

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

() 1. 在坐標平面上，滿足不等式 $|x| \leq y \leq 8$ 的區域面積為何？

- (A)16 (B)32 (C)64 (D)128

【094 年歷屆試題。】

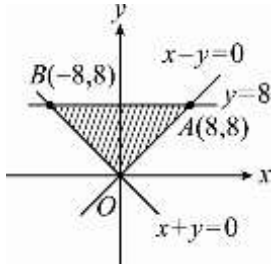
解答 C

解析 $\because |x| \leq y \leq 8$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x| \leq y \\ y \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -y \leq x \leq y \\ y \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y \geq 0 \\ x-y \leq 0 \\ y \leq 8 \end{cases}$$

不等式所成區域如圖所示

(為 $\triangle OAB$) :



$$\therefore \text{所成區域面積 (即 } \triangle OAB \text{ 面積)} = \frac{1}{2} \times 16 \times 8 = 64$$

() 2. 利用柯西不等式，則 $5\sin\theta + 12\cos\theta$ 的最大值為 (A)5

- (B)12 (C)13 (D)17

【龍騰自命題。】

解答 C

解析 $\because (5^2 + 12^2)(\sin^2\theta + \cos^2\theta) \geq (5\sin\theta + 12\cos\theta)^2$

$$\therefore 169 \times 1 \geq (5\sin\theta + 12\cos\theta)^2$$

$$\Rightarrow -13 \leq 5\sin\theta + 12\cos\theta \leq 13$$

() 3. 在坐標平面上，滿足不等式方程組 $\begin{cases} 2x+y-6 \leq 0 \\ 3x-y+3 \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 的區域，其面積為何？

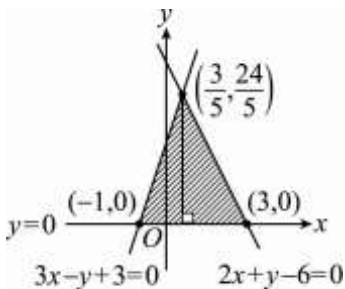
- (A) $\frac{22}{5}$ (B) $\frac{32}{5}$ (C) $\frac{42}{5}$

- (D) $\frac{48}{5}$

【098 年歷屆試題。】

解答 D

解析 滿足不等式方程組的區域如圖所示：



$$\text{面積} = \frac{1}{2} \times [3 - (-1)] \times \frac{24}{5} = \frac{48}{5}$$

() 4. 若 x, y, z 為實數，且 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ，則 $x + y + z$ 的最

大值為 (A) $2\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C)4 (D) $\sqrt{5}$

【龍騰自命題。】

解答 B

解析 $\because (x^2 + y^2 + z^2)(1^2 + 1^2 + 1^2) \geq (x + y + z)^2 \therefore 4 \times 3$

$$\geq (x + y + z)^2$$

$$\Rightarrow -2\sqrt{3} \leq x + y + z \leq 2\sqrt{3}$$

() 5. 不等式 $x^2 - x + 1 > 0$ 的解為 (A) $-1 < x < 1$ (B) $x < -1$

或 $x > 1$ (C) $\frac{-1-\sqrt{3}}{2} < x < \frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ (D) 全部實數

(E) 無解

【課本練習題-自我評量。】

解答 D

解析 多項式 $x^2 - x + 1$ 的 $b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$

故不等式 $x^2 - x + 1 > 0$ 的解為全部實數

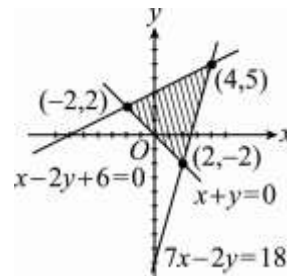
() 6. 不等式 $x - 2y + 6 \geq 0, 7x - 2y \leq 18, x + y \geq 0$ 所成區域

面積為 (A)15 (B)16 (C)17 (D)18

【龍騰自命題。】

解答 D

解析



$$\triangle \text{面積} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & 5 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 18$$

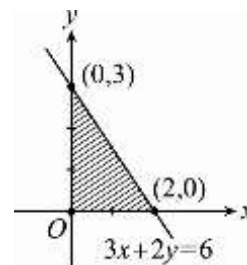
() 7. 在不等式組 $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 6 \end{cases}$ 之條件下， $5x + 4y$ 的最小值為

- (A)0 (B)10 (C)12 (D)22

【龍騰自命題。】

解答 A

解析 $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 6 \end{cases}$ 的圖形如下



$$\text{令 } f(x, y) = 5x + 4y, f(0, 0) = 0, f(0, 3) = 12, f(2, 0) = 10$$

因此 $5x + 4y$ 的最小值為 0

() 8. 設 $a > 0, b > 0$ ，若 $a + b = 9$ ，則 ab^2 的最大值為 (A)108

- (B)81 (C)54 (D)9

【龍騰自命題。】

解答 A

解析 $\because \frac{a+\frac{b}{2}+\frac{b}{2}}{3} \geq \sqrt[3]{a \times \frac{b}{2} \times \frac{b}{2}} \quad \therefore \frac{a+b}{3} \geq \sqrt[3]{\frac{1}{4}ab^2} \Rightarrow$

$\frac{9}{3} \geq \sqrt[3]{\frac{1}{4}ab^2} \Rightarrow ab^2 \leq 108$

- () 9. 設 $x, y > 0$, 若 $xy^2 = 36$, 則 $3x + y$ 的最小值為 (A)9 (B)12 (C)18 (D)27

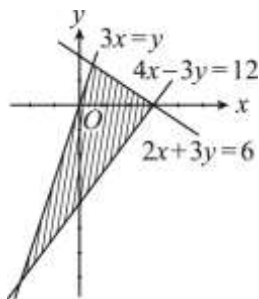
【龍騰自命題。】

解答 A

解析 $\because \frac{3x+\frac{y}{2}+\frac{y}{2}}{3} \geq \sqrt[3]{3x \times \frac{y}{2} \times \frac{y}{2}} \quad \therefore$

$\frac{3x+y}{3} \geq \sqrt[3]{\frac{3}{4}xy^2} \Rightarrow 3x+y \geq 3\sqrt[3]{\frac{3}{4}xy^2} = 9$

- () 10. 試問圖中斜線部分 (包含邊界) 為下列哪一個不等式組之解?



(A) $\begin{cases} 3x \geq y \\ 4x-3y \leq 12 \\ 2x+3y \geq 6 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 3x \geq y \\ 4x-3y \leq 12 \\ 2x+3y \leq 6 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 3x \leq y \\ 4x-3y \leq 12 \\ 2x+3y \leq 6 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 3x \leq y \\ 4x-3y \geq 12 \\ 2x+3y \leq 6 \end{cases}$

【隨堂講義補充題。】

解答 B

解析 \because 區域在

$\begin{cases} 3x = y \text{ 的右側} \\ 4x - 3y = 12 \text{ 的左側} \\ 2x + 3y = 6 \text{ 的左側} \end{cases}$

故選(B)

- () 11. 下列何者的圖形包含原點? (A) $x - 2y < 0$ (B) $x + 2y - 1 > 0$ (C) $2x - y - 2 < 0$ (D) $2x + y + 1 < 0$

【龍騰自命題。】

解答 C

- () 12. 滿足不等式 $x^2 - 4x - 5 \leq 0$ 的整數解有幾個? (A)6 個 (B)7 個 (C)8 個 (D)9 個

【龍騰自命題。】

解答 B

解析 $x^2 - 4x - 5 \leq 0 \Rightarrow (x-5)(x+1) \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 5$

故整數解為 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$, 共 7 個

- () 13. 在 $x \geq 0, y \geq 0, 3x + 4y \leq 12, 2x + y \leq 6$ 的條件下, $f(x,$

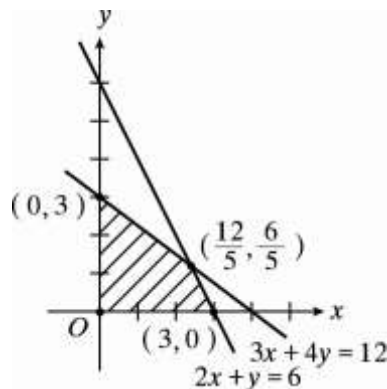
$y) = 5x + 3y$ 的最大值為 (A)9 (B)15 (C)12

(D) $\frac{78}{5}$ (E) $\frac{88}{5}$

【課本練習題-自我評量。】

解答 D

解析 圖解聯立不等式, 並將可行解區域的頂點一一求出, 如圖所示。



$f(0, 0) = 5 \times 0 + 3 \times 0 = 0$

$f(0, 3) = 5 \times 0 + 3 \times 3 = 9$

$f(\frac{12}{5}, \frac{6}{5}) = 5 \times \frac{12}{5} + 3 \times \frac{6}{5} = \frac{78}{5}$

$f(3, 0) = 5 \times 3 + 3 \times 0 = 15$

故 $f(x, y) = 5x + 3y$ 的最大值為 $\frac{78}{5}$

- () 14. 不等式 $x^2 + 8x - 20 \geq 0$ 的解為 (A) $x \geq 10$ 或 $x \leq -2$ (B) $x \geq 5$ 或 $x \leq -4$ (C) $x \geq 2$ 或 $x \leq -10$ (D) $x \geq 4$ 或 $x \leq -5$

【龍騰自命題。】

解答 C

解析 $x^2 + 8x - 20 \geq 0 \Rightarrow (x+10)(x-2) \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$ 或 $x \leq -10$

- () 15. 設 a, b, x, y 為實數, 且 $a^2 + b^2 = 6, x^2 + y^2 = 24$, 則 $ax + by$ 的 (A)最大值為 30 (B)最大值為 12 (C)最小值為 -6 (D)最小值為 -18 (E)最小值為 -144

【課本練習題-自我評量。】

解答 B

解析 由柯西不等式知

$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2 \Rightarrow 6 \times 24 \geq (ax + by)^2$

$\Rightarrow -12 \leq ax + by \leq 12$

所以 $ax + by$ 的最大值為 12, 最小值為 -12 ,

故選(B)

- () 16. 下列何點在不等式 $2x \leq 3y$ 所表示的區域中? (A)(1, -1) (B)(2, -1) (C)($-1, -2$) (D)(0, 0)

【龍騰自命題。】

解答 D

- () 17. 若函數 $y = x^2 + (k-2)x + (2-k)$ 之圖形與 x 軸不相交, 則 k 之範圍為 (A) $k = 2$ 或 -2 (B) $-2 < k < 2$ (C) $k < -2$ 或 $k > 2$ (D) $k < -1$ 或 $k > 3$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\because y = x^2 + (k-2)x + (2-k)$ 之圖形與 x 軸不相交 \Rightarrow 判別式 < 0

$$\Rightarrow (k-2)^2 - 4 \times 1 \times (2-k) < 0 \Rightarrow (k-2)^2 + 4(k-2) < 0$$

$$\Rightarrow (k-2)(k+2) < 0 \Rightarrow -2 < k < 2$$

() 18. 不等式 $x^2 + 25 < 10x$ 之解為 (A) 所有實數 (B) 所有實數但 $x \neq 5$ (C) $x = 5$ (D) 無解

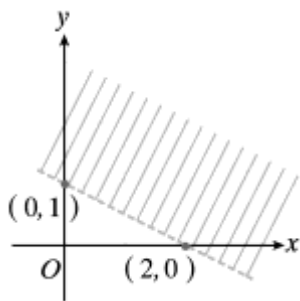
【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $x^2 + 25 < 10x \Rightarrow x^2 - 10x + 25 < 0 \Rightarrow (x-5)^2 < 0$

\because 實數的平方都大於或等於 0 \therefore 此題無解

() 19. 圖中所示的斜線部分，是下列哪一個不等式的圖形？



(A) $2x - y - 2 < 0$ (B) $2x + y + 2 \geq 0$ (C) $x - 2y - 2 \leq 0$
 (D) $x + 2y - 2 > 0$ (E) $2x - y + 2 < 0$

【課本練習題-自我評量.】

解答 D

解析 經過 $(0, 1)$ 、 $(2, 0)$

兩點的直線方程式為 $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} = 1 \Rightarrow x + 2y - 2 = 0$

圖解區域在直線 $x + 2y - 2 = 0$ 的右側，

就 x 項而論不等式應為「 $x >$ 」，故所求的不等式為 $x + 2y - 2 > 0$

() 20. 求不等式 $-x^2 + 6x - 9 < 0$ 的解為何？ (A) 無實數解 (B) 所有實數 (C) $x = 3$ (D) 所有不等於 3 的實數

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 $-x^2 + 6x - 9 < 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 > 0$

又 $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2 \geq 0$

\therefore 所求為所有不等於 3 的實數

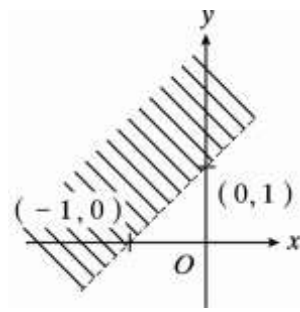
() 21. 不等式 $x - y + 1 < 0$ 的圖形不含哪個象限的點？ (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四 (E) 三和四

【課本練習題-自我評量.】

解答 D

解析 將不等式 $x - y + 1 < 0$ 繪圖

由圖得知不等式 $x - y + 1 < 0$ 不包含第四象限



() 22. 不等式 $x^2 + 1 \leq 0$ 的解為 (A) $-1 \leq x \leq 1$ (B) $x \geq -1$
 (C) $x \geq 1$ (D) 無解

【龍騰自命題.】

解答 D

() 23. 已知實數 a 、 b 滿足 $3a - 2b = 10$ ，當 $a^2 + 4b^2$ 為最小值時，此時 $a =$ (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 利用柯西不等式

$$[a^2 + (2b)^2][3^2 + (-1)^2] \geq (3a - 2b)^2$$

$$\Rightarrow (a^2 + 4b^2) \times 10 \geq 100$$

$$\Rightarrow a^2 + 4b^2 \geq 10$$

$\therefore a^2 + 4b^2$ 之最小值為 10

$$\text{此時 } \frac{a}{3} = \frac{2b}{-1} = t$$

$$\Rightarrow a = 3t, b = -\frac{1}{2}t$$

代入 $3a - 2b = 10$ 得 $t = 1 \Rightarrow a = 3$

() 24. 已知正數 a 、 b 滿足 $ab = 16$ ，當 $4a + b$ 為最小值時，此時 $a =$ (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 利用算幾不等式

$$\frac{4a+b}{2} \geq \sqrt{4a \times b} = \sqrt{64} = 8$$

$$\Rightarrow 4a + b \geq 16$$

$4a + b$ 的最小值為 16，此時 $4a = b$

$$\therefore 4a = b = 8 \Rightarrow a = 2, b = 8$$

() 25. 設 a 、 b 、 c 均為實數，若一元二次函數

$f(x) = ax^2 + bx + c \geq 0$ 對任意實數 x 恆成立，則下列

何者正確？ (A) $a > 0, b^2 - 4ac \leq 0$ (B) $a > 0,$

$b^2 - 4ac \geq 0$ (C) $a < 0, b^2 - 4ac \leq 0$ (D) $a < 0,$

$b^2 - 4ac \geq 0$

【隨堂測驗.】

解答 A