 　(A)4　(B)-2　(C)3　(D)2

【課本練習題-自我評量.】

解答　B

解析　$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|\cos\frac{3\pi}{4}=2\times\sqrt{2}\times(-\frac{\sqrt{2}}{2})=-2$

(　　　) 24.已知 $\left|\overrightarrow{a}\right|=1$，$\left|\overrightarrow{b}\right|=\sqrt{5}$，$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=-2$。若 $t\overrightarrow{a}+(1-t)\overrightarrow{b}$

和 $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$ 垂直，其中 t 為實數，則 $t=$ 　(A)$\frac{7}{10}$　(B)$\frac{\sqrt{5}}{3}$

(C)$\frac{3}{4}$　(D)$\frac{\sqrt{5}}{2}$

【106 年歷屆試題.】

解答　A

解析　$\because$ $t\overrightarrow{a}+(1-t)\overrightarrow{b}$ 和 $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$ 垂直

$\therefore \left(t\overrightarrow{a}+(1-t)\overrightarrow{b}\right)\cdot\left(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}\right)=0$

$\Rightarrow t\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{a}-t\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+(1-t)\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{a}-(1-t)\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{b}=0$

$\Rightarrow t\left|\overrightarrow{a}\right|^2-t\left(\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}\right)+(1-t)\left(\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}\right)-(1-t)\left|\overrightarrow{b}\right|^2=0$

$\Rightarrow t\left|\overrightarrow{a}\right|^2+(1-2t)\left(\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}\right)-(1-t)\left|\overrightarrow{b}\right|^2=0$

$\Rightarrow t\times1^2+(1-2t)\times(-2)-(1-t)\times\left(\sqrt{5}\right)^2=0$

$\Rightarrow 10t-7=0 \quad \Rightarrow \quad t=\frac{7}{10}$

(　　　) 25.直線 L 的 x 截距為 -1，y 截距為 2，則 L 的方程式為　(A)$x+2y+1=0$　(B)$2x+y+2=0$　(C)$x-2y-1=0$　(D)$2x-y+2=0$

【龍騰自命題.】

解答　D