

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

() 1. 下列何者不是 x 的多項式? (A) $2(x+2)(x-3)$

(B) $x^2 + \frac{x}{\sqrt{2}} + 1$ (C) $x^2 + \frac{2}{x} - 3$ (D) 5

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 多項式的 x 不能在分母、絕對值及根號內

() 2. 若 $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ x-1 & 2 & 4 \\ x-2 & 4 & 7 \end{vmatrix} = 0$, 則 $x =$ (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

【092 年歷屆試題.】

解答 A

解析

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ x-1 & 2 & 4 \\ x-2 & 4 & 7 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ x-1 & 2 & 0 \\ x-2 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{依第三行降階})$$

$\begin{matrix} \uparrow \\ \times(-2) \end{matrix}$

$$\Rightarrow (-1) \times \begin{vmatrix} x & 1 \\ x-1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (-1) \times [2x - (x-1)] = 0$$

$$\therefore x = -1$$

【註】本題亦可由三階行列式直接展開來求 x 值

() 3. 設 $\frac{5x^2 + 2x - 4}{(x-1)(x^2 + x - 1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2 + x - 1}$, 則 $A+B+C =$

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

【098 年歷屆試題.】

解答 D

解析 原式兩側乘以 $(x-1)(x^2 + x - 1)$

$$\Rightarrow 5x^2 + 2x - 4 = A(x^2 + x - 1) + (Bx + C)(x - 1)$$

$$= (A+B)x^2 + (A-B+C)x + (-A-C)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A+B=5 & \dots \textcircled{1} \\ A-B+C=2 & \dots \textcircled{2} \\ -A-C=-4 & \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\text{由 } \textcircled{1} + \textcircled{2} \quad 2A + C = 7 \dots \textcircled{4}$$

$$\text{由 } \textcircled{3} + \textcircled{4} \quad A = 3, \text{ 代回 } \textcircled{1} \Rightarrow B = 2, \text{ 代回 } \textcircled{3} \Rightarrow C = 1$$

$$\text{故 } A+B+C = 3+2+1 = 6$$

() 4. 設 a, b 為實數, 若 $1-2i$ 為 $x^2 + ax + b = 0$ 的一根, 則下列何者正確? (A) 另一根為 $-1-2i$ (B) $a=2$

(C) $a=-4$ (D) $b=-3$ (E) $b=5$

【課本練習題-自我評量.】

解答 E

解析 $x^2 + ax + b = 0$ 的另一根為 $1+2i$

$$(1-2i) + (1+2i) = -a \Rightarrow a = -2$$

$$(1-2i)(1+2i) = b \Rightarrow b = 5$$

() 5. 設 $\frac{2}{x^3+1} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-x+1}$, 則 B 為 (A) $-\frac{2}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$

(C) $-\frac{4}{3}$ (D) $\frac{4}{3}$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $\frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-x+1} = \frac{A(x^2-x+1) + (Bx+C)(x+1)}{x^3+1}$

$$= \frac{(A+B)x^2 + (B+C-A)x + A+C}{x^3+1} = \frac{2}{x^3+1}$$

$$\text{故 } \begin{cases} A+B=0 \\ B+C-A=0 \\ A+C=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{2}{3} \\ B = -\frac{2}{3} \\ C = \frac{4}{3} \end{cases}$$

() 6. 三階行列式 $\begin{vmatrix} 101 & 102 & 103 \\ 201 & 202 & 203 \\ 301 & 302 & 304 \end{vmatrix}$ 之值為何? (A) -202

(B) -201 (C) -101 (D) -100

【103 年歷屆試題.】

解答 D

解析

$$\begin{vmatrix} 101 & 102 & 103 \\ 201 & 202 & 203 \\ 301 & 302 & 304 \end{vmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} \times(-1) \\ \times(-1) \\ \times(-2) \end{matrix}} \begin{vmatrix} 101 & 1 & 2 \\ 201 & 1 & 2 \\ 301 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 101 & 1 & 0 \\ 201 & 1 & 0 \\ 301 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

依第三行降階展開, 可得

$$0 \times \begin{vmatrix} 201 & 1 \\ 301 & 1 \end{vmatrix} - 0 \times \begin{vmatrix} 101 & 1 \\ 301 & 1 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} 101 & 1 \\ 201 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 0 - 0 + 1 \times (101 \times 1 - 201 \times 1) = 1 \times (-100) = -100$$

() 7. 設方程組 $\begin{cases} 2x+4y=1 \\ ax-by=2 \end{cases}$ 有無限多解, 則 $a+b$ 之值 = (A)

-4 (B) 4 (C) 8 (D) 12

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $\frac{2}{a} = \frac{4}{-b} = \frac{1}{2}$ 故 $a=4, b=-8 \Rightarrow a+b=-4$

() 8. 化簡 $(\sin 15^\circ + i \cos 15^\circ)^{10} =$ (A) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ (C) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 所求

$$= (\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ)^{10} = \cos 750^\circ + i \sin 750^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

- () 9. 若 a, b 皆為正實數，則 $(3a+b)(\frac{3}{a} + \frac{4}{b})$ 的最小值為 (A)0 (B)5 (C)15 (D)25

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $(3a+b)(\frac{3}{a} + \frac{4}{b}) \geq (\sqrt{3a} \times \sqrt{\frac{3}{a}} + \sqrt{b} \times \sqrt{\frac{4}{b}})^2 = (3+2)^2 = 25$

- () 10. 設 k 為實數，若 $x^3 + 2x^2 - 6x + 3k$ 能為 $x-1$ 整除，則 k 之值為 (A)4 (B)3 (C)2 (D)1

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $x=1$ 代入原式為 0 $\therefore 1^3 + 2 \times 1^2 - 6 \times 1 + 3k = 0$ ，得 $k=1$

- () 11. 設 $\frac{a+bi}{3-2i}$ 化簡後為 $\frac{10}{13} + \frac{11}{13}i$ ，則 $\frac{1-i}{a+bi}$ 可化為

(A) $\frac{3+5i}{17}$ (B) $\frac{5-3i}{17}$ (C) $\frac{-5-3i}{17}$ (D) $\frac{3-5i}{17}$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $(a+bi)(3+2i) = 10+11i \Rightarrow \begin{cases} 3a-2b=10 \\ 2a+3b=11 \end{cases}$ 得 $a=4, b=1$

則 $\frac{1-i}{4+i} = \frac{(1-i)(4-i)}{(4+i)(4-i)} = \frac{3-5i}{17}$

- () 12. 設 $a > 0, b > 0$ ，若 $a+b=20$ ，則 ab 的最大值為 (A)200 (B)100 (C)50 (D)20

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\therefore \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad \therefore \frac{20}{2} \geq \sqrt{ab} \Rightarrow ab \leq 100$

- () 13. $\begin{cases} 2x-y=8 \\ x+y=7 \end{cases}$ 的解 (x, y) 為 (A)(-5, 2) (B)(5, -1) (C)(5, 2) (D)(3, 5) (E)(-3, 10)

【課本練習題-自我評量.】

解答 C

解析 $\begin{cases} 2x-y=8 \dots \textcircled{1} \\ x+y=7 \dots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 得 $3x=15 \Rightarrow x=5$

以 $x=5$ 代入 $\textcircled{2}$ 得 $5+y=7 \Rightarrow y=2$

故 (x, y) 為 $(5, 2)$

- () 14. 下列何者為 x 的多項式？ (A) $|x|+3$ (B) $\frac{5}{x-4}$

(C) $\sqrt{2x}-\sqrt{5}$ (D) $4\sqrt{x}+9$

【隨堂測驗.】

解答 C

解析 不定元 x 不可在根號、分母、絕對值中

- () 15. 設 $\omega = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ，求 $\omega^{22} + \frac{1}{\omega^{40}} =$ (A)1 (B)-1 (C) $-i$ (D) i

【龍騰自命題.】

解答 B

() 16. 行列式 $\begin{vmatrix} a-b & b-c & c-a \\ b-c & c-a & a-b \\ c-a & a-b & b-c \end{vmatrix}$ 之值為 (A) $a-b(b-c)(c-a)$ (B) $4abc$ (C) $2abc$ (D)0

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\because \omega^3=1$ 且 $\omega^2+\omega+1=0 \quad \therefore$ 原

式 $= \omega + \frac{1}{\omega} = \frac{\omega^2+1}{\omega} = \frac{-\omega}{\omega} = -1$

解析

$$\begin{vmatrix} a-b & b-c & c-a \\ b-c & c-a & a-b \\ c-a & a-b & b-c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & b-c & c-a \\ 0 & c-a & a-b \\ 0 & a-b & b-c \end{vmatrix} = 0$$

\uparrow
x1

- () 17. 若 $\begin{vmatrix} a & 4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 1$ ，則 $a =$ (A)-1 (B)1 (C)2 (D)3 (E)7

【課本練習題-自我評量.】

解答 E

解析 $\begin{vmatrix} a & 4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 1 \Rightarrow 3 \times a - 5 \times 4 = 1 \Rightarrow a = 7$

- () 18. 設 a, b 是整數，若 $(ax-b)$ 是 $f(x) = 4x^3 + px^2 + qx - 6$ 的一次有理因式，則 a 不可能為 (A)1 (B)2 (C)3 (D)4

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $ax-b \mid f(x) = 4x^3 + px^2 + qx - 6 \Rightarrow a \mid 4$
 $\therefore a$ 可能為 $\pm 1, \pm 2, \pm 4$ ，不可能為 3

- () 19. $(\cos 105^\circ + i \sin 105^\circ)(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ) =$ (A) $1+i$ (B) $1-i$ (C) $-1+i$ (D) $-1-i$

【龍騰自命題.】

解答 D

- () 20. $(\cos 105^\circ + i \sin 105^\circ)^6 =$ (A)-1 (B) $-i$ (C) $1-i$

(D) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

【龍騰自命題.】

解答 B

() 21. 設 t 為實數，且三元一次聯立方程式

$$\begin{cases} (t+1)x + (t-1)z = 1 \\ (t+1)y + z = 3 \\ (t+1)y + tz = 5 \end{cases} \quad \text{無解，則 } t \text{ 可為下列何者？}$$

(A) -2 (B) 0 (C) 1 (D) 2

【106年歷屆試題。】

解答 C

解析 原方程組：
$$\begin{cases} (t+1)x + 0y + (t-1)z = 1 \\ 0x + (t+1)y + z = 3 \\ 0x + (t+1)y + tz = 5 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} t+1 & 0 & t-1 \\ 0 & t+1 & 1 \\ 0 & t+1 & t \end{vmatrix} \quad (\text{第一、二行提出}(t+1))$$

$$= (t+1)^2 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & t-1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & t \end{vmatrix} \quad (\text{第一行降階展開})$$

$$= (t+1)^2 \times 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & t \end{vmatrix}$$

$$= (t+1)^2 \times 1 \times (1 \times t - 1 \times 1) = (t+1)^2 (t-1)$$

若 $\Delta = 0$ ，則 $t = -1$ 或 1

(1) 當 $t = -1$ 時：原方程組：
$$\begin{cases} -2z = 1 \\ z = 3 \\ -z = 5 \end{cases} \quad \text{無解}$$

(2) 當 $t = 1$ 時：原方程組：
$$\begin{cases} 2x = 1 \\ 2y + z = 3 \\ 2y + z = 5 \end{cases} \quad \text{無解}$$

由(1)和(2)可知：

當方程組無解時， t 可為 -1 或 1

故選(C)

() 22. 若 $x + \frac{1}{x} = 5$ ，則 $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ (A) $\sqrt{5}$ (B) 10 (C) 23

(D) 25

【龍騰自命題。】

解答 C

解析 已知 $x + \frac{1}{x} = 5 \Rightarrow (x + \frac{1}{x})^2 = 5^2 \Rightarrow$

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 25 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$$

() 23. 不等式 $x^2 - 3x - 10 \geq 0$ 的解為 (A) $x \leq -2$ 或 $x \geq 5$

(B) $x \leq -5$ 或 $x \geq 2$ (C) $-2 \leq x \leq 5$ (D) $-5 \leq x \leq 2$

【隨堂測驗。】

解答 A

解析 $x^2 - 3x - 10 \geq 0 \Rightarrow (x-5)(x+2) \geq 0$
 $\Rightarrow x \leq -2$ 或 $x \geq 5$

() 24. 複數 $z = (1-2i)^2$ 的虛部為 (A) $-4i$ (B) $4i$ (C) -4

(D) 4

【隨堂講義補充題。】

解答 C

解析 $z = (1-2i)^2 = 1^2 - 2 \times 1 \times 2i + (2i)^2 = 1 - 4i + 4i^2 = -3 - 4i$

() 25. 設 $a > 0$ ， $b > 0$ ，且 $a+b=14$ ，則 ab 的最大值為

(A) 24 (B) 45 (C) 49 (D) 55

【隨堂測驗。】

解答 C

解析 由算幾不等式知

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Rightarrow \frac{14}{2} \geq \sqrt{ab} \Rightarrow ab \leq 49$$

\therefore 最大值為 49