

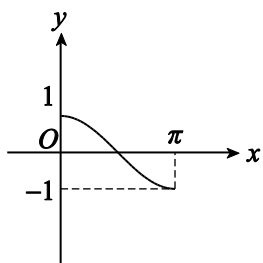
一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

- () 1. 已知 $0 \leq \alpha, \beta \leq \pi$ 。下列各選項中，何者恆為正確？
 (A) 若 $\cos \alpha = \cos \beta$ ，則 $\alpha = \beta$ (B) 若 $\cos(\alpha - \beta) = 0$ ，則 $\alpha = \beta$ (C) 若 $\sin \alpha = \sin \beta$ ，則 $\alpha = \beta$ (D) 若 $\sin(\alpha - \beta) = 0$ ，則 $\alpha = \beta$

【100 年歷屆試題。】

解答 A

解析 (A) 當 $0 \leq x \leq \pi$ 時， $y = \cos x$ 的圖形如下



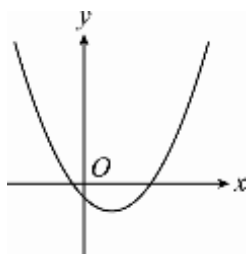
為 1 對 1 函數，即 $\cos \alpha = \cos \beta \Rightarrow \alpha = \beta$

(B) 反例： $\cos(\frac{5}{6}\pi - \frac{2}{6}\pi) = \cos \frac{1}{2}\pi = 0$ ，但 $\frac{5}{6}\pi \neq \frac{2}{6}\pi$

(C) 反例： $\sin \frac{\pi}{3} = \sin \frac{2}{3}\pi$ ，但 $\frac{\pi}{3} \neq \frac{2}{3}\pi$

(D) 反例： $\sin(\pi - 0) = \sin \pi = 0$ ，但 $\pi \neq 0$

- () 2. 設 a, b, c 為實數，且二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形如圖所示，則點 $P(b^2 - 4ac, abc)$ 在第幾象限？



- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

【100 年歷屆試題。】

解答 A

解析 對於 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形

開口向上 $\Rightarrow a > 0$

頂點在 y 軸右側 $\Rightarrow a, b$ 異號 $\Rightarrow b < 0$

與 y 軸的交點 $(0, c)$ 在 y 軸的負向 $\Rightarrow c < 0$

與 x 軸有 2 個交點 $\Rightarrow b^2 - 4ac > 0$

因此 $abc > 0$ ，故 $P(b^2 - 4ac, abc)$ 在第一象限

- () 3. 化簡 $\frac{8(\cos 170^\circ + i \sin 170^\circ)}{4(\cos 50^\circ + i \sin 50^\circ)} =$ (A) $1 + \sqrt{3}i$ (B) $1 - \sqrt{3}i$
 (C) 0 (D) $-1 + \sqrt{3}i$

【龍騰自命題。】

解答 D

- () 4. 求 $(\frac{1 - \sqrt{3}i}{\sqrt{2}})^{60}$ 之值為 (A) 2^{60} (B) 2^{30} (C) -2^{60} (D) -2^{30}

【龍騰自命題。】

解答 B

解析

$$\begin{aligned} \left(\frac{1 - \sqrt{3}i}{\sqrt{2}}\right)^{60} &= (-1 - \sqrt{3}i)^{30} = [2(\cos \frac{4}{3}\pi + i \sin \frac{4}{3}\pi)]^{30} = 2^{30}(\cos 40\pi \\ &= 2^{30}(\cos 0 + i \sin 0) = 2^{30} \end{aligned}$$

- () 5. 已知 a, b 為實數。若直線 $2x + ay + b = 0$ 通過 $10x - 2y + 5 = 0$ 與 $6x - y + 7 = 0$ 之交點，且斜率為 2，則 $a + b =$ (A) -12 (B) -10 (C) 10 (D) 12

【102 年歷屆試題。】

解答 A

解析 直線 $2x + ay + b = 0$ 的斜率為 $-\frac{2}{a} = 2 \Rightarrow a = -1$

則此直線為 $2x - y + b = 0 \dots \dots \textcircled{1}$

$$\begin{cases} 10x - 2y = -5 \dots \dots \textcircled{2} \\ 6x - y = -7 \dots \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \times 2 - \textcircled{2} \quad 2x = -9 \Rightarrow x = -\frac{9}{2}$$

$$x = -\frac{9}{2} \text{ 代入 } \textcircled{2} \quad 10 \times (-\frac{9}{2}) - 2y = -5 \Rightarrow y = -20$$

則交點為 $(-\frac{9}{2}, -20)$

$$\text{交點 } (-\frac{9}{2}, -20) \text{ 代入 } \textcircled{1} \quad 2 \times (-\frac{9}{2}) - (-20) + b = 0 \Rightarrow$$

$$b = -11$$

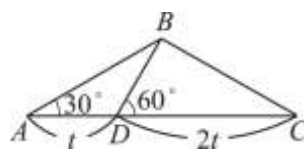
$$\text{故 } a + b = -1 + (-11) = -12$$

- () 6. 在 $\triangle ABC$ 中，若 D 點在線段 \overline{AC} 上且 $\overline{AD} : \overline{DC} = 1 : 2$ ，又 $\angle BAD = 30^\circ$ ， $\angle BDC = 60^\circ$ ，則 $\angle DCB$ 的角度為何？
 (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75°

【099 年歷屆試題。】

解答 A

解析



令 $\overline{AD} = t, \overline{DC} = 2t$ ，其中 $t > 0$

$$\because \angle BDC = 60^\circ \Rightarrow \angle BDA = 120^\circ \Rightarrow \angle ABD = 30^\circ$$

$$\therefore \triangle DAB \text{ 為等腰三角形 } \Rightarrow \overline{DB} = t$$

由餘弦定理知，在 $\triangle BCD$ 中，

$$\overline{BC}^2 = \overline{DB}^2 + \overline{DC}^2 - 2\overline{DB} \times \overline{DC} \times \cos(\angle BDC)$$

$$= t^2 + (2t)^2 - 2 \times t \times 2t \times \cos 60^\circ = 3t^2 \Rightarrow$$

$$\overline{BC} = \sqrt{3}t$$

由正弦定理，在 $\triangle BCD$ 中

$$\frac{\sqrt{3}t}{\sin 60^\circ} = \frac{t}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle C = 30^\circ \text{ 或}$$

150° (不合)
故 $\angle DCB = 30^\circ$
故選(A)

- () 7. 若點 $P(2, a)$ 在第四象限，且與直線 $4x - 3y + 1 = 0$ 的距離為 3，則 $a =$ (A) -1 (B) -2 (C) -3 (D) -4

【龍騰自命題.】

解答 B

- () 8. 關於函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ， $ac \neq 0$ 之圖形，下列敘述何者錯誤？(A) 為一拋物線 (B) 與 x 軸至少有一個交點 (C) 當 $b^2 = 4ac$ 時，與 x 軸僅有一個交點 (D) 當 $b = 0$ ，與 x 軸的交點不可能只有一個

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 (A) $\because f(x) = ax^2 + bx + c$ ， $ac \neq 0 \therefore f(x)$ 為二次函數，為一拋物線

(B) $f(x)$ 與 x 軸可能：無交點，一個交點，或二個交點

(C) 當 $b^2 = 4ac$ 時，頂點坐標 $(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}) = (\frac{-b}{2a}, 0)$ ，恰與 x 軸交於頂點

(D) 當 $b = 0$ 時，頂點坐標 $(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}) = (0, c)$

$\because c \neq 0 \therefore$ 與 x 軸交點不只一個

- () 9. 設 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ，則下列式子何者有誤？

(A) $\sin^2(\frac{\theta}{2}) + \cos^2(\frac{\theta}{2}) = 1$ (B) $(\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$ (C) $\sin\theta \times \cos\theta = 1$ (D) $\cot(90^\circ - \theta) = \tan\theta$

【龍騰自命題.】

解答 C

- () 10. 化簡 $(\sqrt{3} - i)^{100} + (\sqrt{3} + i)^{100} =$ (A) 1 (B) -1 (C) 2^{100} (D) -2^{100}

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 原式

$$= 2^{100}(\cos\frac{11}{6}\pi + i\sin\frac{11}{6}\pi)^{100} + 2^{100}(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})^{100}$$

$$= 2^{100}(\cos\frac{4}{3}\pi + i\sin\frac{4}{3}\pi) + 2^{100}(\cos\frac{2}{3}\pi + i\sin\frac{2}{3}\pi) = -2^{100}$$

- () 11. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 60^\circ$ 、 $\angle C = 90^\circ$ 、 $c = 20$ ， $a =$ (A) 5 (B) $5\sqrt{3}$ (C) 10 (D) $10\sqrt{3}$

【龍騰自命題.】

解答 D

- () 12. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} =$ (A) 10 (B) 2 (C) -10 (D) -15

【隨堂測驗.】

解答 C

解析 原式 $= 1 \times (-4) - 3 \times 2 = -10$

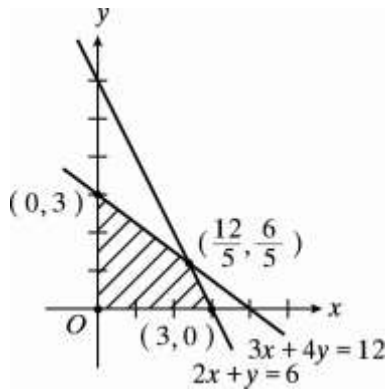
- () 13. 在 $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ 、 $3x + 4y \leq 12$ 、 $2x + y \leq 6$ 的條件下， $f(x, y) = 5x + 3y$ 的最大值為 (A) 9 (B) 15 (C) 12

(D) $\frac{78}{5}$ (E) $\frac{88}{5}$

【課本練習題-自我評量.】

解答 D

解析 圖解聯立不等式，並將可行解區域的頂點一一求出，如圖所示。



$$f(0, 0) = 5 \times 0 + 3 \times 0 = 0$$

$$f(0, 3) = 5 \times 0 + 3 \times 3 = 9$$

$$f(\frac{12}{5}, \frac{6}{5}) = 5 \times \frac{12}{5} + 3 \times \frac{6}{5} = \frac{78}{5}$$

$$f(3, 0) = 5 \times 3 + 3 \times 0 = 15$$

故 $f(x, y) = 5x + 3y$ 的最大值為 $\frac{78}{5}$

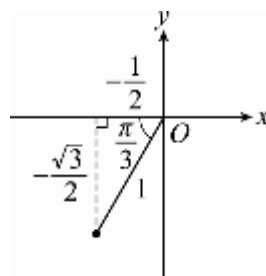
- () 14. $(\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2})^{60} =$ (A) 1 (B) -1 (C) i (D) $-i$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $(\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2})^{60} = (\frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i)^{60} = (\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3})^{60} =$

$$\cos 80\pi + i\sin 80\pi = 1 + 0i = 1$$



- () 15. 若 $\cos\theta = \frac{1}{3}$ 且 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，則 $3\sin\frac{\theta}{4}\cos\frac{\theta}{4}\cos\frac{\theta}{2}$ 的值为

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 1

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 原式 $= \frac{3}{2}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} = \frac{3}{4}\sin\theta = \frac{3}{4}\sqrt{1 - (\frac{1}{3})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

- () 16. 設 $y = \cos x$ ，下列何者是 y 的正確範圍？

(A) $-1 < y < 1$ (B) $-1 \leq y \leq 1$ (C) $y < -1$ 或 $y > 1$

(D) $y \leq -1$ 或 $y \geq 1$

【隨堂測驗】

解答 B

解析 由 $y = \cos x$ 之函數圖形可知。

() 17. 若方程組 $\begin{cases} ax - y = 9 \\ x + by = 5 \end{cases}$ 的解 $(x, y) = (2, 1)$ ，則 $a + b =$

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11

【隨堂測驗】

解答 A

解析 將 $x = 2$ ， $y = 1$ 代入方程組中得

$$\begin{cases} 2a - 1 = 9 \\ 2 + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\therefore a + b = 8$$

() 18. $\tan(180^\circ + \theta)\sin(90^\circ + \theta) - \cos(\theta - 180^\circ)\cot(\theta - 180^\circ)$

可化簡得 (A) $\sec \theta$ (B) $-\sec \theta$ (C) $\csc \theta$ (D) $-\csc \theta$

【龍騰自命題】

解答 C

解析 $\tan(180^\circ + \theta)\sin(90^\circ + \theta) - \cos(\theta - 180^\circ)\cot(\theta - 180^\circ)$

$$= \tan \theta \times \cos \theta - (-\cos \theta) \times \cot \theta = \frac{1}{\sin \theta} = \csc \theta$$

() 19. 若三元一次聯立方程式 $\begin{cases} ax - ay = 5 \\ ax - y + (1-a)z = 3 \\ (1-a)y + (2a-3)z = 1 \end{cases}$ 恰有一解，則 a 可能為下列何值？ (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

【105 年歷屆試題】

解答 D

解析 三元一次聯立方程式的係數行列式：

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & -a & 0 \\ a & -1 & 1-a \\ 0 & 1-a & 2a-3 \end{vmatrix} \quad (\text{第一行提出 } a)$$

$$= a \times \begin{vmatrix} 1 & -a & 0 \\ 1 & -1 & 1-a \\ 0 & 1-a & 2a-3 \end{vmatrix} \quad \leftarrow \begin{matrix} \square \\ \square \end{matrix} \times (-1)$$

$$= a \times \begin{vmatrix} 1 & -a & 0 \\ 0 & a-1 & 1-a \\ 0 & 1-a & 2a-3 \end{vmatrix} \quad (\text{第一行降階展開})$$

$$= a \times 1 \times \begin{vmatrix} a-1 & 1-a \\ 1-a & 2a-3 \end{vmatrix} \quad (\text{第一行提出 } (a-1))$$

$$= a(a-1) \times \begin{vmatrix} 1 & 1-a \\ -1 & 2a-3 \end{vmatrix}$$

$$= a(a-1) \times [1 \times (2a-3) - (-1) \times (1-a)]$$

$$= a(a-1)(a-2)$$

\therefore 聯立方程式恰有一解

\therefore 由克拉瑪公式知： $\Delta \neq 0$

即 $a(a-1)(a-2) \neq 0 \Rightarrow a \neq 0, 1, 2$

由題目的選項，故 a 可能的值為 3

() 20. 設 a, b, c 表 $\triangle ABC$ 三邊長，若 $b^2 - (c-a)^2 = ca$ ，則

$\angle B$ 等於 (A) 300° (B) 120° (C) 330° (D) 60°

【龍騰自命題】

解答 D

解析 $b^2 - (c-a)^2 = ca \Rightarrow b^2 - (c^2 - 2ac + a^2) = ca$

$$\therefore b^2 - c^2 - a^2 + 2ac = ca \quad \therefore ac = a^2 + c^2 - b^2$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{ac}{2ac} = \frac{1}{2} \quad \therefore \angle B = 60^\circ$$

() 21. 已知不等式 $x^2 - ax + (a+1) < 0$ 無實數解，則實數 a 的

範圍為 (A) $a > 2 + 2\sqrt{2}$ 或 $a < 2 - 2\sqrt{2}$

(B) $a \geq 2 + 2\sqrt{2}$ 或 $a \leq 2 - 2\sqrt{2}$

(C) $2 - 2\sqrt{2} < a < 2 + 2\sqrt{2}$ (D) $2 - 2\sqrt{2} \leq a \leq 2 + 2\sqrt{2}$

【隨堂講義補充題】

解答 D

解析 $\therefore x^2 - ax + (a+1) \geq 0$ 恆成立

$$\therefore D = (-a)^2 - 4 \times 1 \times (a+1) \leq 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a - 4 \leq 0$$

$$\Rightarrow 2 - 2\sqrt{2} \leq a \leq 2 + 2\sqrt{2}$$

() 22. 設 $\begin{vmatrix} a & -b \\ c & d \end{vmatrix} = 10$ ，則 $\begin{vmatrix} 6a & 3b \\ -2c & d \end{vmatrix} =$ (A) -120 (B) -60

(C) 60 (D) 120

【隨堂講義補充題】

解答 C

解析 所求

$$= 3 \times 2 \times \begin{vmatrix} a & b \\ -c & d \end{vmatrix} = 6 \times (-1) \times \begin{vmatrix} -a & -b \\ -c & d \end{vmatrix}$$

$$= 6 \times (-1)^2 \times \begin{vmatrix} a & -b \\ c & d \end{vmatrix} = 6 \times 1 \times 10 = 60$$

〈另解〉

$$\text{已知 } ad - (-bc) = 10$$

$$\text{所求} = 6ad - (3b)(-2c) = 6(ad + bc) = 6 \times 10 = 60$$

() 23. 行列式 $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 6 \\ 0 & 2 & -1 \\ -3 & 7 & 0 \end{vmatrix} =$ (A) 65 (B) 66 (C) 67 (D) 68

【隨堂講義補充題】

解答 C

解析 所求 $= 4 \times \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 7 & 0 \end{vmatrix} - 3 \times \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 4 \times 7 - 3 \times (-13) = 67$

() 24. 設 $A(-1, -4)$ ，則過 A 點且平行 x 軸之直線斜率為 (A)

-4 (B) $\frac{1}{4}$ (C) 0 (D) 不存在

【龍騰自命題】

解答 C

() 25. 設 $A(-1, \sqrt{3})$ ， $B(-2, 0)$ ，則 \overline{AB} 的斜角為 (A) 30°

(B) 60° (C) 120° (D) 150°

【龍騰自命題】

解答 B