1204 第一二冊 班級　　　　姓名　　　　　　　座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　　)1.$\triangle ABC$ 三內角 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 之對應邊長分別為 a、b、c，若 $a=2\sqrt{3}$，$b=2$，$\angle A=120^\circ$，則 $c=$　(A)$\sqrt{3}$　(B)2　(C)3　(D)$2\sqrt{3}$

【091 年歷屆試題.】

解答　B

解析　題目中，$a=2\sqrt{3}$，$b=2$，$\angle A=120^\circ$

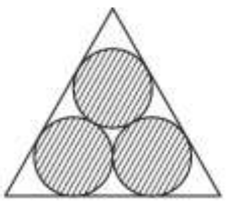
由此三條件只能先求 $\angle B$

利用正弦定理　$\Rightarrow\ \dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$

$$\Rightarrow\ \frac{\cancel{2}\sqrt{3}}{\sin 120^\circ}=\frac{\cancel{2}1}{\sin B}$$

$$\Rightarrow\ \cancel{\sqrt{3}}\sin B=\sin 120^\circ=\frac{\cancel{\sqrt{3}}^{1}}{2}\quad\Rightarrow\quad \sin B=\frac{1}{2}$$

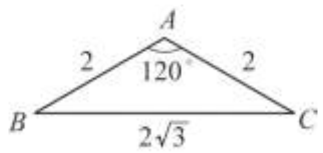
(　　　)2.三個半徑為 2 的圓，兩兩外切且內切於正三角形，如圖，則此正三角形之邊長為何？



(A)6　(B)$4+2\sqrt{3}$　(C)8　(D)$4+4\sqrt{3}$【092 年歷屆試題.】

$\Rightarrow\ \angle B=30^\circ$或 150°（不合）　$\Rightarrow\ \angle B=30^\circ$

再推得 $\angle C=30^\circ$　$\because\ \angle B=\angle C=30^\circ\ \Rightarrow\ b=c=2$（等腰）



另解：利用餘弦定理

$$\cos 120^\circ=\frac{4+C^2-(2\sqrt{3})^2}{2\times 2\times C}$$

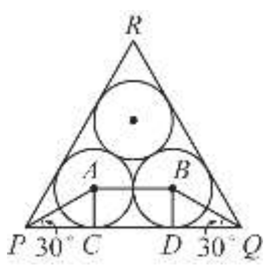
$$-\frac{1}{2}=\frac{C^2-8}{4C}$$

$C^2+2C-8=0$

$C=-4$（不合）、2

解答　D

解析　如圖所示



$\because\ \triangle PQR$ 為正三角形　$\Rightarrow\ \angle RPQ=\angle RQP=60^\circ$

$\Rightarrow\ \angle APC=30^\circ$，$\angle BQD=30^\circ$

已知圓半徑 $r=2$，則 $\overline{CD}=\overline{AB}=2\times r=4$

$\overline{PC}=\overline{AC}\times\cot 30^\circ=r\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

$\overline{DQ}=\overline{BD}\times\cot 30^\circ=r\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

$\Rightarrow\ \overline{PQ}=\overline{PC}+\overline{CD}+\overline{DQ}=2\sqrt{3}+4+2\sqrt{3}=4+4\sqrt{3}$

$\therefore$　此正三角形的邊長為 $4+4\sqrt{3}$

(　　　)3.設 $\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$ 為平面上之三個向量且

$\vec{a}=(\cos 30^\circ,\sin 30^\circ)$，$\vec{b}=(\cos 150^\circ,\sin 150^\circ)$，

$\vec{c}=(\cos 270^\circ,\sin 270^\circ)$，試求 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=$

(A)(1,0)　(B)(0,1)　(C)(1,1)　(D)(0,0)

【095 年歷屆試題.】

解答　D

解析　$\vec{a}=(\cos 30^\circ,\sin 30^\circ)=(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{1}{2})$

$\vec{b}=(\cos 150^\circ,\sin 150^\circ)=(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{1}{2})$

$\vec{c}=(\cos 270^\circ,\sin 270^\circ)=(0,-1)$

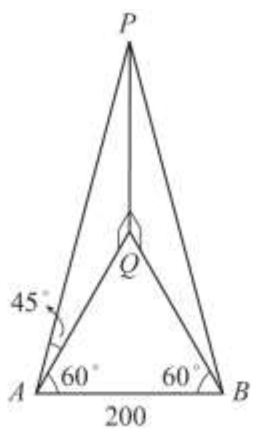
$\therefore\ \vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=(\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+0,\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-1)=(0,0)$

(　　　)4.有一測量員發現：當他從 A 點測量時，山是在他的東邊偏北 60°且山的仰角為 45°；若由 A 點向東直行 200 公尺到 B 點測量時，則山在他的西邊偏北 60°。試求山高是多少公尺？（若由低處觀測點仰望高處的目標物時，則目標物和觀測點的連線與水平線的夾角稱為仰角）　(A)100　(B)$100\sqrt{2}$　(C)$100\sqrt{3}$　(D)200

【095 年歷屆試題.】

解答　D

解析　設山高為 $\overline{PQ}$，如下圖所示



在$\triangle AQB$ 中，$\angle QAB=\angle QBA=60^\circ$

$\Rightarrow\ \triangle AQB$ 為正三角形　$\Rightarrow\ \overline{AQ}=\overline{AB}=200$

在直角$\triangle PQA$ 中，$\angle PAQ=45^\circ$

$\Rightarrow\ \overline{PQ}=\overline{AQ}=200$（等腰直角三角形）　$\therefore$　山高 $\overline{PQ}=200$ 公尺

(　　　)5.在坐標平面上，滿足不等式 $|x|\le y\le 8$ 的區域面積為何？

(A)16　(B)32　(C)64　(D)128

【094 年歷屆試題.】

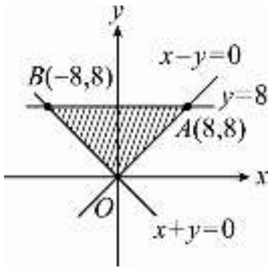
解答 C

解析 ∵ $|x| \le y \le 8$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x| \le y \\ y \le 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -y \le x \le y \\ y \le 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y \ge 0 \\ x-y \le 0 \\ y \le 8 \end{cases}$$

不等式所成區域如圖所示

（為△OAB）：



∴ 所成區域面積（即△OAB 面積）$=\dfrac{1}{2}\times 16\times 8=64$

(　　) 6.下列何者為多項式？ (A)$\dfrac{1}{x}+4$ (B)$\sqrt{2}x+8$ (C)$\dfrac{13}{5x-4}$ (D)$6\sqrt{x}+2$

【094 年歷屆試題.】

解答 B

解析 $\dfrac{1}{x}+4$ 及 $\dfrac{13}{5x-4}$ 的 x 在分母中出現，故不為 x 的多項式

又 $6\sqrt{x}+2$ 的 x 出現在根號內，故不為 x 的多項式

∴ 只有 $\sqrt{2}x+8$ 為 x 的多項式

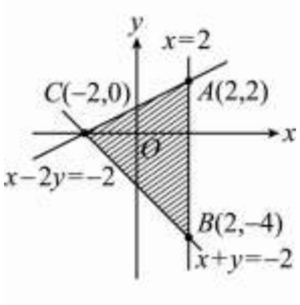
(　　) 7.在坐標平面上，滿足 $x+y\ge -2$，$x-2y\ge -2$，$x\le 2$ 不等式組的區域面積為何？ (A)12 (B)20 (C)24 (D)28

【093 年歷屆試題.】

解答 A

解析 $\begin{cases} x+y\ge -2 \\ x-2y\ge -2 \\ x\le 2 \end{cases}$

所成區域為△ABC（如下圖所示）



所求面積（即△ABC 面積）$=\dfrac{1}{2}\overline{AB}\times$（$\overline{AB}$ 邊上的高）

$=\dfrac{1}{2}\times 6\times 4=12$

(　　) 8.平面上兩點 $A(5,-1)$、$B(3,4)$。若 C 點在 y 軸上，且滿足 $\overline{AC}=\overline{BC}$，則 C 點坐標為何？ (A)$(0,-\dfrac{1}{10})$ (B)$(0,-\dfrac{1}{15})$ (C)$(0,\dfrac{1}{15})$ (D)$(0,\dfrac{1}{10})$

【098 年歷屆試題.】

解答 A

解析 C 點在 y 軸上，設 $C(0,t)$

∵ $\overline{AC}=\overline{BC}$ ∴

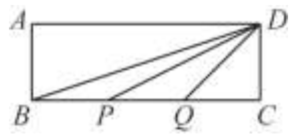
$\sqrt{(5-0)^2+(-1-t)^2}=\sqrt{(3-0)^2+(4-t)^2}$

$\Rightarrow (5-0)^2+(-1-t)^2=(3-0)^2+(4-t)^2 \Rightarrow$

$t=-\dfrac{1}{10}$

故 $C(0,-\dfrac{1}{10})$

(　　) 9.設 $ABCD$ 為一矩形，且 $\overline{BC}=3\overline{AB}$。令 P 點與 Q 點為 $\overline{BC}$ 上之點，且 $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QC}$，如圖。若 $\angle DBC=\alpha$，且 $\angle DPC=\beta$，則 $\tan(\alpha+\beta)$之值為何？



(A)$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ (B)$2-\sqrt{3}$ (C)1 (D)$2+\sqrt{3}$

【098 年歷屆試題.】

解答 C

解析 由於 $\overline{BC}=3\overline{AB}$，且 $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QC}$

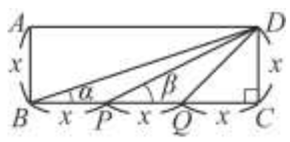
設 $\overline{AB}=x$，其中 $x>0$

則 $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QC}=\overline{CD}=x$

在△DBC 中，$\tan\alpha=\dfrac{x}{3x}=\dfrac{1}{3}$

在△DPC 中，$\tan\beta=\dfrac{x}{2x}=\dfrac{1}{2}$

故 $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\dfrac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}=1$



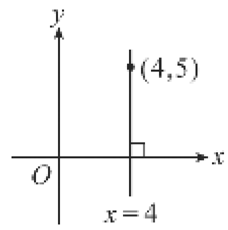
(　　) 10.下列敘述何者為錯誤？ (A)直線 $L:x+2y=4$ 的斜率為 $-\dfrac{1}{2}$ (B)方程式 $x=4$ 的圖形是一條通過點(4,5)，且平行 y 軸的直線 (C)通過點 $A(1,2)$、$B(-2,3)$的直線方程式為 $3x-y-1=0$ (D)當點 $A(-1,1)$、$B(2,x)$、$C(3,11)$ 為共線的三點時，則 $x=\dfrac{17}{2}$

【098 年歷屆試題.】

解答 C

解析 (A)$L:x+2y=4$ 的斜率為 $-\frac{1}{2}$

(B)$x=4$ 的圖形如下，



通過點(4,5)，且平行 y 軸的直線

(C)通過點 $A(1,2)$、$B(-2,3)$的直線：

$$y-2=\frac{3-2}{-2-1}(x-1) \Rightarrow x+3y-7=0$$

(D) $m_{\overline{AB}}=\frac{x-1}{2-(-1)}=\frac{x-1}{3}$，$m_{\overline{AC}}=\frac{11-1}{3-(-1)}=\frac{5}{2}$

∵ A、B、C 三點共線 ∴ $m_{\overline{AB}}=m_{\overline{AC}}$

即 $\frac{x-1}{3}=\frac{5}{2} \Rightarrow x=\frac{17}{2}$

( ) 11.設三直線 L_1：$x+3y-2=0$，L_2：$3x+y+2=0$，L_3：$x-y-2=0$，且 L_1 與 L_2 相交於 A 點，則過 A 點且與 L_3 平行的直線，不通過哪一個象限？ (A)第一象限 (B)第二象限 (C)第三象限 (D)第四象限

【099 年歷屆試題.】

解答 D

解析 $\begin{cases} x+3y-2=0\cdots① \\ 3x+y+2=0\cdots② \end{cases}$

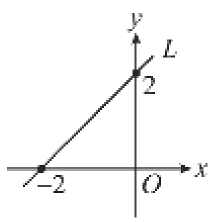
②×3－①得 $x=-1$，代回①得 $y=1$ ⇒ A 點坐標為$(-1,1)$

設過 A 點且與 L_3 平行的直線為

L：$x-y+k=0$

$A(-1,1)$代入 L：$-1-1+k=0 \Rightarrow k=2$

則 L：$x-y+2=0$，圖形如下，不通過第四象限



( ) 12.設 $f(x)$為一元二次多項式，若 $f(1)=4$，$f(-1)=4$，$f(0)=0$，則下列何者為 $f(x)$之因式？ (A)x (B)$x-1$ (C)$x+1$ (D)x^2-1

【095 年歷屆試題.】

解答 A

解析 ∵ $f(x)$為一元二次多項式

又 $f(1)=f(-1)=4$

故設 $f(x)=a(x-1)(x+1)+4$

已知 $f(0)=0 \Rightarrow a(0-1)(0+1)+4=0 \Rightarrow a=4$

即 $f(x)=4(x-1)(x+1)+4=4x^2$

∴ x 為 $f(x)$之因式

( ) 13.下列何者為 $x^3-6x^2+11x-6$ 的因式？ (A)$x+1$ (B)$x+2$ (C)$x-4$ (D)$x-3$

【091 年歷屆試題.】

解答 D

解析 令 $f(x)=x^3-6x^2+11x-6$

∵ $f(1)=1-6+11-6=0$ ∴ $f(x)$有因式$(x-1)$

$$\begin{array}{rrrr|r} 1 & -6 & +11 & -6 & 1 \\ & +1 & -5 & +6 & \\ \hline 1 & -5 & +6, & 0 & \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2-5x+6)=(x-1)(x-2)(x-3)$

( ) 14.設 a、b、c 均為實數，若 $(a-b)(b-c)(c-a)=-2$，則 $\begin{vmatrix} 2a & b & b \\ 6c & 3c & 3b \\ 2c-2a & c-a & c-a \end{vmatrix}$ 之值為何？ (A)-12 (B)-6 (C)6 (D)12

【105 年歷屆試題.】

解答 D

解析 原式$=\begin{vmatrix} 2a & b & b \\ 2\times3\times c & 3c & 3b \\ 2(c-a) & c-a & c-a \end{vmatrix}$（第一行提出 2，第二列提出 3，第三列提出$(c-a)$）

×(−1)
×(−1)

$=2\times3\times(c-a)\times\begin{vmatrix} a & b & b \\ c & c & b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$=6(c-a)\times\begin{vmatrix} a & b-a & b-a \\ c & 0 & b-c \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$（第三列降階展開）

$=6(c-a)\times1\times\begin{vmatrix} b-a & b-a \\ 0 & b-c \end{vmatrix}$（第一列提出$(b-a)$）

$=6(c-a)\times(b-a)\times\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & b-c \end{vmatrix}$

$=6(c-a)(b-a)\times[1\times(b-c)-0\times1]$

$=6(c-a)(b-a)(b-c)=6(c-a)[-(a-b)](b-c)$

$=-6(a-b)(b-c)(c-a)=-6\times(-2)=12$

( ) 15.設 t 為實數，且三元一次聯立方程式

$\begin{cases} (t+1)x+(t-1)z=1 \\ (t+1)y+z=3 \\ (t+1)y+tz=5 \end{cases}$ 無解，則 t 可為下列何者？

(A)-2 (B)0 (C)1 (D)2

【106 年歷屆試題.】

解答 C

解析　原方程組：$\begin{cases}(t+1)x+0y+(t-1)z=1\\0x+(t+1)y+z=3\\0x+(t+1)y+tz=5\end{cases}$

$$\Delta=\begin{vmatrix}t+1&0&t-1\\0&t+1&1\\0&t+1&t\end{vmatrix}\text{（第一、二行提出}(t+1)\text{）}$$

$$=(t+1)^2\times\begin{vmatrix}1&0&t-1\\0&1&1\\0&1&t\end{vmatrix}\text{（第一行降階展開）}$$

$$=(t+1)^2\times1\times\begin{vmatrix}1&1\\1&t\end{vmatrix}$$

$$=(t+1)^2\times1\times(1\times t-1\times1)=(t+1)^2(t-1)$$

若$\Delta=0$，則$t=-1$或1

(1)當$t=-1$時：原方程組：$\begin{cases}-2z=1\\z=3\\-z=5\end{cases}$　無解

(2)當$t=1$時：原方程組：$\begin{cases}2x=1\\2y+z=3\\2y+z=5\end{cases}$ 無解

由(1)和(2)可知：

當方程組無解時，t 可為-1或1

故選(C)

(　　　) 16.若 α、β 為方程式$x-\dfrac{3}{x}=-1$的兩相異實根，則

$(\dfrac{2}{\alpha}+1)(\dfrac{2}{\beta}+1)=$　(A)-1　(B)$\dfrac{1}{3}$　(C)1　(D)$\dfrac{5}{3}$

【100 年歷屆試題.】

解答　B

解析　$x-\dfrac{3}{x}=-1$

左右同乘 x

$\Rightarrow$　$x^2-3=-x$　$\Rightarrow$　$x^2+x-3=0$　$\Rightarrow$

$\alpha+\beta=-\dfrac{1}{1}=-1$，$\alpha\beta=\dfrac{-3}{1}=-3$

$$(\frac{2}{\alpha}+1)(\frac{2}{\beta}+1)=\frac{4}{\alpha\beta}+\frac{2}{\alpha}+\frac{2}{\beta}+1=\frac{4}{\alpha\beta}+2(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta})+1=\frac{4}{\alpha\beta}+2\times\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}+1$$

$$=\frac{4}{-3}+2\times\frac{-1}{-3}+1=\frac{1}{3}$$

(　　　) 17.設$z=\dfrac{(5-12i)(3+4i)}{(4-3i)(12-5i)}$，$i=\sqrt{-1}$，則$|z|$之值為何？

(A)1　(B)$\sqrt{2}$　(C)2　(D)13

【103 年歷屆試題.】

解答　A

解析　$|z|=\left|\dfrac{(5-12i)(3+4i)}{(4-3i)(12-5i)}\right|=\dfrac{|5-12i||3+4i|}{|4-3i||12-5i|}$

$$=\frac{\sqrt{5^2+(-12)^2}\times\sqrt{3^2+4^2}}{\sqrt{4^2+(-3)^2}\times\sqrt{12^2+(-5)^2}}=\frac{13\times5}{5\times13}=1$$

(　　　) 18.已知a 、b 為實數，若 $f(x)=x^3+ax^2+bx-6$ ，$g(x)=x^2-7x+6$，且 $f(x)$ 可被$g(x)$ 整除，求 $2a+3b$ 之值為　(A)23　(B)36　(C)39　(D)45

【105 年歷屆試題.】

解答　A

解析　$\because$　$f(x)$ 可被$g(x)$ 整除

$\therefore$　$f(x)$ 除以$g(x)$ 的算式如下：

$$\begin{array}{rl}
 & 1\quad -1\\
1-7+6\,\big) & 1\ +\ a\ +\ b\quad -6\\
 & 1\ -\ 7\ +\ 6\\ \hline
 & (a+7)\ +\ (b-6)\quad -6\\
 & -1\ +\ 7\quad -6\\ \hline
 & 0
\end{array}$$

則$\begin{cases}(a+7)-(-1)=0\\(b-6)-7=0\end{cases}$　$\Rightarrow$　$a=-8$，$b=13$

所求$2a+3b=2\times(-8)+3\times13=23$

(　　　) 19.設 $0\le x\le 2\pi$，試問函數 $f(x)=\sin^2x-2\cos x+2$ 之最大值為何？　(A)1　(B)2　(C)4　(D)5

【095 年歷屆試題.】

解答　C

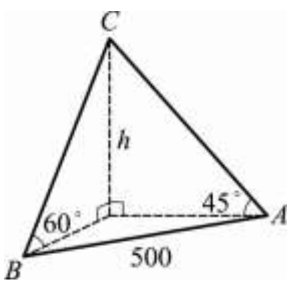
解析　$f(x)=\sin^2x-2\cos x+2=1-\cos^2x-2\cos x+2=-(\cos^2x+2\cos x+1)+4$

$=-(\cos x+1)^2+4$

但 $0\le x\le 2\pi$　$\Rightarrow$　$|\cos x|\le1$

$\therefore$　當 $\cos x=-1$ 時 $f(x)$有最大值 $-(-1+1)^2+4=4$

(　　　) 20.今有人欲測一山的高度，當此人在此山的正東方一點 A，測得山頂C 的仰角為$45°$，又當他在山的南$60°$西方向一點B，測得山頂C 的仰角為$60°$，如圖所示。若A、B 兩點相距500公尺，則此山高h為多少公尺？



(A)$\dfrac{500}{3}\sqrt{3}$　(B)$\dfrac{500}{7}\sqrt{21}$　(C)$\dfrac{500}{3}\sqrt{21}$　(D)$500\sqrt{3}$

【104 年歷屆試題.】

解答　B

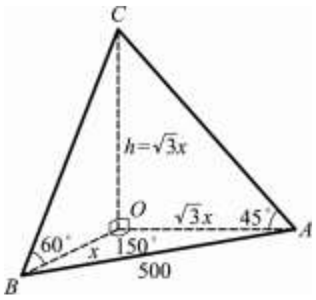
解析　設山的底部為O點，山高$h=\sqrt{3}x$（公尺）

在$\triangle OAC$之中，$\overline{OA}=\sqrt{3}x$

在$\triangle OBC$之中，$\overline{OB}=x$

$\because$ A 點在山的正東方且 B 點在山的南 $60°$ 西

$\therefore$ $\angle AOB = 150°$



在 $\triangle OAB$ 之中，由餘弦定理可知：

$500^2 = x^2 + (\sqrt{3}x)^2 - 2 \times x \times \sqrt{3}x \times \cos150°$

$= x^2 + 3x^2 - 2\sqrt{3}x^2 \times (-\frac{\sqrt{3}}{2}) = x^2 + 3x^2 + 3x^2 = 7x^2$

$\Rightarrow$ $x^2 = \frac{500^2}{7}$

$\Rightarrow$ $x = \frac{500}{\sqrt{7}} = \frac{500}{7}\sqrt{7}$

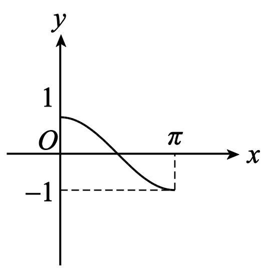
故山高 $h = \sqrt{3}x = \sqrt{3} \times \frac{500}{7}\sqrt{7} = \frac{500}{7}\sqrt{21}$（公尺）

(　　)21.已知 $0 \le \alpha$ 、 $\beta \le \pi$ 。下列各選項中，何者恆為正確？ (A)若 $\cos\alpha = \cos\beta$ ，則 $\alpha = \beta$ (B)若 $\cos(\alpha - \beta) = 0$，則 $\alpha = \beta$ (C)若 $\sin\alpha = \sin\beta$ ，則 $\alpha = \beta$ (D)若 $\sin(\alpha - \beta) = 0$，則 $\alpha = \beta$

【100 年歷屆試題.】

解答　A

解析　(A)當 $0 \le x \le \pi$ 時，$y = \cos x$ 的圖形如下



為 1 對 1 函數，即 $\cos\alpha = \cos\beta$ $\Rightarrow$ $\alpha = \beta$

(B)反例：$\cos(\frac{5}{6}\pi - \frac{2}{6}\pi) = \cos\frac{1}{2}\pi = 0$ ，但 $\frac{5}{6}\pi \ne \frac{2}{6}\pi$

(C)反例：$\sin\frac{\pi}{3} = \sin\frac{2}{3}\pi$ ，但 $\frac{\pi}{3} \ne \frac{2}{3}\pi$

(D)反例：$\sin(\pi - 0) = \sin\pi = 0$，但 $\pi \ne 0$

(　　)22.試問下列哪一個三角函數值與 $\sec250°$ 相等？ (A) $-\csc70°$ (B) $-\sec110°$ (C) $-\sec340°$ (D) $-\csc160°$

【101 年歷屆試題.】

解答　D

解析　$\sec250° = \sec(180° + 70°) = -\sec70°$

(A) $-\csc70° = -\csc(90° - 20°) = -\sec20°$

(B) $-\sec110° = -\sec(180° - 70°) = -(-\sec70°) = \sec70°$

(C) $-\sec340° = -\sec(360° - 20°) = -\sec20°$

(D) $-\csc160° = -\csc(180° - 20°) = -\csc20° = -\csc(90° - 70°) = -\sec70°$

(　　)23.設平面二向量 $\overrightarrow{u} = (2\cos\theta, \sin\theta)$，$\overrightarrow{v} = (\sin\theta, 2\cos\theta)$ 且其內積 $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 1$，若 $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ ，則 θ 之值可能為何？ (A) $\frac{\pi}{12}$ (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{3}$

【103 年歷屆試題.】

解答　A

解析

$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = (2\cos\theta, \sin\theta) \cdot (\sin\theta, 2\cos\theta)$

$= 2\cos\theta\sin\theta + \sin\theta \times 2\cos\theta$

$= 2 \times 2\sin\theta\cos\theta = 2\sin2\theta$

$\because$ $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 1$ $\therefore$ $2\sin2\theta = 1$ $\Rightarrow$ $\sin2\theta = \frac{1}{2}$

又 $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ $\overset{\times 2}{\Rightarrow}$ $0 \le 2\theta \le \pi$

而 $\sin\frac{\pi}{6} = \sin\frac{5}{6}\pi = \frac{1}{2}$

則 $2\theta = \frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5}{6}\pi$ $\Rightarrow$ $\theta = \frac{\pi}{12}$ 或 $\frac{5}{12}\pi$

故選(A)

(　　)24.設 $\sec\theta + \csc\theta = 1$ ，求 $\sec\theta\csc\theta$ 之值為 (A) $\sqrt{2}+1$ (B) $\sqrt{2}-1$ (C) $-\sqrt{2}-1$ (D) $-\sqrt{2}+1$

【105 年歷屆試題.】

解答　C

解析　$\sec\theta + \csc\theta = 1$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{\cos\theta} + \frac{1}{\sin\theta} = 1$ $\Rightarrow$

$\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta\cos\theta} = 1$

$\Rightarrow$ $\sin\theta + \cos\theta = \sin\theta\cos\theta$ $\overset{平方}{\Rightarrow}$

$(\sin\theta + \cos\theta)^2 = (\sin\theta\cos\theta)^2$

$\Rightarrow$ $1 + 2\sin\theta\cos\theta = (\sin\theta\cos\theta)^2 \cdots$①

令 $t = \sin\theta\cos\theta$

（$\because$ $\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}\sin2\theta$ ，且 $-1 \le \sin2\theta \le 1$

$\therefore$ $-\frac{1}{2} \le \sin\theta\cos\theta \le \frac{1}{2}$ ，即 $-\frac{1}{2} \le t \le \frac{1}{2}$ ）

①式：$1 + 2t = t^2$ $\Rightarrow$ $t^2 - 2t - 1 = 0$

$\Rightarrow$

$t = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$

$\because$ $-\frac{1}{2} \le t \le \frac{1}{2}$

$\therefore$ $t = 1 - \sqrt{2}$ ，即 $\sin\theta\cos\theta = 1 - \sqrt{2}$

所求

$$\sec\theta\csc\theta=\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{1}{1-\sqrt{2}}=\frac{1\times\left(1+\sqrt{2}\right)}{\left(1-\sqrt{2}\right)\times\left(1+\sqrt{2}\right)}$$

$$=-\sqrt{2}-1$$

(　　　) 25.已知三角形的三邊長分別為3公分、3公分、4公分，

則此三角形之外接圓半徑為何？ (A) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(B) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ (C) $\frac{7\sqrt{5}}{10}$ (D) $\frac{9\sqrt{5}}{10}$

【104年歷屆試題.】

解答 D

解析 設外接圓的半徑為 R，

$s=\frac{1}{2}(3+3+4)=5$

$\triangle ABC$ 的面積 $=\sqrt{5(5-3)(5-3)(5-4)}=2\sqrt{5}$

又 $\triangle ABC$ 的面積 $=\frac{3\times3\times4}{4R}=\frac{9}{R}$

則 $\frac{9}{R}=2\sqrt{5}$ $\Rightarrow$ $R=\frac{9}{2\sqrt{5}}=\frac{9\sqrt{5}}{10}$