1119　第一、二冊　　姓名　　　座號

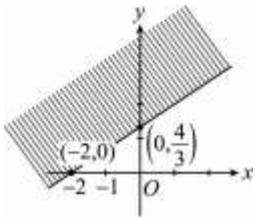
一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　　) 1.不等式 $2x-3y+4\le 0$ 的圖形不通過第幾象限？　(A)一　(B)二　(C)三　(D)四

【隨堂講義補充題.】

解答　D

解析　圖形如下所示：



$2x-3y+4\le 0$，

x	0	-2
y	$\frac{4}{3}$	0

則圖形不通過第四象限

(　　　) 2.有一繩子的長度是 24 公分，若圍成正三角形的面積為 a 平方公分；圍成正方形的面積為 b 平方公分；圍成正六邊形的面積為 c 平方公分，則下列何者正確？　(A)$a<b<c$　(B)$a<c<b$　(C)$c<a<b$　(D)$c<b<a$

【095 年歷屆試題.】

解答　A

解析　$\because$ 繩子的長度為 24 公分

$\Rightarrow$ 正三角形、正方形、正六邊形的邊長分別為 8 公分、6 公分、4 公分

$\Rightarrow$ 正三角形面積為 $a=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 8^2=16\sqrt{3}$（平方公分）

正方形面積為 $b=6^2=36$（平方公分）

正六邊形面積為 $c=6\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2=24\sqrt{3}$（平方公分）

$\therefore$ $a<b<c$

(　　　) 3.設 $4x^3-6x^2+8x+1$ 除以 $2x-1$ 的商式為 ax^2+bx+c，餘式為 d，試求 $a+b+c+d$ 之值？　(A)10　(B)7　(C)5　(D)3

【課本練習題-自我評量.】

解答　B

解析

$$\begin{array}{rrrrrrrr|l}
 & 4 & - & 6 & + & 8 & + & 1 & \frac{1}{2} \\
+) & & + & 2 & - & 2 & + & 3 & \\
\hline
2 & 4 & - & 4 & + & 6 & + & 4 & \\
 & 2 & - & 2 & + & 3 & & &
\end{array}$$

商式：$2x^2-2x+3$，餘式：4

$\therefore$ $a=2$，$b=-2$，$c=3$，$d=4$

故 $a+b+c+d=2-2+3+4=7$

(　　　) 4.三正數 x、y、z 滿足 $x-2y+z=0$ 且 $3x+y-2z=0$，試求 $\frac{xy+yz+xz}{x^2+y^2+z^2}=$　(A)$\frac{71}{83}$　(B)$\frac{73}{81}$　(C)$\frac{73}{83}$　(D)$\frac{71}{81}$

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$\begin{cases} x-2y+z=0 \cdots ① \\ 3x+y-2z=0 \cdots ② \end{cases}$

② × 2 + ①　$7x = 3z$　⇒　$x = \frac{3}{7}z$ 代回①　⇒　$y = \frac{5}{7}z$

則 $x : y : z = \frac{3}{7}z : \frac{5}{7}z : z = 3 : 5 : 7$

令 $x = 3t$，$y = 5t$，$z = 7t$，其中 $t > 0$

故所求 $= \frac{(3t)(5t)+(5t)(7t)+(3t)(7t)}{(3t)^2+(5t)^2+(7t)^2} = \frac{71t^2}{83t^2} = \frac{71}{83}$

(　　　) 5. $\overrightarrow{a} = (-3,2)$，$\overrightarrow{b} = (-2,2-\sqrt{3})$，$\overrightarrow{c} = (0,1+\sqrt{3})$，$\overrightarrow{d} = (-1,1)$，則 $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$ 與 $\overrightarrow{c}-\overrightarrow{d}$ 之夾角為 (A)$\frac{\pi}{3}$ (B)$\frac{\pi}{2}$ (C)$\frac{2}{3}\pi$ (D)$\frac{3}{4}\pi$ (E)以上皆非

【龍騰自命題】

解答　A

解析　令 $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$ 與 $\overrightarrow{c}-\overrightarrow{d}$ 之夾角為 θ

$\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b} = (-3,2)-(-2,2-\sqrt{3}) = (-1,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{c}-\overrightarrow{d} = (0,1+\sqrt{3})-(-1,1) = (1,\sqrt{3})$　⇒　$|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}| = \sqrt{(-1)^2+(\sqrt{3})^2} = 2$，

$|\overrightarrow{c}-\overrightarrow{d}| = \sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2} = 2$

$(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})\cdot(\overrightarrow{c}-\overrightarrow{d}) = (-1,\sqrt{3})\cdot(1,\sqrt{3}) = -1+3 = 2$

$\therefore$　$\cos\theta = \frac{(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})\cdot(\overrightarrow{c}-\overrightarrow{d})}{|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}||\overrightarrow{c}-\overrightarrow{d}|} = \frac{2}{2\times 2} = \frac{1}{2}$　　$\therefore$　$\theta = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$

(　　　) 6.以 $x+2$ 除 x^4+x^3-2x-5 所得的餘式為何？ (A)7 (B)9 (C)12 (D)15

【093 年歷屆試題.】

解答　A

解析　由餘式定理知

$x+2$ 除 x^4+x^3-2x-5 的餘式為

$(-2)^4+(-2)^3-2(-2)-5 = 16-8+4-5 = 7$

(　　　) 7.設 $\overrightarrow{P} = (1,10)$，$\overrightarrow{Q} = (-2,4)$，$\overrightarrow{R} = (1,2)$，若兩實數 α 、β 滿足 $\overrightarrow{R} = \alpha\overrightarrow{P}+\beta\overrightarrow{Q}$，求 $\alpha+\beta$ 之值為 (A)3 (B)0 (C)-1 (D)-2

【隨堂講義補充題.】

解答　B

解析　$\overrightarrow{R} = \alpha\overrightarrow{P}+\beta\overrightarrow{Q}$

⇒　$(1,2) = \alpha(1,10)+\beta(-2,4) = (\alpha-2\beta, 10\alpha+4\beta)$

⇒　$\begin{cases}\alpha-2\beta=1\\10\alpha+4\beta=2\end{cases}$　得 $\alpha = \frac{1}{3}$，$\beta = -\frac{1}{3}$

故 $\alpha+\beta = \left(\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right) = 0$

(　　　) 8.化簡 $\sqrt{10+2\sqrt{21}} =$ (A)$\sqrt{7}+\sqrt{3}$ (B)$\sqrt{7}-\sqrt{3}$ (C)$\sqrt{5}+\sqrt{2}$ (D)$\sqrt{5}-\sqrt{2}$

【龍騰自命題.】

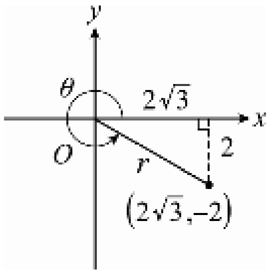
解答　A

解析　$\sqrt{10+2\sqrt{21}} = \sqrt{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}+\sqrt{3}$

(　　　) 9.複數 $2\sqrt{3}-2i$ 的極式為 (A)$4(\cos150^\circ+i\sin150^\circ)$ (B)$4(\cos330^\circ+i\sin330^\circ)$ (C)$4(\cos300^\circ+i\sin300^\circ)$ (D)$2(\cos330^\circ+i\sin330^\circ)$

解答 B

解析



$$\begin{cases} r=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(-2)^2}=4 \\ \theta=360^\circ-30^\circ=330^\circ \end{cases}$$

$\therefore\quad 2\sqrt{3}-2i=4(\cos 330^\circ+i\sin 330^\circ)$

(　　　)10.設 a、b 是整數，若$(ax-b)$是 $f(x)=4x^3+px^2+qx-6$ 的一次有理因式，則 a 不可能為　(A)1　(B)2　(C)3　(D)4

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $ax-b\,|\,f(x)=4x^3+px^2+qx-6\quad\Rightarrow\quad a\,|\,4$

$\therefore$　a 可能為±1，±2，±4，不可能為 3

(　　　)11.若點 P 在直線 $x+y+3=0$ 上，且與直線 $3x+4y-5=0$ 距離為 3，則 P 點坐標為　(A)(2,1)　(B)(2, − 1)　(C)(− 2,1)　(D)(− 2, − 1)

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 設 $P(t,-3-t)\quad\Rightarrow\quad \dfrac{|3t+4(-3-t)-5|}{\sqrt{3^2+4^2}}=3$

$\Rightarrow\quad |t+17|=15\quad\Rightarrow\quad t=-2$ 或 $t=-32\qquad\therefore\quad P(-2,-1)$或 $P(-32,29)$

(　　　)12.已知 a、b 為實數，$i=\sqrt{-1}$。若$(\dfrac{\sqrt{3}-i}{1-i})^8=a+bi$，則 $a^2+b^2=$　(A)16　(B)64　(C)256　(D)1024

【102 年歷屆試題.】

解答 C

解析 $\because\quad (\dfrac{\sqrt{3}-i}{1-i})^8=a+bi\qquad\therefore\quad |(\dfrac{\sqrt{3}-i}{1-i})^8|=|a+bi|$

而$|(\dfrac{\sqrt{3}-i}{1-i})^8|=|\dfrac{\sqrt{3}-i}{1-i}|^8=(\dfrac{|\sqrt{3}-i|}{|1-i|})^8=(\dfrac{\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}}{\sqrt{1^2+(-1)^2}})^8$

$=(\dfrac{2}{\sqrt{2}})^8=(\sqrt{2})^8=[(\sqrt{2})^2]^4=2^4=16$

且$|a+bi|=\sqrt{a^2+b^2}$，因此$\sqrt{a^2+b^2}=16$，故 $a^2+b^2=16^2=256$

(　　　)13.已知三角形的三頂點為 $A(-3,-4)$、$B(3,4)$、$C(k,0)$，且 $\angle BCA=90^\circ$，則 k^2之值為　(A)9　(B)16　(C)25　(D)36

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 因 $\angle BCA=90^\circ\quad\Rightarrow\quad \overline{CB}\perp\overline{CA}$

$\Rightarrow\quad \overline{CB}$ 斜率$\times\overline{CA}$ 斜率$=-1\quad\Rightarrow\quad \dfrac{0-4}{k-3}\times\dfrac{-4-0}{-3-k}=-1$

$\Rightarrow\quad \dfrac{16}{-(k-3)(k+3)}=-1\quad\Rightarrow\quad k^2-9=16\quad\Rightarrow\quad k^2=25$

(　　　)14.若多項式 $f(x)$除以多項式 $g(x)$，得商式為 $q(x)$，餘式為 $x-8$，則 $f(x)$除以 $2g(x)$得餘式為　(A)$2x-16$　(B)$\dfrac{x}{2}-4$　(C)$x-8$　(D)$2x-8$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $f(x)=g(x)q(x)+x-8=2g(x)\times\frac{1}{2}q(x)+x-8$，故餘式仍為 $x-8$

(　　) 15.以 $x-1$ 去除 $2x^3-3ax+6$ 與 ax^4+x-1 所得之餘式相等，則 $a=$ (A)2 (B)3 (C)4 (D)5

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 令 $f(x)=2x^3-3ax+6$，$g(x)=ax^4+x-1$

根據餘式定理 $\Rightarrow$ $f(1)=g(1)$ $\Rightarrow$ $2-3a+6=a+1-1$ $\Rightarrow$ $a=2$

(　　) 16.$\triangle ABC$ 中，$a-2b+c=0$ 且 $3a+b-2c=0$，則 $\sin A$：$\sin B$：$\sin C=$ (A)7：3：5 (B)3：5：7 (C)3：6：5 (D)4：7：6

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\begin{cases} a-2b+c=0\cdots① \\ 3a+b-2c=0\cdots② \end{cases}$ ①×2+② $5a-3b=0$

$\Rightarrow$ $b=\frac{5}{3}a$ 代入① $c=\frac{7}{3}a$

則 $\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c=a:\frac{5}{3}a:\frac{7}{3}a=3:5:7$

(　　) 17.直線 L:$3x-8y-24=0$ 與兩坐標軸所圍成之三角形面積為 (A)24 平方單位 (B)18 平方單位 (C)15 平方單位 (D)12 平方單位

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 令 $x=0$ 代入得 $y=-3$；令 $y=0$ 代入得 $x=8$

與兩軸所圍三角形面積 $=\frac{1}{2}|-3\times 8|=12$

(　　) 18.求 $f(x)=4\sin^2 x+2\cos^2 x+3$ 之最大值為 (A)5 (B)6 (C)7 (D)8

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $f(x)=4\sin^2 x+2\cos^2 x+3=4\times\frac{1-\cos 2x}{2}+2\times\frac{1+\cos 2x}{2}+3=-\cos 2x+6$

$\because$ $-1\leq\cos 2x\leq 1$ $\therefore$ $5\leq-\cos 2x+6\leq 7$

(　　) 19.求滿足 $|3-2x|\leq 5$ 之解為何？ (A) $x\geq -1$ (B) $-1\leq x\leq 4$ (C) $x\geq 4$ 或 $x\leq -1$ (D) $x\geq 4$

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 $|3-2x|\leq 5$ $\Rightarrow$ $-5\leq 3-2x\leq 5$

$\Rightarrow$ $-8\leq -2x\leq 2$

$\Rightarrow$ $4\geq x\geq -1$

(　　) 20.試求 $A(-3,4)$ 到直線 $L:\frac{x}{3}-\frac{y}{4}=-1$ 的距離為 (A) $\frac{18}{5}$ (B) $\frac{16}{5}$ (C) $\frac{12}{5}$ (D) $\frac{8}{5}$

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 直線 $L:\frac{x}{3}-\frac{y}{4}=-1$

$\Rightarrow$ $4x-3y+12=0$，A 點 $(-3,4)$

則 $d(A,L)=\frac{|4\times(-3)-3\times 4+12|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\frac{12}{5}$

(　　) 21.$\left(\sqrt{-2}\right)^2+\sqrt{(-2)^2}$ 之值為 (A) 0 (B) 4 (C) $2i$ (D) $2+2i$

【隨堂測驗.】

解答 A

解析 $\left(\sqrt{(-2)}\right)^2=\left(\sqrt{2}i\right)^2=2i^2=-2$，$\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$

$\therefore$ $\left(\sqrt{-2}\right)^2+\sqrt{(-2)^2}=(-2)+2=0$

(　　　) 22.設 $\overrightarrow{a}=(-4,5)$，$\overrightarrow{b}=(1,2)$，則 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=$　(A)$(-3,7)$　(B)-12　(C)6　(D)12

【龍騰自命題.】

解答 C

(　　　) 23.$\triangle ABC$ 中，已知 $a=\sqrt{3}+1$，$b=2$，$\angle C=30°$，則 $c=$　(A)$\sqrt{2}$　(B)$\sqrt{3}$　(C)$\sqrt{3}-1$　(D)3

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos30°=(\sqrt{3}+1)^2+2^2-2\times(\sqrt{3}+1)\times2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2$

$\therefore$ $c=\sqrt{2}$

(　　　) 24.$\sin165°=$　(A)$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(B)$\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$　(C)$\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$　(D)$\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

【龍騰自命題.】

解答 D

(　　　) 25.若 L 通過 $A(5,7)$、$B(3,k)$兩點，且 L 的斜率為 2，則 $k=$　(A)3　(B)4　(C)5　(D)6

【龍騰自命題.】

解答 A