

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

() 1. 下列何者角度為 $-\frac{4\pi}{3}$ 的同界角? (A) $\frac{10\pi}{3}$ (B) $\frac{4\pi}{3}$

(C) $-\frac{\pi}{3}$ (D) $-\frac{16\pi}{3}$

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 $-\frac{4\pi}{3} = (-2\pi) + \frac{2\pi}{3}$

故正同界角有: $\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} + 2\pi, \frac{2\pi}{3} + 4\pi, \dots$

$\Rightarrow \frac{2\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, \frac{14\pi}{3}, \dots$

負同界角有: $-\frac{4\pi}{3}, -\frac{4\pi}{3} - 2\pi, -\frac{4\pi}{3} - 4\pi, \dots$

$\Rightarrow -\frac{4\pi}{3}, -\frac{10\pi}{3}, -\frac{16\pi}{3}, \dots$

() 2. 在鈍角三角形 $\triangle ABC$ 中, 設 a, b, c 分別為 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的對邊長, 若 $\angle A = 30^\circ$ 且 $a:b = 1:\sqrt{3}$, 則 $\angle C =$ (A) 30° (B) 60° (C) 120° (D) 150°

【094 年歷屆試題.】

解答 A

解析 $\because a:b = \sin A:\sin B$

又知 $a:b = 1:\sqrt{3}$ 且 $\angle A = 30^\circ$

$\Rightarrow 1:\sqrt{3} = \sin 30^\circ:\sin B \Rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \angle B = 60^\circ$ 或 120°

當 $\angle B = 60^\circ$ 時

$\angle C = 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ$ (不合, 已知 $\triangle ABC$ 為鈍角三角形)

當 $\angle B = 120^\circ$ 時

$\angle C = 180^\circ - 30^\circ - 120^\circ = 30^\circ$

() 3. 若 x, y, z 為實數, 且 $x^2 + y^2 + z^2 = 5$, 則 $x + 2y + 3z$ 的最大值為 (A) $\sqrt{10}$ (B) $\sqrt{30}$ (C) $\sqrt{50}$ (D) $\sqrt{70}$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\because (x^2 + y^2 + z^2)(1^2 + 2^2 + 3^2) \geq (x + 2y + 3z)^2 \quad \therefore 5$

$\times 14 \geq (x + 2y + 3z)^2$

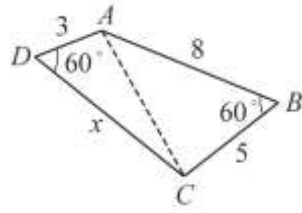
$\Rightarrow -\sqrt{70} \leq x + 2y + 3z \leq \sqrt{70}$

() 4. 已知四邊形 $ABCD$ (按順序) 中, $\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 5, \overline{AD} = 3$, 且 $\angle ABC = \angle ADC = 60^\circ$, 則 \overline{CD} 之長為多少? (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

【098 年歷屆試題.】

解答 D

解析



設 $\overline{CD} = x$

在 $\triangle ABC$ 中, $\overline{AC}^2 = 8^2 + 5^2 - 2 \times 8 \times 5 \times \cos 60^\circ = 49 \dots \textcircled{1}$

在 $\triangle ADC$ 中,

$\overline{AC}^2 = 3^2 + x^2 - 2 \times 3 \times x \times \cos 60^\circ = x^2 - 3x + 9 \dots \textcircled{2}$

由 $\textcircled{1}$ 和 $\textcircled{2}$ 知

$x^2 - 3x + 9 = 49 \Rightarrow x^2 - 3x - 40 = 0 \Rightarrow (x - 8)(x + 5) = 0 \Rightarrow x = 8$ 或 -5 (不合)

故 $\overline{CD} = 8$

() 5. 若 $f(x) = 2x^2 - 7, g(x) = 3x - 4$ 且 $3f(x) - 2x \times g(x) = h(x)$, 則 (A) $h(x) = 8x + 21$ (B) $h(0) = 21$ (C) $h(1) = -13$ (D) $h(1) = 13$

【龍騰自命題.】

解答 C

() 6. 設 $\vec{P} = (\frac{1}{2}, k)$ 為單位向量, 且 $k < 0$, 則 $k =$ (A) $-\frac{1}{2}$

(B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) -1 (D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\because \vec{P} = (\frac{1}{2}, k)$ 為單位向量 $\therefore |\vec{P}| = 1 \Rightarrow$

$(\frac{1}{2})^2 + k^2 = 1$

$\Rightarrow k = \pm \sqrt{\frac{3}{4}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \because k < 0 \quad \therefore k = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

() 7. 設 \vec{a} 與 \vec{b} 為平面上的兩個向量, 已知 $|\vec{a}| = 1,$

$|\vec{b}| = 3,$ 且 $|3\vec{a} - 2\vec{b}| = 3,$ 求 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ (A) 0

(B) 1 (C) 2 (D) 3

【095 年歷屆試題.】

解答 D

解析 $\because |3\vec{a} - 2\vec{b}| = 3$

平方得 $9|\vec{a}|^2 - 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 4|\vec{b}|^2 = 9$

又 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 3$

$\Rightarrow 9 \times 1^2 - 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 4 \times 3^2 = 9 \Rightarrow 12\vec{a} \cdot \vec{b} = 36$

$\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = 3$

() 8. 解 $\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=6 \\ x+z=2 \end{cases}$ ，則 $x+y-z=(A)-1(B)-\frac{5}{2}(C)\frac{3}{2}(D)1$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\begin{cases} x+y=1 \cdots \textcircled{1} \\ y+z=6 \cdots \textcircled{2} \\ x+z=2 \cdots \textcircled{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{\textcircled{1}+\textcircled{2}+\textcircled{3}}{2} : x+y+z=\frac{9}{2} \cdots \textcircled{4}$

$\textcircled{4} - \textcircled{1} \Rightarrow z = \frac{7}{2}$ () 9. 複數

$z = 6(\cos \frac{7}{4}\pi - i \sin \frac{7}{4}\pi)$ 的標準式為 (A) $3-3\sqrt{2}i$

(B) $-3+3\sqrt{2}i$ (C) $-3-3\sqrt{2}i$ (D) $3\sqrt{2}+3\sqrt{2}i$ 【龍騰自命題.】

$\textcircled{4} - \textcircled{2} \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$

$\textcircled{4} - \textcircled{3} \Rightarrow y = \frac{5}{2}$

$\therefore x+y-z = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} - \frac{7}{2} = -\frac{5}{2}$

解答 D

() 10. 試求行列式 $\begin{vmatrix} 34 & 35 & 36 \\ 38 & 39 & 40 \\ 41 & 42 & 43 \end{vmatrix} = (A)0 (B)43 (C)172 (D)387$

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析

$$\begin{vmatrix} 34 & 35 & 36 \\ 38 & 39 & 40 \\ 41 & 42 & 43 \end{vmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \times(-1) \\ \leftarrow \times(-1) \\ \leftarrow \times(-1) \end{matrix} = \begin{vmatrix} 34 & 35 & 36 \\ 4 & 4 & 4 \\ 7 & 7 & 7 \end{vmatrix} = 0$$

(\because 第2、3列成比例)

() 11. 若 $\begin{vmatrix} 8 & 7 & 10-3x \\ 9 & 8 & 6-3x \\ 7 & 6 & 4-x \end{vmatrix} = 0$ ，則 x 之值為 (A) 5 (B) 4

(C) 3 (D) 2

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析

$$\begin{vmatrix} 8 & 7 & 10-3x \\ 9 & 8 & 6-3x \\ 7 & 6 & 4-x \end{vmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \times(-1) \\ \leftarrow \times(-1) \\ \leftarrow \times(-1) \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & 7 & 3-3x \\ 1 & 8 & -2-3x \\ 1 & 6 & -2-x \end{vmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \times(-1) \\ \leftarrow \times(-1) \\ \leftarrow \times(-1) \end{matrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 5-2x \\ 0 & 2 & -2x \\ 1 & 6 & -2-x \end{vmatrix} = 1 \times \begin{vmatrix} 5-2x \\ -2x \end{vmatrix}$$

$= -2x - 2(5-2x) = 2x - 10 = 0$ 得 $x = 5$

() 12. 關於函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ， $ac \neq 0$ 之圖形，下列敘述

何者錯誤？ (A) 為一拋物線 (B) 與 x 軸至少有一個交點 (C) 當 $b^2 = 4ac$ 時，與 x 軸僅有一個交點 (D) 當 $b = 0$ ，與 x 軸的交點不可能只有一個

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 (A) $\because f(x) = ax^2 + bx + c$ ， $ac \neq 0 \therefore f(x)$ 為二次函數，為一拋物線

(B) $f(x)$ 與 x 軸可能：無交點，一個交點，或二個交點

(C) 當 $b^2 = 4ac$ 時，頂點坐標 $(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}) = (\frac{-b}{2a}, 0)$ ，

恰與 x 軸交於頂點

(D) 當 $b = 0$ 時，頂點坐標 $(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}) = (0, c)$

$\because c \neq 0 \therefore$ 與 x 軸交點不只一個

() 13. 下列何者正確？ (A) $\tan 210^\circ = \sqrt{3}$ (B) $\sin 270^\circ = -1$

(C) $\sec 405^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\cos 0^\circ = -1$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 (A) $\tan 210^\circ = \tan(180^\circ + 30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(B) $\sin 270^\circ = -1$

(C) $\sec 405^\circ = \sec(360^\circ + 45^\circ) = \sec 45^\circ = \sqrt{2}$

(D) $\cos 0^\circ = 1$

() 14. 下列何者不是 $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x - 2$ 的因式？ (A) $x+1$ (B) $x+2$ (C) $2x+1$ (D) $2x-1$

【龍騰自命題.】

解答 C

() 15. 設 $f(x) = 7x^4 - 10x^3 + 9x^2 + 2x - 8$ ，則下列有關 $f(x)$ 的敘述何者有誤？ (A) $\deg f(x) = 4$ (B) 領導係數為 7 (C) $f(-1) = 16$ (D) 常數項是 8

【龍騰自命題.】

解答 D

() 16. 若 $\theta = 200\pi^\circ$ ，則 θ 為 (A) 第二象限角 (B) 第三象限角 (C) x 軸上的象限角 (D) y 軸上的象限角

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\theta = 200\pi^\circ = 628^\circ$

$628^\circ - 360^\circ = 268^\circ$ 為第三象限角

() 17. 設 $L_1: 3x - 4y + 5 = 0$ ， $L_2: 4x - 3y + 12 = 0$ ，則通過 L_1 、 L_2 之交點，且通過點 $(3, -2)$ 之直線方程式為 (A) $27x - y - 83 = 0$ (B) $x - 27y + 57 = 0$ (C) $x - 27y - 57 = 0$ (D) $x + 27y - 57 = 0$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 所求直線在直線系 $k(3x - 4y + 5) + (4x - 3y + 12) = 0$ 中

過點(3, -2)代入

$$\Rightarrow 22k + 30 = 0 \Rightarrow k = -\frac{15}{11}$$

$$\therefore \text{所求直線為 } -\frac{15}{11}(3x - 4y + 5) + (4x - 3y + 12) = 0$$

$$\Rightarrow 15(3x - 4y + 5) - 11(4x - 3y + 12) = 0 \Rightarrow x - 27y - 57 = 0$$

() 18. 設 $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ ，則

$$\sqrt{1 + \cot^2 \theta} - \sqrt{(1 + \csc \theta)^2} + \sqrt{\cos^2 \theta} + \sqrt{(2 + \cos \theta)^2} =$$

(A) -1 (B) 1 (C) 2 (D) 3

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\because \pi < \theta < \frac{3}{2}\pi \therefore \sin \theta < 0, \cos \theta < 0$

$$\sqrt{1 + \cot^2 \theta} - \sqrt{(1 + \csc \theta)^2} + \sqrt{\cos^2 \theta} + \sqrt{(2 + \cos \theta)^2}$$

$$= -\csc \theta + (1 + \csc \theta) - \cos \theta + 2 + \cos \theta = 1 + 2 = 3$$

() 19. 試求 A(-2, 3) 到直線 $L: y = \frac{1}{2}x + 1$ 的距離為 (A) $\frac{6}{\sqrt{5}}$

(B) $\frac{4}{\sqrt{5}}$ (C) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 $L: y = \frac{1}{2}x + 1$ 整理得 $x - 2y + 2 = 0$

$$\text{則 } d(A, L) = \frac{|-2 - 2 \times 3 + 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

() 20. 一船向正西航行，於上午 9 時測得燈塔在船的西南 1000 公尺處，到下午 2 時再測得燈塔的方向在船的南

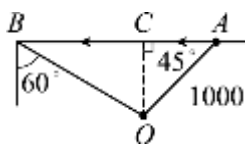
60° 東，則船速為多少公尺/小時？ (A) $\frac{200}{3}(3 + \sqrt{3})$

(B) $\frac{100}{3}(3 + \sqrt{3})$ (C) $100(\sqrt{2} + \sqrt{6})$ (D) $100(3 + \sqrt{3})$

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 依題意作圖：



如圖 $\triangle ACO$ 為等腰直角 \triangle

$$\sin 45^\circ = \frac{\overline{OC}}{1000}$$

$$\Rightarrow \overline{OC} = 1000 \times \sin 45^\circ = 500\sqrt{2} = \overline{AC}$$

$$\text{在 } \triangle OBC \text{ 中, } \tan 60^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{BC}}{500\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = 500\sqrt{2} \times \tan 60^\circ = 500\sqrt{6}$$

$$\text{則 } \overline{AB} = \overline{AC} + \overline{BC} = 500\sqrt{2} + 500\sqrt{6} \text{ (公尺)}$$

$$\text{故船速為 } 100(\sqrt{2} + \sqrt{6}) \text{ (公尺/小時)}$$

() 21. 若 $f(x) = \sec^2 \frac{x}{2} + \csc^2 \frac{x}{2}$ 的週期為 P ，求 P 之值為

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) π^2

【105 年歷屆試題.】

解答 B

解析

$$f(x) = \sec^2 \frac{x}{2} + \csc^2 \frac{x}{2}$$

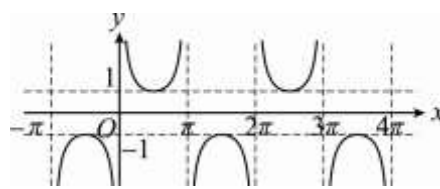
$$= \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} + \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2}} = \frac{\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2}}$$

$$= \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2}} = \left(\frac{1}{\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} \right)^2$$

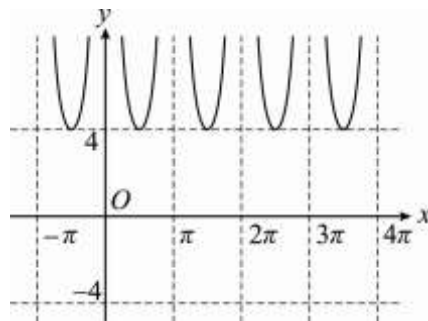
$$= \left(\frac{2}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} \right)^2 = \left(\frac{2}{\sin x} \right)^2$$

$$= (2 \csc x)^2 = 4 \csc^2 x$$

而 $y = \csc x$ 的圖形如下：



則 $y = 4 \csc^2 x$ 的圖形如下：



故 $f(x)$ 的週期 $P = \pi$

() 22. 設 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ，若方程式

$$\tan\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2}\right) + \cot\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2}\right) = 2\sqrt{2}$$
，則 x 的值为 (A) $\frac{5\pi}{12}$

(B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析

$$\tan\left(\frac{\pi}{3}-\frac{x}{2}\right)+\cot\left(\frac{\pi}{3}-\frac{x}{2}\right)=\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}-\frac{x}{2}\right)}$$

$$=\frac{2}{\sin\left(\frac{2}{3}\pi-x\right)}=2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{2}{3}\pi-x\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\because 0 < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < -x < 0$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{6} < \frac{2}{3}\pi - x < \frac{2}{3}\pi \quad \therefore \frac{2}{3}\pi - x = \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{2}{3}\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{5}{12}\pi$$

() 23. 求 $\left(\frac{-1-\sqrt{3}i}{\sqrt{2}}\right)^8$ 之值為 (A)16 (B) $16\sqrt{3}i$

(C) $8+8\sqrt{3}i$ (D) $-8+8\sqrt{3}i$

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析

$$\frac{-1-\sqrt{3}i}{\sqrt{2}} = \frac{2\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$

$$= \sqrt{2}(\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ)$$

∴

$$\left(\frac{-1-\sqrt{3}i}{\sqrt{2}}\right)^8 = \left[\sqrt{2}(\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ)\right]^8$$

$$= 2^4 \times (\cos 1920^\circ + i \sin 1920^\circ)$$

$$= 2^4 \times (\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$$

$$= 2^4 \times \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = -8 + 8\sqrt{3}i$$

() 24. $\cos(-1500^\circ) =$ (A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D)1

【龍騰自命題.】

解答 C

解析

$$\cos(-1500^\circ) = \cos 1500^\circ = \cos(4 \times 360^\circ + 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

() 25. 在同時滿足三條件：① $x \leq 0$ ② $y \geq 0$ ③ $3y \leq 2x + 6$

的所有點 (x, y) 中， $f(x, y) = 2x + y$ 的最大值為

(A)0 (B)2 (C)4 (D)6 【隨堂測驗.】

解答 B

	$f(x, y) = 2x + y$
$(0, 0)$	0
$(-3, 0)$	-6
$(0, 2)$	2 (最大值)

解析

