1123 第二冊　　班級　　姓名　　座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　) 1.已知 $A(1,1)$、$B(2,-5)$，若 $\overline{AB}$ 恆與直線 L：$mx-y-3=0$ 相交，則 m 之範圍為　(A)$m\le 4$　(B)$1\le m\le 4$　(C)$-1\le m\le 4$　(D)$-1\le m$

【課本練習題-自我評量.】

解答　C

解析　$\because$ $\overline{AB}$ 恆與直線 L 相交（L：$mx-y-3=0$）

$\Rightarrow$ $(m-1-3)(2m+5-3)\le 0$ $\Rightarrow$ $(m-4)(2m+2)\le 0$

$\Rightarrow$ $(m-4)(m+1)\le 0$

$\therefore$ $-1\le m\le 4$

(　　) 2.多項式 $f(x)$除以 $x-1$、$x-2$ 之餘式分別為 3、5，則 $f(x)$除以 x^2-3x+2 之餘式為　(A)$2x-1$　(B)$2x+1$　(C)x　(D)$3x-1$

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　$f(x)=(x^2-3x+2)\times p(x)+ax+b$

又 $f(1)=3$，$f(2)=5$ $\Rightarrow$ $\begin{cases}a+b=3\\2a+b=5\end{cases}$　得 $a=2$，$b=1$，故餘式為 $2x+1$

(　　) 3.問 $(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})^{1996}=$　(A)1　(B)-1　(C)0　(D)i

【龍騰自命題.】

解答　B

(　　) 4.不等式 $\frac{3}{4}x-\frac{2x-1}{6}<\frac{3x+1}{2}-\frac{5}{2}$ 之解為　(A)$x>-2$　(B)$x<-2$　(C)$x>2$　(D)$x<2$

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　$\frac{3}{4}x-\frac{2x-1}{6}<\frac{3x+1}{2}-\frac{5}{2}\xrightarrow{\times 12}9x-2(2x-1)<6(3x+1)-30$

$\Rightarrow$ $5x+2<18x-24$ $\Rightarrow$ $13x>26$ $\Rightarrow$ $x>2$

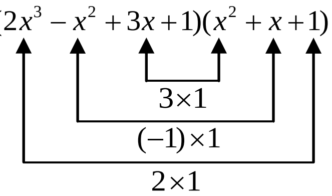
(　　) 5.求$(2x^3-x^2+3x+1)(x^2+x+1)$的展開式中，x^3 項的係數為何？　(A)4　(B)5　(C)6　(D)7

【093 年歷屆試題.】

解答　A

解析

$(2x^3-x^2+3x+1)(x^2+x+1)$



x^3 項的係數為 $2\times 1+(-1)\times 1+3\times 1=4$

(　　) 6.在坐標平面上，試求滿足 $1\le x\le 4$，$2x+3y-14\le 0$，$x-3y-7\le 0$，所圍成的區域面積為何？　(A)$\frac{27}{2}$　(B)$\frac{25}{2}$　(C)12　(D)9

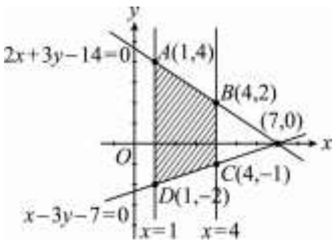
【隨堂講義補充題.】

解答　A

解析　$\begin{cases}1\le x\le 4\\2x+3y-14\le 0\\x-3y-7\le 0\end{cases}$

x	0	7
y	$\frac{14}{3}$	0

x	0	7
y	$-\frac{7}{3}$	0



區域面積四端點 A、B、C、D 坐標如下：

A：$x=1$ 代入 $2x+3y-14=0$

$\Rightarrow\ 2\times1+3y-14=0\ \Rightarrow\ y=4\ \Rightarrow\ A(1,4)$

B：$x=4$ 代入 $2x+3y-14=0$

$\Rightarrow\ 2\times4+3y-14=0\ \Rightarrow\ y=2\ \Rightarrow\ B(4,2)$

C：$x=4$ 代入 $x-3y-7=0$

$\Rightarrow\ 4-3y-7=0\ \Rightarrow\ y=-1\ \Rightarrow\ C(4,-1)$

D：$x=1$ 代入 $x-3y-7=0$

$\Rightarrow\ 1-3y-7=0\ \Rightarrow\ y=-2\ \Rightarrow\ D(1,-2)$

$\overline{BC}=3$，$\overline{AD}=6$

故 $ABCD$ 面積 $=\dfrac{(3+6)\times3}{2}=\dfrac{27}{2}$

(　　) 7.若 $z=\cos20°-i\sin20°$，則 $\text{Arg}(z)=$ (A)340° (B)20° (C) − 20° (D)70°

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $z=\cos20°-i\sin20°=\cos(-20°)+i\sin(-20°)$

$=\cos(-20°+360°)+i\sin(-20°+360°)=\cos340°+i\sin340°$

$\therefore\ \text{Arg}(z)=340°$

(　　) 8.設 x、y、z 皆為正實數，若 $x+y+z=1$，則 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}$ 的最小值為 (A)3 (B)5 (C)7 (D)9

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\because\ [(\sqrt{x})^2+(\sqrt{y})^2+(\sqrt{z})^2][(\dfrac{1}{\sqrt{x}})^2+(\dfrac{1}{\sqrt{y}})^2+(\dfrac{1}{\sqrt{z}})^2]\geq(1+1+1)^2$

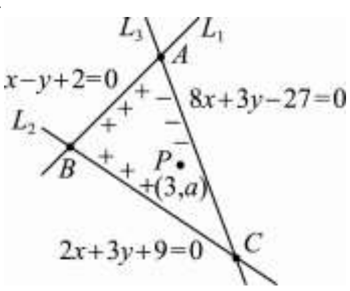
$\therefore\ (x+y+z)(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z})\geq9\ \Rightarrow\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\geq9$

(　　) 9.三直線 L_1：$x-y+2=0$，L_2：$2x+3y+9=0$，L_3：$8x+3y-27=0$ 圍成△ABC。若 $P(3,a)$在△ABC 內部，則 a 的範圍為 (A)$-4<a<3$ (B)$-5<a<1$ (C)$-2<a<4$ (D)$-3<a<2$

【龍騰自命題.】

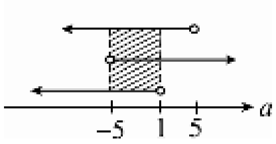
解答 B

解析



$$\begin{cases}P\text{在}L_1\text{右側}\\P\text{在}L_2\text{右側}\\P\text{在}L_3\text{左側}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3-a+2>0\\6+3a+9>0\\24+3a-27<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a<5\\a>-5\\a<1\end{cases}$$

取 $-5<a<1$



(　　　) 10.設$(4x^3+2x-5)+(3x^2-3x+2)=ax^3+bx^2+cx+d$，其中 a、b、c、d 為常數，則下列何者正確？　(A)$a+b=8$　(B)$c+d=9$　(C)$a+c=-2$　(D)$b+d=0$

【龍騰自命題.】

解答　D

(　　　) 11.化簡$\sqrt{18-2\sqrt{77}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$，則$a^2-b^2$之值＝　(A)121　(B)49　(C)72　(D)68

【隨堂測驗.】

解答　C

解析　$\sqrt{18-2\sqrt{77}}=\sqrt{11}-\sqrt{7}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$

$\therefore\ a=11$，$b=7$

故$a^2-b^2=11^2-7^2=121-49=72$

(　　　) 12.設$x+\dfrac{x}{x+\dfrac{x}{x+\cdots}}=2$，則$x=$　(A)1　(B)2　(C)$\dfrac{4}{3}$　(D)4

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　$\because\ x+\dfrac{x}{x+\dfrac{x}{x+\cdots}}=2$　　$\therefore\ x+\dfrac{x}{2}=2\ \Rightarrow\ \dfrac{3}{2}x=2$，$x=\dfrac{4}{3}$

(　　　) 13.設複數$z_1=2(\sin72°+i\cos72°)$，$z_2=4(\cos12°+i\sin12°)$，試求$z_1\times z_2=$　(A)$4+4\sqrt{3}i$　(B)$4-4\sqrt{3}i$　(C)$-4\sqrt{3}+4i$　(D)$4\sqrt{3}+4i$

【課本練習題-自我評量.】

解答　D

解析　$z_1=2(\sin72°+i\cos72°)=2[\sin(90°-18°)+i\cos(90°-18°)]$

$=2(\cos18°+i\sin18°)$

$z_1\times z_2=2(\cos18°+i\sin18°)\times4(\cos12°+i\sin12°)$

$=8[\cos(18°+12°)+i\sin(18°+12°)]=8(\cos30°+i\sin30°)$

$=8\times(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i)=4\sqrt{3}+4i$

(　　　) 14.設k為實數，方程式$x^2+(k-2)x+(2k-7)=0$有虛根，求k之範圍為　(A)$5<k<9$　(B)$4<k<8$　(C)$3<k<9$　(D)$4<k<9$

【隨堂講義補充題.】

解答　B

解析　方程式有虛根　$\Rightarrow$　$D<0$

即$(k-2)^2-4\times1\times(2k-7)<0$

$\Rightarrow\ k^2-4k+4-8k+28<0$

$\Rightarrow\ k^2-12k+32<0$

$\Rightarrow\ (k-4)(k-8)<0$

$\Rightarrow\ 4<k<8$

(　　　) 15.化簡$\overline{(\dfrac{1+i}{1-i})}=$　(A)i　(B)-1　(C)$-i$　(D)1

【龍騰自命題.】

解答　C

解析 $(\overline{\frac{1+i}{1-i}})=\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{1-2i+(-1)}{1-(-1)}=\frac{-2i}{2}=-i$

(　　) 16.已知 $i=\sqrt{-1}$。若 $z=\cos 78°+i\sin 78°$，則 $z^{15}=$　(A) $-i$　(B) -1　(C) i　(D) 1

【100 年歷屆試題.】

解答 C

解析 $z^{15}=(\cos 78°+i\sin 78°)^{15}=\cos(15\times 78°)+i\sin(15\times 78°)$

$=\cos 1170°+i\sin 1170°=\cos(3\times 360°+90°)+i\sin(3\times 360°+90°)$

$=\cos 90°+i\sin 90°=0+i=i$

(　　) 17.設 α 、 β 為方程式 $x^2-5x+3=0$ 的兩根，則 $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}$ 之值為何？　(A) $-\frac{7}{3}$　(B) $\frac{17}{3}$　(C) $\frac{19}{3}$　(D) $\frac{20}{3}$

【103 年歷屆試題.】

解答 C

解析 $\alpha+\beta=-\frac{-5}{1}=5$ ， $\alpha\beta=\frac{3}{1}=3$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=5^2-2\times 3=19$

$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\beta^2}{\alpha\beta}+\frac{\alpha^2}{\alpha\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{19}{3}$

(　　) 18.設 a 為實數，若方程式 $a(a-3)x+3=4(x+1)+a$ 無解，則 $a=$　(A) -1　(B) -3　(C) 2　(D) 4

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 $a(a-3)x+3=4(x+1)+a$

$\Rightarrow\ (a^2-3a)x+3=4x+a+4$

$\Rightarrow\ (a^2-3a-4)x=a+1$

$\because$ 無解 $\Rightarrow$ $a^2-3a-4=0$ 且 $a+1\neq 0$

$\therefore$ $a^2-3a-4=0$ $\Rightarrow$ $(a-4)(a+1)=0$

得 $a=4$ 或 -1（不合）

(　　) 19.已知 a、b、c 為實數。若 $x\neq\frac{3}{2}$ 時，等式 $\frac{4x^2-6x-3}{(2x-3)^2}=a+\frac{b}{2x-3}+\frac{c}{(2x-3)^2}$ 恆成立，則 $a+b+2c=$　(A) -4　(B) -2　(C) 2　(D) 4

【102 年歷屆試題.】

解答 B

解析 原式等號的兩側同乘以 $(2x-3)^2$

$\Rightarrow$　$4x^2-6x-3=a(2x-3)^2+b(2x-3)+c=a(4x^2-12x+9)+b(2x-3)+c$

$=4ax^2+(-12a+2b)x+(9a-3b+c)$

則 $\begin{cases}4a=4\cdots\cdots① \\ -12a+2b=-6\cdots\cdots② \\ 9a-3b+c=-3\cdots\cdots③\end{cases}$

由①得　$a=1$

$a=1$ 代入②　$-12\times 1+2b=-6$　$\Rightarrow$　$b=3$

$a=1$，$b=3$ 代入③　$9\times 1-3\times 3+c=-3$　$\Rightarrow$　$c=-3$

故 $a+b+2c=1+3+2\times(-3)=-2$

〈另解〉

原式等號的兩側同乘以 $(2x-3)^2$

$\Rightarrow$　$4x^2-6x-3=a(2x-3)^2+b(2x-3)+c$

$$
\begin{array}{c|cccl}
 & 4 & -6 & -3 & \big|\ \frac{3}{2} \\
 & & 6 & 0 & \\
\hline
2 & 4 & 0 & -3 \cdots\cdots c & \\
 & & 2 & 0 & \\
 & & & 3 & \\
\hline
2 & 2 & 3 \cdots\cdots b & & \\
 & 1 \cdots\cdots a & & &
\end{array}
$$

故 $a+b+2c=1+3+2\times(-3)=-2$

(　　　) 20.行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 10 & 20 \\ 5 & 50 & 1 \\ 10 & 1 & 5 \end{vmatrix} =$ (A) -99^2 (B) -100^2 (C) 99^2 (D) 100^2

【隨堂測驗.】

解答 A

解析

$$\begin{vmatrix} 1 & 10 & 20 \\ 5 & 50 & 1 \\ 10 & 1 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 20 \\ 5 & 0 & 1 \\ 10 & -99 & 5 \end{vmatrix} = -(-99)\times\begin{vmatrix} 1 & 20 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = 99\times(1-100)$$

$\times(-10)$

$$=99\times(-99)=-99^2$$

(　　　) 21.設 $x^2-5x+1=0$，則 $x^3+\frac{1}{x^3}=$ (A)110 (B)120 (C)130 (D)140

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $x^2-5x+1=0 \xrightarrow{\text{除以}x} x-5+\frac{1}{x}=0 \Rightarrow x+\frac{1}{x}=5$

$$x^3+\frac{1}{x^3}=(x+\frac{1}{x})(x^2-1+\frac{1}{x^2})$$

$$=(x+\frac{1}{x})[(x+\frac{1}{x})^2-2-1]$$

$$=(x+\frac{1}{x})[(x+\frac{1}{x})^2-3]$$

$$=5(5^2-3)$$

$$=110$$

(　　　) 22.設 a、b、c 均為正數，且 $a+b+c=6$，則 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ 之最小值為 (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{3}$

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 利用柯西不等式：

$$\left[\left(\sqrt{a}\right)^2+\left(\sqrt{b}\right)^2+\left(\sqrt{c}\right)^2\right]\left[\left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{b}}\right)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{c}}\right)^2\right]$$

$$\geq\left(\sqrt{a}\times\frac{1}{\sqrt{a}}+\sqrt{b}\times\frac{1}{\sqrt{b}}+\sqrt{c}\times\frac{1}{\sqrt{c}}\right)^2$$

$$\Rightarrow (a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\geq(1+1+1)^2$$

$\Rightarrow\ 6\times\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\geq 9$

$\Rightarrow\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq\frac{3}{2}$

故$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$之最小值為$\frac{3}{2}$

(　　) 23.設 $f(x)=x^{100}+x^{50}+1$，則 $f\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)=$　(A)1　(B)-1　(C)i　(D)$-i$

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 $\frac{-1+i}{\sqrt{2}}=\frac{-1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i=\cos135^\circ+i\sin135^\circ$

$f\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)$

$=f(\cos135^\circ+i\sin135^\circ)$

$=(\cos135^\circ+i\sin135^\circ)^{100}+(\cos135^\circ+i\sin135^\circ)^{50}+1$

$=(\cos13500^\circ+i\sin13500^\circ)+(\cos6750^\circ+i\sin6750^\circ)+1=(\cos180^\circ+i\sin180^\circ)+(\cos270^\circ+i\sin270^\circ)+1$

$=-1+(-i)+1=-i$

(　　) 24.設 $x=1+i$，$y=\sqrt{3}+i$，則 $x^{120}\div y^{60}=$　(A)-1　(B)1　(C)$-i$　(D)i

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 $x=1+i=\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i\right)=\sqrt{2}(\cos45^\circ+i\sin45^\circ)$

$y=\sqrt{3}+i=2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)=2(\cos30^\circ+i\sin30^\circ)$

$\frac{x^{120}}{y^{60}}=\frac{(\sqrt{2})^{120}\times(\cos5400^\circ+i\sin5400^\circ)}{2^{60}\times(\cos1800^\circ+i\sin1800^\circ)}=\frac{2^{60}}{2^{60}}\times(\cos3600^\circ+i\sin3600^\circ)=1$

(　　) 25.試求 $\sqrt{11+\sqrt{72}}+\sqrt{12-8\sqrt{2}}=$　(A)$2\sqrt{3}+5$　(B)$2\sqrt{3}+2$　(C)$\sqrt{2}+3$　(D)$3\sqrt{2}+1$

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 原式$=\sqrt{11+2\sqrt{18}}+\sqrt{12-2\sqrt{32}}=\sqrt{(9+2)+2\sqrt{9\times2}}+\sqrt{(8+4)-2\sqrt{8\times4}}$

$=\sqrt{9}+\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{4}=3+\sqrt{2}+2\sqrt{2}-2=3\sqrt{2}+1$