

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

- () 1. 方程式 $7x^2 + 8x + 3 = 0$ 的根為 (A)實根 (B)相異兩實根 (C)相等兩實根 (D)共軛虛根 (E)以上皆非

【課本練習題-自我評量.】

解答 D**解析** $a=7, b=8, c=3$ 根的判別式 $b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times 7 \times 3 = -20 < 0$ $\therefore 7x^2 + 8x + 3 = 0$ 的根為共軛虛根

- () 2. 下列何者為方程式 $(x+2)(x+3)(x-4)(x-5) = 60$ 的正整數解? (A)1 (B)2 (C)3 (D)4

【097 年歷屆試題.】

解答 C**解析** $(x+2)(x+3)(x-4)(x-5) = 60 \Rightarrow [(x+2)(x-4)][(x+3)(x-5)] = 60$ $\Rightarrow (x^2 - 2x - 8)(x^2 - 2x - 15) - 60 = 0$ 令 $y = x^2 - 2x \Rightarrow (y-8)(y-15) - 60 = 0 \Rightarrow y^2 - 23y + 60 = 0$ $\Rightarrow (y-3)(y-20) = 0 \Rightarrow y = 3$ 或 $y = 20$ (1) 當 $y = 3 \Rightarrow 3 = x^2 - 2x \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow$ $(x+1)(x-3) = 0$ $\therefore x = 3$ 或 $x = -1$ (2) 當 $y = 20 \Rightarrow 20 = x^2 - 2x \Rightarrow x^2 - 2x - 20 = 0$ $\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{84}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{21}}{2} = 1 \pm \sqrt{21}$

由(1)、(2)知方程式的正整數解為 3

- () 3. 不等式 $x^2 - 3x - 18 < 0$ 的解為 (A) $-3 < x < 6$ (B) $-6 < x < 3$ (C) $-6 < x < -3$ (D) $x < -3$ 或 $x > 6$ (E) $x < -6$ 或 $x > 3$

【課本練習題-自我評量.】

解答 A**解析** 將 $x^2 - 3x - 18$ 因式分解得 $(x-6)(x+3)$ 故 $(x-6)(x+3) < 0 \Rightarrow -3 < x < 6$

- () 4. 試問 3^{11} 除以 $3^2 + 3 + 1$ 之餘數為何? (A)1 (B)3 (C)9 (D)12

【096 年歷屆試題.】

解答 C**解析** $3^{11} = 3^2(3^9 - 1) + 3^2 = 3^2[(3^3)^3 - 1^3] + 9 = 9(3^3 - 1)[(3^3)^2 +$ $3^3 + 1] + 9$ $= 9(3-1)(3^2+3+1)(3^6+3^3+1) + 9 = 18(3^2+3+$ $1)(3^6+3^3+1) + 9$ $\therefore 3^{11}$ 除以 $3^2 + 3 + 1$ 之餘數為 9

- () 5. 設 $x^2 + x + 2 = 0$ 的兩根為 α, β , 則 $\alpha^2 + \beta^2 =$ (A) -3 (B) -1 (C)1 (D)2

【龍騰自命題.】

解答 A**解析** 由根與係數的關係知 $\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = 2$ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-1)^2 - 2 \times 2 = -3$

- () 6. 設 ω 為 $x^5 = 1$ 之一個虛根, 則 $(2 + \omega)(2 + \omega^2)(2 + \omega^3)(2 + \omega^4) =$ (A)10 (B)11 (C)12 (D)13

【龍騰自命題.】

解答 B**解析** $\because x^5 - 1 = (x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ $\therefore \omega^4 + \omega^3 + \omega^2 + \omega + 1 = 0$ 且 $\omega^5 = 1$ 故原式 $= (2 + \omega)(2 + \omega^4)(2 + \omega^2)(2 + \omega^3)$ $= (5 + 2\omega + 2\omega^4)(5 + 2\omega^2 + 2\omega^3)$ $= 25 + 10(\omega^4 + \omega^3 + \omega^2 + \omega) + 4(\omega^4 + \omega^3 + \omega$ $^2 + \omega)$ $= 25 - 10 - 4 = 11$

- () 7. 化簡 $\sqrt{9 - 4\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}$ 得 (A) $\sqrt{3} - 1$ (B) $\sqrt{3} + 1$

(C) $2\sqrt{3} + 1$ (D) $2\sqrt{3} - 1$

【龍騰自命題.】

解答 D**解析** 原式 $= \sqrt{9 - 4(\sqrt{3} - 1)} = \sqrt{13 - 2\sqrt{12}} = \sqrt{12} - 1 = 2\sqrt{3} - 1$

- () 8. 多項式 $f(x)$ 除以 $x-3$ 得餘式 16, 除以 $x+4$ 得餘式 -19 , 則 $f(x)$ 除以 $x^2 + x - 12$ 的餘式為 (A) $3x + 7$ (B) $5x + 1$ (C) $7x - 5$ (D) $9x - 11$

【隨堂講義補充題.】

解答 B**解析** 設 $f(x) = (x^2 + x - 12)q(x) + ax + b$

$$\begin{cases} f(3) = 16 \\ f(-4) = -19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 16 \\ -4a + b = -19 \end{cases} \Rightarrow a = 5, b = 1$$

所求為 $5x + 1$

- () 9. 設 a, b, c 為實數, 若 $1 - 2i$ 與 3 為方程式 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 之根, 則 $b =$ (A)10 (B)11 (C)12 (D)13

【龍騰自命題.】

解答 B**解析** 先找以 $1 - 2i$ 為根的二次方程式令 $x = 1 - 2i \Rightarrow x - 1 = -2i \Rightarrow (x - 1)^2 = (-2i)^2$ $\Rightarrow x^2 - 2x + 1 = -4$ $\Rightarrow x^2 - 2x + 5 = 0$ 又原式有 $x = 3$ 的根 $\Rightarrow (x - 3)(x^2 - 2x + 5) = 0 \Rightarrow$ $x^3 - 5x^2 + 11x - 15 = 0$ $\therefore a = -5, b = 11, c = -15$

〈另解〉實係數方程式有虛根必為共軛虛根

 \therefore 原式之三根為 $1 - 2i, 1 + 2i, 3$ 根據根與係數關係 () 10. 若複數 $z = 2(\sin 73^\circ + i \cos 253^\circ)$, 則 $\text{Arg}(z) =$ (A) 343° (B) 73° (C) 253°

(D)326°

【龍騰自命題.】

$$a = -(1 - 2i + 1 + 2i + 3) = -5$$

$$b = (1 - 2i)(1 + 2i) + 3(1 + 2i) + 3(1 - 2i)$$

$$= 1 + 4 + 3 + 6i + 3 - 6i = 11$$

$$c = -(1 - 2i) \times (1 + 2i) \times 3 = -(1 + 4) \times 3 = -15$$

解答 A

解析 $\because z = 2(\sin 73^\circ - i\cos 73^\circ) = 2(\cos 17^\circ - i\sin 17^\circ) =$

$$2[\cos(-17^\circ) + i\sin(-17^\circ)]$$

$$= 2[\cos(343^\circ) + i\sin(343^\circ)]$$

$$\therefore \text{Arg}(z) = 343^\circ$$

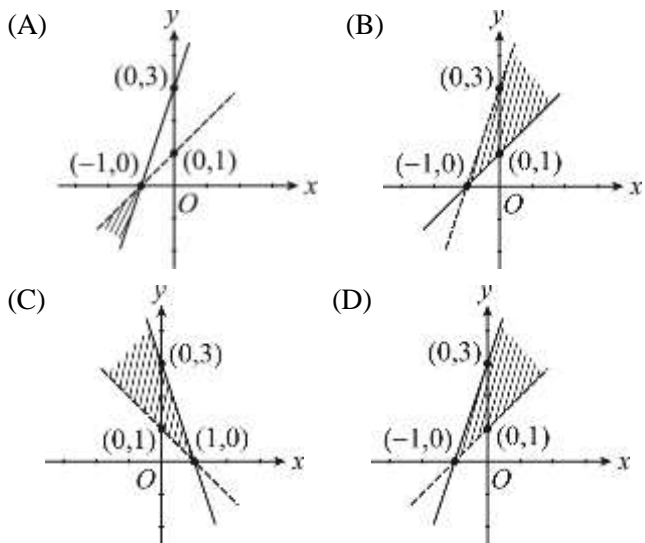
() 11. 展開 $(\cos 20^\circ + i\sin 20^\circ)(\cos 160^\circ + i\sin 160^\circ)$ 的乘積為

- (A) $\cos 140^\circ + i\sin 140^\circ$ (B) 1 (C) -1 (D) i

【龍騰自命題.】

解答 C

() 12. 下列何者為聯立不等式 $\begin{cases} 3x - y + 3 \geq 0 \\ y > x + 1 \end{cases}$ 之圖形?



【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 $3x - y + 3 \geq 0 \Rightarrow$ 實線且為 $3x - y + 3 = 0$ 的右側

$$y > x + 1 \Rightarrow x + 1 - y < 0 \Rightarrow$$
 虛線且為

$$x + 1 - y = 0$$
 的左側

故選(D)

() 13. 化簡 $\sqrt{16 + 4\sqrt{15}}$ = (A) $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ (B) $\sqrt{10} + \sqrt{6}$

- (C) $1 + \sqrt{15}$ (D) $4\sqrt{2}$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\sqrt{16 + 4\sqrt{15}} = \sqrt{16 + 2\sqrt{60}} = \sqrt{(\sqrt{10} + \sqrt{6})^2} = \sqrt{10} + \sqrt{6}$

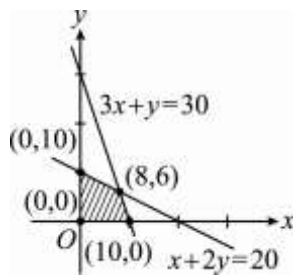
() 14. 不等式組 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 20 \\ 3x + y \leq 30 \end{cases}$ 的圖形面積為 (A) 60 (B) 70

- (C) 80 (D) 90

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 圖形如下:



$$\text{其面積為 } \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 10 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 10 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |60 + 80| = 70$$

() 15. 設點 A(2, 0), 點 B(0, 2) 且 C 為線段 \overline{AB} 之中點, 則

- C 點的極坐標為 (A) $(2, \frac{\pi}{4})$ (B) $(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$ (C) $(2, \frac{\pi}{3})$

- (D) $(2\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 \overline{AB} 之中點 C(1, 1), $r = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$$\text{而 } \cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ 取 } \theta = \frac{\pi}{4}, \text{ 故極坐}$$

$$\text{標為 } (\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$$

() 16. 若方程式 $6x^3 - x^2 - 10x - 3 = 0$ 的三根為 α, β, γ ,

- 且 $\alpha < \beta < \gamma$, 則 $\gamma - \beta =$ (A) $\frac{11}{6}$ (B) 2 (C) $\frac{13}{6}$

- (D) $\frac{7}{3}$

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 $6x^3 - x^2 - 10x - 3 = 0$

$$\Rightarrow (x+1)(3x+1)(2x-3) = 0$$

$$\Rightarrow x = -1 \text{ 或 } -\frac{1}{3} \text{ 或 } \frac{3}{2}$$

$$\therefore \alpha < \beta < \gamma \quad \therefore \alpha = -1, \beta = -\frac{1}{3}, \gamma = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \gamma - \beta = \frac{3}{2} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{11}{6}$$

() 17. 設 $z_1 = -1 + 5i, z_2 = 5 - 8i$, 則 $z_1 + z_2 =$ (A) $6 - 3i$

- (B) $-6 - 3i$ (C) $4 - 3i$ (D) $4 + 13i$

【隨堂測驗.】

解答 C

解析 $z_1 + z_2 = -1 + 5i + 5 - 8i = 4 - 3i$

() 18. 設 $\frac{2}{x^3 + 1} = \frac{A}{x + 1} + \frac{Bx + C}{x^2 - x + 1}$, 則 B 為 (A) $-\frac{2}{3}$ (B) $-\frac{1}{3}$

- (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 原式同乘 $x^3 + 1 = (x+1)(x^2 - x + 1)$ 得

$$2 = A(x^2 - x + 1) + (Bx + C)(x + 1) = (A + B)x^2 + (-A + B + C)x + A + C$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A + B = 0 \\ -A + B + C = 0 \\ A + C = 2 \end{cases} \Rightarrow A = \frac{2}{3}, B = -\frac{2}{3}, C = \frac{4}{3}$$

- () 19. 下列何點不在不等式 $3x - 4y < 1$ 的圖形內? (A)(0, 0) (B)(1, 5) (C)(0, -1) (D)(-1, 0) (E)(100, 100)

【課本練習題-自我評量.】

解答 C

解析 將答案中的每一點代入不等式中,

得知(0, -1)代入 $3x - 4y = 3 \times 0 - 4 \times (-1) = 4 > 1$ 與題意不合,

故(0, -1)不在不等式 $3x - 4y < 1$ 的圖形內

- () 20. 下列何者為無理數? (A) $-\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}\pi$ (C) 2^3 (D)9.9 (E) $0.\overline{12}$

【課本練習題-自我評量.】

解答 B

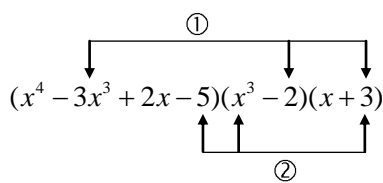
解析 $\because \pi$ 為無理數 $\therefore \frac{1}{2}\pi$ 亦為無理數

- () 21. 將 $(x^4 - 3x^3 + 2x - 5)(x^3 - 2)(x + 3)$ 乘開化簡後, x^3 項的係數為何? (A)-5 (B)-3 (C)3 (D)5

【104 年歷屆試題.】

解答 C

解析



$$x^3 \text{ 項} = \underbrace{-3x^3 \times (-2) \times 3}_{\text{①}} + \underbrace{(-5) \times x^3 \times 3}_{\text{②}} = 18x^3 - 15x^3 = 3x^3$$

故 x^3 項的係數為 3

- () 22. 解分式方程式 $\frac{x^2 - 6x - 7}{x + 1} = 0$, 得 $x =$ (A)-1, 7 (B)-1 (C)7 (D)無解

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 去分母, 得 $x^2 - 6x - 7 = 0 \Rightarrow (x - 7)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 7, -1$

但是 $x = -1$ 代入原分式會使分母為 0, 不合

故只能取 $x = 7$

- () 23. 下列何者與不等式 $|x - 4| < 8$ 的解相同? (A) $(x + 4)(x$

- $- 12) > 0$ (B) $(x - 4)(x + 12) > 0$ (C) $(x + 4)(x - 12) < 0$ (D) $(x - 4)(x + 12) < 0$

【095 年歷屆試題.】

解答 C

解析 $|x - 4| < 8 \Rightarrow -8 < x - 4 < 8 \Rightarrow -4 < x < 12 \Rightarrow (x + 4)(x - 12) < 0$

$\therefore |x - 4| < 8$ 與 $(x + 4)(x - 12) < 0$ 的解相同

- () 24. 大和尚與小和尚共有 100 人。一天早上他們總共吃了 100 個饅頭, 只知大和尚 1 人吃 3 個饅頭, 小和尚 3 人吃 1 個饅頭, 問大和尚有多少人? (A)20 (B)25 (C)30 (D)35

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 設大和尚 x 人, 小和尚 y 人

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ 3x + \frac{1}{3}y = 100 \end{cases} \Rightarrow x = 25, y = 75$$

- () 25. 在第一象限中滿足 $1 \leq x \leq 4$, $x + y \leq 6$, $x + 3y \geq 3$ 的所有點 (x, y) 的區域為 (A)三角形 (B)四邊形 (C)五邊形 (D)六邊形

【隨堂測驗.】

解答 C

解析 如圖所示, 可行解區域為五邊形區域

